

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное Агентство по образованию
Министерство образования и молодежной политики Чувашской Республики
Российское научно-техническое общество судостроителей им. академика А.Н. Крылова
ГОУ ВПО Московский государственный открытый университет
Чебоксарский политехнический институт (филиал) МГОУ



СБОРНИК ТРУДОВ
X Международной научной школы
ГИДРОДИНАМИКА
БОЛЬШИХ СКОРОСТЕЙ

И

Международной научной конференции
ГИДРОДИНАМИКА. МЕХАНИКА.
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ УСТАНОВКИ

(к 145-летию со дня рождения
академика А.Н. Крылова)

10-14 сентября 2008 г.

ЧЕБОКСАРЫ 2008

УДК 532
ББК 22.253.3
С 23

С 23 **Сборник трудов X Международной научной школы «Гидродинамика больших скоростей» и Международной научной конференции «Гидродинамика. Механика. Энергетические установки» (к 145-летию со дня рождения академика А.Н. Крылова).** – Чебоксары: ЧПИ МГОУ, 2008. – 748 с. – ISBN 978-5-902891-35-2

В сборник включены труды ведущих ученых в области гидродинамики, аэродинамики, строительной механики, энергетики, экологии. Приведены результаты исследований российских и зарубежных ученых, ставшие развитием идей известного кораблестроителя, математика, академика Алексея Николаевича Крылова, 145-летний юбилей которого отмечается 3 августа 2008 г.

УДК 532
ББК 22.253.3

ISBN 978-5-902891-35-2

© Чебоксарский политехнический институт (филиал) МГОУ, 2008
© Издательство «Новое время», 2008



**Алексей Николаевич
КРЫЛОВ**

1863 – 1945

ОРГАНИЗАЦИИ – УЧАСТНИКИ КОНФЕРЕНЦИИ

Alion Science and Technology Corporation (USA)
Digital Marine Technology Company (Ukraine)
FAST International Standing Committee (Norway)
Fox Energy Company (Italia)
Italian Ship Model Basin (Italia)
Louisiana State University, Baton Rouge (USA)
School of Mathematics, University East Anglia (UK)
Technische Universität München (Germany)
Башкирская государственная сельскохозяйственная академия (г. Уфа, Россия)
Военно-морской инженерный институт (г. Санкт-Петербург, Россия)
Волжская государственная академия водного транспорта (г. Н. Новгород, Россия)
Вятская государственная сельскохозяйственная академия (г. Киров, Россия)
Институт Гидромеханики Национальной Академии Наук Украины (г. Киев, Украина)
Институт механики и машиностроения Казанского НЦ РАН (г. Казань, Россия)
Институт проблем механики РАН (г. Москва, Россия)
Казанский государственный технический университет им. А.Н. Туполева (г. Казань, Россия)
Казанский государственный архитектурно-строительный университет
Казанский государственный университет (г. Казань, Россия)
Камская государственная инженерно-экономическая академия (г. Набережные Челны, Россия)
Кемеровский государственный университет (г. Кемерово, Россия)
Марийский государственный технический университет (г. Йошкар-Ола, Россия)
Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарева (г. Саранск, Россия)
Московский государственный открытый университет (г. Москва, Россия)
Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»
(г. Харьков, Украина)
Нижегородская государственная сельскохозяйственная академия (г. Н. Новгород, Россия)
НИИ математики и механики им. Н.Г. Чеботарева (г. Казань, Россия)
НИИ механики МГУ им. М.В. Ломоносова (г. Москва, Россия)
Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН (г. Омск, Россия)
ООО ТЕСИС (г. Н. Новгород, Россия)
Пензенская государственная сельскохозяйственная академия (г. Пенза, Россия)
Российский государственный университет нефти и газа (г. Москва, Россия)
Санкт-Петербургский государственный морской технический университет
(г. Санкт-Петербург, Россия)
Сахалинский государственный университет (г. Южно-Сахалинск, Россия)
Уфимский государственный авиационный технический университет (г. Уфа, Россия)
ЦКБ морской техники «РУБИН» (г. Санкт-Петербург, Россия)
ЦМКБ «Алмаз» (г. Санкт-Петербург, Россия)
ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)
Чебоксарский политехнический институт (филиал) МГОУ (г. Чебоксары, Россия)
Чувашская государственная сельскохозяйственная академия (г. Чебоксары, Россия)
Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова (г. Чебоксары, Россия)

ФЛАГМАН КОРАБЕЛЬНЫХ НАУК

Всемирно известный ученый, академик, Герой Социалистического труда Алексей Николаевич Крылов родился в деревне Висяги (ныне Крылово Порецкого района Чувашской Республики). Исключительно разносторонней была его научная деятельность: крупнейший математик, механик, физик, астроном, историк науки, переводчик с латинского языка знаменитых «НАЧАЛ» Ньютона, автор превосходных воспоминаний. Но, пожалуй, мировую известность академику А.Н. Крылову принесли научные труды по военно-морским наукам, ставшие делом всей его жизни. Его научная деятельность началась сразу после блестящего окончания Морского училища в 1884 году.

В 1890 году после окончания кораблестроительного отделения Морской академии по первому разряду, он был на преподавательской работе сначала в Морском инженерном училище, а потом в Морской академии. В это время А.Н. Крылов вплотную занялся изучением качки кораблей, оказывающей большое влияние на мореходные и боевые качества.

С 1900 по 1908 годы А.Н. Крылов заведует опытовым бассейном, основное назначение которого – испытания мореходных качеств моделей проектируемых кораблей, во время которых он сосредотачивает свое внимание на животрепещущих проблемах устойчивости, плавучести и непотопляемости кораблей. Развивая передовые идеи выдающегося русского адмирала Степана Осиповича Макарова, он разрабатывает теорию непотопляемости корабля и сохранения его маневренных и боевых качеств при получении кораблем различных повреждений и затоплений одного или нескольких отсеков. Итогом этой кропотливой работы явилась разработанные А.Н. Крыловым таблицы непотопляемости боевых кораблей, которые явились бесценным пособием для командиров в борьбе за живучесть и непотопляемость.

С 1908 года А.Н. Крылов возглавляет отечественное кораблестроение, получив назначение на должность главного инспектора кораблестроения, а затем и председателя Морского технического комитета. Фактически на его плечи легла вся ответственность за боевые и мореходные качества новых строящихся кораблей, и с этой задачей он успешно справился. Так, линейные корабли типа «Севастополь», построенные при самом активном участии А.Н. Крылова, явились лучшими кораблями в мире по своим боевым и мореходным качествам. В 1914 году А.Н. Крылову было присвоено звание доктора прикладной математики, а в 1916 году он становится действительным членом академии наук по кафедре математической физики.

А.Н. Крылов горячо, преданно и беззаветно любил свою родину, свой народ, российский военно-морской флот. Когда свершилась Великая Октябрьская социалистическая революция, он, потомственный дворянин, крупный руководитель царского военно-морского ведомства, академик и профессор, генерал-лейтенант флота, без колебания и безоговорочно признал Советскую власть, честно и преданно служил ей до конца своих дней.

В 1919 году А.Н. Крылова назначают начальником Морской академии, где он с присущей ему энергией и деловитостью перестраивает научную и преподавательскую работу применительно к своим условиям и потребностям в подготовке кадров для молодого советского военно-морского флота.

Особый период в жизни и деятельности А.Н. Крылова занимает заграничная командировка, где он с 1921 по 1927 год успешно выполняет ответственное задание советского правительства в Германии, Англии, Франции, Голландии, Бельгии, Швеции и Норвегии по установлению научных связей, приобретению научной литературы и приборов, перевозке закупленных паровозов и паровых котлов, транспортировке оборудования для Волховской гидроэлектростанции, Пулковской астрономической обсерватории и Главной палаты мер и весов, а также знаменитого Онегинского музея. Вернувшись из заграничной командировки, А.Н. Крылов включился в активную деятельность по строительству военных кораблей и ледоколов в научную работу, а также в преподавательскую деятельность, которой он посвятил более полувека своей жизни. Научные труды академика А.Н. Крылова были и остаются ценными учебными пособиями для многих поколений моряков, которые гордятся этим и называют его своим учителем, «отцом», «флагманом», «Адмиралом корабельных наук». Он был поистине превосходным педагогом, постоянно учитывал уровень знаний слушателей, его лекции были всегда яркими, понятными и убедительными. Однажды в академию прислали группу рядовых матросов для освоения корабельных наук. Алексей Николаевич установил, что математические познания этих моряков не превышают четырех арифметических действий, тогда как для изучения теории корабля требовались глубокие знания высшей математики. И ученый нашел выход, разработав специальную программу ускоренного обучения математическим наукам.

В 1936 году А.Н. Крылов издал капитальный труд под названием «Вибрация корабля», в котором изложил впервые теорию этого, ранее совершенно не изученного вопроса, и разработал способы и методы борьбы с бортовой, килевой и комбинированной качкой корабля. Этот уникальный труд получил признание кораблестроителей всего мира и явился практическим пособием по ликвидации влияния вибрации на живучесть корпуса, корабельных систем и механизмов, боевого оружия и технических средств.

Не прерывалась научная деятельность академика А.Н. Крылова и в годы Великой Отечественной войны. Несмотря на солидный возраст и состояние здоровья он создает новые научные труды, консультирует конструкторов кораблей, боевого оружия и военно-морской техники, а с 1942 года состоит в комиссии Академии наук по научно-техническим вопросам для оказания помощи военно-морскому флоту.

Всю свою жизнь академик А.Н. Крылов проявлял заботу о молодежи, об ее обучении и воспитании. В апреле 1941 года в юношеском журнале «Костер» он обратился к советской молодежи с таким напутствием: «Всему учись сам. Никогда не рассчитывай, что можно овладеть знаниями без работы. Старайся понять сущность дела... Накапливай опыт в каждом деле. Помни, что никакое

книжное знание ничего не дает само по себе. Нет большого толка в многословном разглагольствовании о деле, которым не владеешь практически. Только тот, кто думает над вопросами, которые ставит перед ним жизнь, добьется успехов и принесет пользу. Будь стоек, не бойся разочарований, не бросай начатого дела. Работай упорно и регулярно изо дня в день, и тогда в старости ты можешь сказать: жизнь не прожита мною даром».

1 октября 1945 года, когда академику шел 83-й год, он выступил в день начала нового учебного года перед курсантами Высшего военно-морского инженерного училища имени Ф.Э. Дзержинского с такими словами: «Я отдал флоту 65 лет своей жизни и если бы я располагал такой же жизнью, то и ее я отдал бы до конца любимому морскому делу». Это было последнее его публичное выступление.

Академик Алексей Николаевич Крылов скончался 15 августа 1945 года в Ленинграде. Память о нем живет в сердцах и умах ученых всего мира и прогрессивного человечества. Его научные труды, идеи и заветы воплощены в современном российском Военно-морском флоте, корабли которого несут нелегкую боевую службу, надежно охраняя государственные интересы нашей Родины.

Заслуги академика А.Н. Крылова по достоинству были оценены Советским государством. За выдающиеся достижения в области развития математики, механики, кораблестроения и других наук в 1943 году ему было присвоено высокое звание Героя Социалистического Труда. Он был награжден тремя орденами Ленина и многими государственными премиями. Одному из самых крупных научно-исследовательских институтов Академии наук присвоено его имя. На доме в Ленинграде, в котором он жил установлена мемориальная доска. На морских просторах бороздят корабли и суда с его именем на борту. В Ленинграде и во многих городах страны имеются улицы академика Крылова. Деревня Висяги Порецкого района Чувашской Республики, где родился и провел детские годы будущий академик, переименована в деревню Крылово, где в 1984 году был открыт музей с установлением мемориальной доски и бюста академика перед зданием музея. С большим мастерством в двух залах музея подобраны экспонаты и оформлены красивые стенды, отображающие жизнь и деятельность знаменитого ученого, который является ярким примером беззаветного служения своей Родине, своему народу и Военно-морскому флоту.

Контр-адмирал в отставке
М. Бочкарев

Севастополь
27 июля 2008 года

ЗАКАЗНЫЕ ДОКЛАДЫ

А.Н. КРЫЛОВ – ОСНОВАТЕЛЬ СОВРЕМЕННОЙ РОССИЙСКОЙ КОРАБЕЛЬНОЙ НАУКИ

РУСЕЦКИЙ А.А., д.т.н., профессор –
ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)
krylov@krylov.spb.ru

Алексей Николаевич Крылов, 145-летие со дня рождения которого мы отмечаем, внес огромный вклад в теорию корабля и в отечественное судостроение.

Роль А.Н. Крылова не исчерпывается непосредственным содержанием его трудов по различным вопросам теории корабля, хотя многие из них составили целую эпоху в отечественной и мировой корабельной науке. Именно усилиями А.Н. Крылова в нашей стране сформировался новый подход к организации научных исследований, включающий широкое использование математики и данных эксперимента для описания физических явлений, применение научных результатов в практическом судостроении и последующее использование данных практики и опыта эксплуатации для дальнейшего совершенствования и углубления теории.

На всех этапах жизни А.Н. Крылова в рамках его научной, преподавательской и государственной деятельности всегда было видно стремление выяснить вопросы, стоящие перед практикой и не разрешенные предыдущими поколениями ученых и решить эти вопросы наиболее простыми и экономными средствами.

Вся жизнь А.Н. Крылова была посвящена морскому делу, хотя его первые работы относились не к кораблестроению, а к компасному делу. Эти работы велись под руководством выдающегося специалиста И.П. Колонга, который заметил одаренность А.Н. Крылова, вскоре после его назначения на службу в компасную часть. Уже в первой печатной работе А.Н. Крылова, опубликованной в 1886 г., проявились характерные черты его стиля четкость и сжатость изложения, способность получения общих уравнений, описывающих явление при минимальном числе наиболее обоснованных допущений. Но эта область деятельности оказалась слишком узкой для А.Н. Крылова. В своих воспоминаниях он пишет: «И.П. Колонг по отношению к девиации компасов был истинный фанатик, про него на флоте говорили: Колонг считает, что корабли строятся для того, чтобы было на чем устанавливать компасы и уничтожать их девиацию. Но даже элементарное ознакомление с теорией корабля показало мне, что эта наука и кораблестроение вообще представляют обширное поле для применения математики, и я решил поступить в Морскую академию на кораблестроительное отделение».

Уже в 1888 г. появляется его первая печатная работа по судостроению – рецензия на книгу «Теория корабля» французского автора Е. Гюйу, а затем и перевод третьей главы этой книги. Первая самостоятельная работа А.Н. Крылова в области судостроения посвящена не теории корабля, а вопросам прочности подкреплений артиллерийской башни броненосца «Николай I». Окончив в 1890 г. Морскую академию он начинает преподавательскую деятельность, совмещая её с посещением курса лекций по математике и механике в Петербургском университете. В Академии он начинает читать курсы математики и теории корабля, последний курс он читает до глубокой старости. К этому периоду деятельности А.Н. Крылова относятся его наиболее выдающиеся работы по теории корабля – разработанная им теория качки на волнении. Занимаясь математикой, А.Н. Крылов обратил внимание, что большинство вычислений, как в отечественной, так и зарубежной практике, проводятся крайне нерационально с сохранением избыточного числа значащих цифр. Поэтому,

приступая к чтению курса теории корабля, он предпослал этому курсу основания о приближенных вычислениях – с той точностью, которая необходима для практики. При этом он исходил из того, что всякая неверная цифра есть ошибка, а всякая лишняя цифра – половина ошибки. Именно эти работы А.Н. Крылова явились фундаментом для выпущенного им в последующие годы капитального труда «О приближенных вычислениях».

Поводом для выполнения первой работы А.Н. Крылова по теории килевой качки явился эпизод, произошедший при постройке Либавского порта, когда командир яхты «Полярная звезда» отказался идти по мелководному каналу в условиях продольного волнения. В то время существовала только теория бортовой качки корабля, разработанная В. Фрудом, которая была совершенно неприменима к килевой качке, т.к. исходила из предложения о малости корабля по сравнению с волной. А.Н. Крылов разработал более строгую теорию, учитывающую реальные размеры корабля, кривизну волновой поверхности и отличие давлений в волне от гидростатического. Основанная на гипотезе Крылова теория качки на продольном и косом волнении получила мировое признание и была удостоена золотой медали RINA. В этот же период А.Н. Крылов принимает деятельное участие в организации судостроительного образования в России, участвует в составлении программ по теории корабля. Авторитет молодого ученого неуклонно возрастал и в конце 1899 г. он представляется к должности заведующего опытовым судостроительным бассейном. В своем представлении главный инспектор кораблестроения Н.И. Кутейников писал, что должность заведующего опытовым бассейном должна заниматься корабельным инженером, окончившим Морскую Академию и достаточно знакомым с методами исследований сопротивления воды при движении судов, чтобы, руководя работами бассейна следовать самостоятельным путем при получении и обобщении опытных данных. Он отмечал, что работа бассейна должна быть обеспечена так, «дабы деятельность бассейна имела действительно научное значение и от опытов с моделями приводила к возможным полезным практическим последствиям в кораблестроении». Наиболее подходящим лицом на эту должность был капитан по Адмиралтейству А.Н. Крылов.

Получив такое лестное предложение А.Н. Крылов обращается к главному инспектору кораблестроения с рапортом, содержание которого свидетельствует о принципах, которыми руководствуется А.Н. Крылов при проведении исследований и которым он считает необходимым следовать при организации работ в бассейне. На основных положениях этого рапорта следует остановиться, поскольку они прекрасно характеризуют облик А.Н. Крылова, как ученого и инженера.

Основная мысль, с которой начинается рапорт, сводится к утверждению, что нельзя слепо следовать методу Фруда и практической деятельности бассейна, направленной на отработку обводов и прогнозирование ходкости строящихся судов, должна предшествовать тщательная проверка достоверности, как метода испытаний, так и пересчета результатов на натуру. Отмечается большая роль натуральных испытаний и указывается, что сдаточные испытания недостаточно достоверны для подтверждения корректности методики и проведение специальных испытаний для проверки методик и законов подобия является одной из основных задач бассейна. Иными словами он считает, что бассейн не должен быть прокатной станцией, а подлинно научным учреждением. В заключение он пишет: «...на предметы науки и техники допускается соответственное самостоятельное воззрение, руководить добросовестно научной работой в направлении, противном собственному убеждению я считаю невозможным». Условия А.Н. Крылова были приняты и в течение восьми лет, которые он руководил бассейном, эти принципы были реализованы в полной мере. Так в первую очередь были упорядочены методики испытаний и уточнены принципы пересчета модельных испытаний на натуру, которые затем оставались без изменений вплоть до 1933 г., когда был внедрен метод пересчета по относительному сопротивлению. Были

проведены масштабные серии модельных испытаний, специалисты бассейна участвовали в натурных испытаниях 25 кораблей, причем были сформулированы и неукоснительно выполнялись правила организации натурных испытаний и измерения скорости и других характеристик. Наряду с основной работой бассейна в нем выполнялись обширные исследования в области непотопляемости, изучении влияния качки на точность артиллерийской стрельбы и работы по уточнению облика проектируемых кораблей. Опытный бассейн завоевал заслуженный авторитет среди моряков и судостроителей. В 1908 г. А.Н. Крылов назначается главным инспектором кораблестроения. Перед своим уходом из бассейна А.Н. Крылов в специальной записке изложил свою точку зрения по вопросу организации научно-исследовательской работы в области кораблестроения. Он выдвигал идею создания научно-исследовательского учреждения включающего опытный бассейн с расширенным экспериментальными возможностями, лаборатории для исследования прочности и предназначенные для исследования материалов, а также лаборатории для испытания энергетического оборудования.

Таким образом, А.Н. Крылов уже в 1908 г. сформулировал идею создания комплексного научно-исследовательского института кораблестроения.

Преемник А.Н. Крылова на посту заведующего опытным бассейном И.Г. Бубнов развивает эту идею и создает в 1908-1911 годах в составе бассейна механическую лабораторию, предназначенную для исследования прочности конструкций и свойств материалов. В результате усилий И.Г. Бубнова при поддержке А.Н. Крылова в 1916-1917 годах разрабатывается проект комплексного института, который предполагалось соорудить на Марсовом поле. Однако этот проект, основные характеристики которого были одобрены А.Н. Крыловым, в результате революционных событий осуществлен не был. В 1919 г. А.Н. Крылов уезжает в заграничную командировку, в которой выполняет многочисленные технические и дипломатические поручения Советского правительства. Из командировки он вернулся только в 1927 г. На родине он возвращается к научно-педагогической деятельности, публикует ряд популярных статей, в которых излагает свои взгляды на методологию научных исследований и преподавания, обращая внимание на роль математики в научной и инженерной деятельности.

В начале 30-х годов истекшего столетия, когда удалось вернуться к созданию комплексной научной базы отечественного судостроения, А.Н. Крылов с первых этапов проектирования института принимает деятельное участие в определении состава лабораторий и выборе элементов опытовых бассейнов. Вот, что пишет по этому поводу А.Н. Крылов в своем письме главному инженеру «Судбасстроя» датированном мартом 1934 г. «По приглашению «Судбасстроя» я принимал участие во многих заседаниях комиссии, обсуждавшей как предварительные, так и окончательные проекты морского и речного испытательных бассейнов и их оборудования. В процессе обсуждения этих проектов, как мною, так и другими членами комиссии вносились разные предложения, которые по подробному их изучении и, при надобности, проверки расчетами или принимались и вносились в окончательный проект, или же отвергались, если находилась лучший или более практичный вариант».

В этом же письме он отмечает - «необходимым дополнением современных бассейнов являются два существенно важных устройства, именно:

- кавитационная труба для исследования гребных винтов,
- аэродинамическая труба с высоким давлением.

Письмо заканчивается словами: «Со своей стороны я считаю все принятые комиссией решения правильными и технически обоснованными».

Таким образом, хотя А.Н. Крылов не дожил до создания, носящего его имя института, в законченном виде, однако в определении его облика внес значительный вклад. А.Н. Крылов

придавал большое значение популяризации трудов классиков науки - Эйлера, Ньютона, Галилея, Лабранта и выдающихся русских ученых - И.Е. Жуковского, С.А. Чаплыгина, П.Л. Чебышева и публикует ряд статей посвящённых их работам. В 1932 г. организуется ВНИТОСС (Всесоюзное научно- инженерное и техническое общество судостроителей) председателем и почетным членом которого он был до конца своих дней.

А.Н. Крылов принимает деятельное участие в работе этого общества. Его выступления при открытии и закрытии конференций общества всегда содержательные и яркие были заметным явлением. При этом он руководствовался двумя принципами, которые он формулировал неоднократно - «Всякая новая научно-техническая мысль должна быть не только глубоко понятна, но и усвоена, а для этого не бесполезны и исторические аналогии и освежающий голову юмор» и «При изучении наук примеры не менее поучительны, чем правила».

До последних дней своей жизни он продолжал свою научную и общественную деятельность даже в первый день своей последней болезни он работал над своим выступлением на очередной конференции ВНИТОСС.

Роль А.Н. Крылова в становлении отечественной кораблестроительной науки огромна. Её точно определил вице адмирал инженер Н.В. Исаченков. «Можно сказать - заявил он на заседании Академии наук 1943 году, посвященном восьмидесятилетию А.Н. Крылова - что все наши кораблестроители старого поколения или являются учениками Алексея Николаевича или учились по его трудам у его учеников, а молодое поколение учится у учеников его учеников. В заключение своего выступления он назвал А.Н. Крылова «отцом русской научной школы кораблестроения». С тех пор прошло более 60 лет, корабельная наука продвинулась далеко вперед, но созданный А.Н. Крыловым стиль научных исследований, его стремление довести их результаты до практики, его преданность морскому делу являются прекрасным примером для современного поколения исследователей.

**О РАЗВИТИИ ИДЕЙ АКАДЕМИКА А.Н. КРЫЛОВА
В ОБЛАСТИ ВИБРАЦИИ СУДОВ В ТРУДАХ ИНСТИТУТА**

БЕЛОВ И.М., ИВАНЮТА Э.И., ЛЫЧЕВ О.Н.,

НИКОЛЬСКИЙ Ю.А., ЩУКИНА Е.Н. –

ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)

krylov@krylov.spb.ru

АННОТАЦИЯ

В докладе дается обзор направлений и результатов теоретических и экспериментальных работ по общей и местной вибрации кораблей и судов, выполненных в ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова и развивающих идеи А.Н. Крылова.

В истории отечественного судостроения первые исследования по вибрации судов были выполнены А.Н. Крыловым, который в 1900г. с помощью сконструированного им прибора (вибрографа) произвел запись вибрации крейсера «Громобой». Выполненные затем работы послужили основой курса лекций по вибрации судов, которые он начал читать с 1901г. сначала в Морской академии, а затем на кораблестроительном отделении Петербургского политехнического института. Позднее учение А.Н. Крылова о вибрации судов вошло в его известное сочинение «О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложения в технических вопросах», а в 1936г. было изложено в отдельной монографии «Вибрация судов» [1].

В своем курсе А.Н. Крылов дал практические методы расчета как свободных, так и вынужденных колебаний судна под действием заданных внешних сил, рассмотрел малые колебания систем с одной и несколькими степенями свободы, продольные и поперечные колебания стержней, а также поперечные и крутильные колебания валов.

При решении практических задач в различных областях техники А.Н. Крылов разрабатывал как аналитические, так и численные методы их решения. Прочитанные им в Морской академии и вышедшие впоследствии отдельным изданием «Лекции о приближенных вычислениях» [2] явились первым в мировой литературе курсом приближенных вычислений и послужили образцом для вышедших после них курсов других авторов. Автор в «Лекциях» утверждал, что «для прикладных вопросов нет надобности производить вычисления по абсолютно точным формулам и с совершенною точностью, поскольку результат всегда включает некоторую погрешность, которая переходит в определяемые искомые» из исходных данных, устанавливаемых экспериментально, что не может быть произведено абсолютно точно. Труды А.Н. Крылова дали толчок к развитию новых направлений в науке о вибрации судов и послужили основанием для получения современных решений в этой области.

Идеи А.Н. Крылова успешно развивали его ученики и последователи П.Ф. Папкович и Ю.А. Шиманский, работавшие в Институте. Их труды, из которых следует упомянуть работу П.Ф. Папковича «Вибрация корабля» [3],

вошедшую в качестве главы Справочника по судостроению, т. III, 1934, а также знаменитую монографию Ю.А. Шиманского «Динамический расчет судовых конструкций» [4], составили фундамент современных работ в области вибрации судов.

Плодотворный период в развитии науки о вибрации судов начался в послевоенные годы, когда остро встала проблема вибрационной прочности цельносварных кораблей и судов. Резкое снижение усталостной прочности сварных соединений, недостатки в конструктивном оформлении узлов конструкций со значительными очагами концентрации напряжений приводили подчас к возникновению многочисленных повреждений (трещин) корпусов судов. Возрастание мощностей механизмов обусловило повышенную общую вибрацию, ухудшающую обитаемость экипажа судна и пассажиров и приводящую к затруднению в работе и эксплуатации механизмов и оборудования, а также к снижению надежности в использовании вооружения.

ОБЩАЯ ВИБРАЦИЯ

Необходимость борьбы с повышенной вибрацией поставила перед научными и инженерными кругами ряд задач, в первую очередь проблему внешних сил, вызывающих вибрацию судна. В этом отношении большая заслуга принадлежит Н.Н. Бабаеву, который в развитие идей А.Н. Крылова, рассматривавшего усилия как заданные, разработал теорию воздействия работающих гребных винтов на корпус корабля [5]. В то же время была не вполне разработана проблема определения присоединенных масс судна при его общей вибрации. Существовавшие решения Локвуд-Тэйлора и Льюиса давали приближенные значения присоединенных масс забортной воды лишь для первых двух тонов главных колебаний корпуса судна. С.К. Дорофеев [6] получил значения коэффициентов, входящих в формулу Льюиса, при различных формах погруженной части шпангоута с учетом неплоскопараллельности потока воды, обтекающего корпус судна.

Необходимость определения амплитуд резонансных колебаний привела к экспериментальному определению (путем вибрационных испытаний различного типа кораблей и судов) коэффициентов внутреннего неупругого сопротивления при вибрации судна, а также соответствующих максимальных значений коэффициентов динамичности [7].

При изучении общей свободной и вынужденной (вызываемой, главным образом, работой гребных винтов и механизмов) вибрации судов были произведены исследования различных типов колебаний – изгибных, продольных, крутильных, как изолированных, так и совместных, а также влияние на них колебаний крупногабаритных перекрытий и упруго установленных механизмов [8]-[11]. Для этих исследований широко использовались численные методы.

В процессе проектирования судна должны быть приняты меры, направленные на исключение возможности возникновения на нем недопустимой ходовой вибрации и обеспечение вибрационной прочности конструкций корпуса. Для прогнозирования параметров вибрации разработаны

и используются различные расчетные модели – одномерная (традиционная балочная), двумерная плоская и пространственная. Выбор расчетной модели зависит от типа корабля или судна и их конструктивного исполнения. При балочной схематизации широко используется разработанный В.С. Чувииковским метод парциальных откликов [12]. Плоские расчетные модели используются при определении частотных спектров перекрытий и надстроек определенных типов, а именно: в случаях, когда наружные продольные стенки ярусов надстройки совмещены в вертикальной плоскости, либо незначительно отстают друг от друга. Пространственные расчетные модели целесообразно применять при исследованиях особенностей вибрации судов новых архитектурных форм, например, судов с большим раскрытием палуб, судов катамаранного типа и др.

При использовании схематизаций корпуса судна, отличных от балочной, применяется метод конечных элементов или его различные модификации. Стремление к уменьшению числа неизвестных в разрешающей системе уравнений МКЭ и к сокращению объема используемой информации привело к созданию таких методов, как метод суперэлементов, метод модуль-элементов, метод редуцированных элементов [13], широко применяемых в расчетах общей вибрации.

Инерционное влияние окружающей судно воды учитывается либо с помощью присоединенных масс воды, либо посредством совместного решения задач динамики упругого тела и гидродинамики.

Алгоритмы указанных расчетных методов реализованы в программах и программных комплексах, разработанных в ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова и предназначенных для выполнения расчетов на персональных компьютерах. В качестве операционной системы используется «Windows 95(98)». Так, для расчета общей вибрации корпуса при балочной схематизации используется программа «MNV Ship 2.5», при двумерной плоской схематизации - программный комплекс «Нева», а для определения собственных частот и уровней вибрации обшивки, набора, перекрытий – программа «Safety 3.1».

Для расчета на персональных компьютерах динамических характеристик инженерных сооружений различного типа применяется программный комплекс «Vilgo», в библиотеке которого помимо традиционно используемых конечных элементов (балочные, пластинчатые, объемные) содержится ряд специальных конечных элементов, в том числе жидкие конечные элементы, предназначенные для учета взаимодействия конструкций с жидкостью, балочный конечный элемент для расчета изгибно-крутильных колебаний с учетом депланации сечений.

Программный комплекс «Vilgo» позволяет определять собственные частоты корпусов судов и отдельных судовых конструкций с учетом их взаимодействия с жидкостью, а также уровни виброперемещений и виброускорений в узловых точках расчетной модели при возбуждении колебаний усилиями различного характера (гармоническое, некоррелированное широкополосное силовое воздействие, нестационарное динамическое возбуждение). Комплекс распространяется на морские и речные транспортные

и пассажирские суда, суда ледового плавания, суда на подводных крыльях, а также суда катамаранного типа, суда с большим раскрытием палуб и др.

МЕСТНАЯ ВИБРАЦИЯ

Все вибрационные повреждения корпуса обусловлены местной вибрацией корпусных конструкций. В отличие от общей вибрации, при которой напряжения не превосходят 2-3 МПа, напряжения при местной вибрации конструкций могут достигать опасных величин в 80-100 МПа. А.Н. Крылов указывал, что «металл, если его подвергать усилиям, попеременно изменяющим свое направление, проявляет так называемую «усталость»; строение металла изменяется, а если в нем есть самый ничтожный местный порок..., то от этого места начинается более быстрое изменение строения, и скажем, вал, где такой порок есть, ломается» [1].

Впервые методика расчета местной вибрации корпусных конструкций была разработана в 1954г. под руководством В.С. Чувиковского и внедрена для практических расчетов в конструкторские бюро – вскоре после появления и изучения причин возникновения многочисленных трещин на ряде кораблей ВМФ. В эту методику вошли рекомендации по расчету свободных парциальных колебаний пластин, набора и перекрытий и их вынужденной вибрации под действием пульсирующих давлений от работы гребных винтов, а также рекомендации по рациональному конструированию в районах действия интенсивных вибрационных нагрузок. В дальнейшем исследования местной вибрации были значительно расширены как в отношении различных источников ее возбуждения и многообразия типов конструкций, подверженных вибрации, так и учета влияния на нее разных факторов.

Расчету вибрации с целью проверки и обеспечения вибрационной прочности подлежат конструкции, начиная от пластин, подкрепляющего их набора и перекрытий и кончая мачтами, а также различными выступающими частями, такими как крыльевые устройства на СПК, рули, кронштейны гребных валов, стабилизаторы подводных аппаратов и т.п. Для каждого из перечисленных типов конструкций разработаны свои методы и программы расчета свободной и вынужденной вибрации.

Основными источниками возбуждения вибрации корпусных конструкций являются пульсирующие гидродинамические давления, вызываемые работой гребных винтов; кинематическое возбуждение, обусловленное общеходовой вибрацией; неуравновешенные усилия от работы механизмов; поток жидкости. Колебания отдельных корпусных конструкций и выступающих частей, в силу их значительного разнообразия и различия в характере возмущений, по существующей классификации относятся к различным типам колебаний: вынужденным, параметрическим или автоколебаниям.

Для решения задач местной вибрации и обеспечения вибрационной прочности необходимо определить

- интенсивность возмущающих усилий;
- влияние окружающей жидкости на колебания конструкции;
- коэффициенты сопротивления колебаниям с учетом рассеяния энергии в

соседние конструкции и влияния скоростного потока воды для наружных конструкций;

- критерии вибрационной прочности, устанавливаемые, исходя из усталостных и коррозионно-усталостных характеристик конструкционных материалов и их сварных соединений [14], [15].

Определение присоединенных масс разнообразных корабельных конструкций при их сложном взаимодействии с окружающей жидкостью заставляет использовать в практических расчетах различные приближенные приемы. На величину присоединенных масс при упругих колебаниях конструкции значительное влияние оказывает поведение соседних с рассматриваемой конструкцией участков сооружения. Присоединенные массы многопролетных пластин при различных формах их колебаний с учетом перетекания жидкости в соседние пролеты определены Е.Н. Щукиной [16]. Ею же предложен способ нахождения присоединенных масс жидкости при колебаниях сложных конструкций с учетом взаимодействия отдельных элементов этих конструкций [17]. Для присоединенных масс пластин определено также влияние вырезов, близости твердой стенки, а для оболочек – близости твердой концентрической поверхности [17].

Общие положения и расчетные зависимости для определения присоединенных масс пластин распространяются на перекрытия и их отдельные панели. Прогнозирование и обеспечение вибрационной прочности судовых конструкций обусловлено возможностью возникновения высоких вибрационных напряжений, которые связаны, обычно, с резонансными колебаниями конструкций, соприкасающихся с жидкостью, или со значительными по величине действующими вибрационными нагрузками. Отсюда вытекают два важных требования к обеспечению вибрационной прочности – исключение резонансных колебаний для соприкасающихся с жидкостью конструкций и расчет вынужденных нерезонансных колебаний при фактических переменных нагрузках. Последнее относится к днищевым конструкциям в районе действия пульсирующих давлений от работы гребных винтов совместно с инерционными усилиями от общеходовой вибрации; бортовым конструкциям кормовых балластных цистерн; внутренним конструкциям кормовой оконечности, ограничивающим цистерны; конструкциям машинного отделения; стабилизаторам подводных объектов.

Наиболее уязвимыми с точки зрения вибрационной прочности являются пластины и подкрепляющий их набор (ребра жесткости). При симметричных формах колебаний пластин расчеты свободной и вынужденной вибрации пластин и ребер следует производить с учетом их динамического взаимодействия и взаимодействия с жидкостью, вовлекаемой в сложное движение различными составляющими движения конструкции [16]. Влияние указанного взаимодействия снижает низшую из парциальных частот элементов конструкции на 20-30% и увеличивает высшую в несколько раз, приближаясь к соответствующей частоте конструкции в воздухе.

Вынужденная вибрация пластин со значительной начальной

технологической погибью ($f/h > 2$, f – стрелка начальной погиби, h – толщина пластины) в силу нелинейности системы может происходить в виде вибрационных хлопков (выщелкивания), при которых пластина колеблется не около первоначального искривленного положения, а относительно плоскости ее опорного контура. Амплитуда колебаний и напряжения «хлопающей» пластины могут в несколько раз превышать соответствующие величины плоской пластины.

Методы и программы расчета вибрации большинства корпусных конструкций и выступающих частей основаны на стержневой или пластинчато-стержневой аппроксимации. Они позволяют оценить параметры вибрации перекрытий с установленными на них амортизированными механизмами, кронштейнов гребных валов с учетом взаимодействия с валопроводом, изгибно-крутильных колебаний различного типа мачт (ферменных, башенно-подобных, стержневых), параметры гидроупругой неустойчивости в потоке обшивки корпуса и выступающих частей (крыльевых устройств СПК, стабилизаторов подводных объектов и др.) [18]-[19].

Разработанные методы расчета вибрации судовых конструкций, а также анализ характера возмущений и условий работы конструкций позволили создать методики расчета местной вибрации и вибрационной прочности корпусных конструкций и требования к их выполнению с указанием необходимого объема и условий проведения для надводных и подводных кораблей и судов, судов ледового плавания, судов с динамическими принципами поддержания.

НОРМИРОВАНИЕ ВИБРАЦИИ И МЕРЫ ПО ЕЕ УМЕНЬШЕНИЮ

Уровень допустимой общей вибрации судна диктуется необходимостью исключения ее влияния на работоспособность и здоровье экипажа и пассажиров и создания нормальных условий для эксплуатации механизмов и оборудования, надежности в использовании вооружения.

Наиболее эффективным методом борьбы с повышенной общей вибрацией корабля является уменьшение возмущающих усилий от работы гребных винтов, что достигается уменьшением неравномерности поля скоростей в диске винта и удалением винтов от корпуса, а также использованием винтов с оптимальной формой лопастей. Разрабатываются различные способы частичного отключения (с помощью упругих конструктивных узлов) движительного комплекса от корпуса судна.

Производились исследования для гашения возмущающих сил, передающихся корпусу через воду, путем специальных устройств: ниши в наружной обшивке корпуса над винтами, заполненные пористой резиной и закрытые гибкой пластиной; поддув воздуха к наружной обшивке над винтами с целью создания воздушной пелены, смягчающей передачу пульсирующих гидродинамических давлений корпусу судна.

Для снижения общей вибрации важно также, чтобы точки приложения главного вектора пульсирующих давлений от винтов и место закрепления к

основным связям корпуса кронштейнов, через которые передаются эти давления, а также двигатели с неуравновешенными силами располагались в районе соответствующих узлов форм свободных колебаний корпуса, а с неуравновешенными моментами сил – в районе пучности.

Нормирование предельно допустимых параметров общей вибрации осуществляется классификационными обществами, в частности, Российским Морским Регистром судоходства, на основании экспериментальных данных ходовой вибрации и санитарных норм. В качестве основных параметров, характеризующих вибрацию, приняты средние квадратические значения виброскорости или виброускорения, измеренные в треть-октавных полосах частот, а в обоснованных случаях - среднее квадратическое или пиковое значение виброперемещения.

Для исключения усталостных повреждений корпусных конструкций в ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова разработаны требования к выполнению расчетов местной вибрации для различного типа кораблей и судов, в которых указаны районы по длине корпуса, где должны производиться расчеты, характер и порядок возмущающих усилий, конструкции, подлежащие расчетам и условия их проведения, а также условия, необходимые и достаточные для обеспечения вибрационной прочности.

Коэффициенты рассеяния энергии, используемые при расчетах вынужденной резонансной вибрации, определены экспериментально для разного типа конструкций, находящихся в составе корпусу судна.

В качестве критериев вибрационной прочности корпусных конструкций служат допускаемые напряжения или долговечность на требуемый срок эксплуатации – соответственно для конструкций, изготовленных из материалов, имеющих физический предел усталости (или с незначительным снижением его с ростом числа перемен нагрузки) и не имеющих. Значения допускаемых напряжений для основных конструкционных материалов и их сварных соединений получены, исходя из ограниченного предела усталости, соответствующего числу циклов 10⁹, с учетом необходимого запаса прочности. Допускаемая вибрация для мачт, перекрытий, на которых установлены механизмы и другое оборудование, назначается, исходя из обеспечения нормальной работы механизмов и оборудования.

Наряду с требованиями к выполнению расчетов местной вибрации разработаны рекомендации по рациональному конструированию и выбору оптимального типа сварки в виброактивных зонах с целью предотвращения роста концентрации напряжений, ведущего к резкому снижению усталостной и коррозионно-усталостной прочности конструкций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В развитие идей академика А.Н. Крылова в области вибрации судов в Институте, носящем его имя, произведен широкий спектр теоретических и экспериментальных исследований вибрации корабля в целом и его отдельных конструкций, в результате чего разработаны и внедрены в практику проектирования кораблей и судов методы и программы расчета их общей и

местной вибрации и рекомендации по обеспечению вибрационной прочности и рациональному конструированию в районах, подверженных интенсивной вибрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов А.Н. Вибрация судов. Л. М., Главная редакция судостроительной литературы, 1936.
2. Крылов А.Н. Лекции о приближенных вычислениях. М. Л., Государственное изд. технико-теоретической литературы, 1950.
3. Папкович П.Ф. Вибрация корабля. Глава Справочника по судостроению, т.Ш, 1934.
4. Шиманский Ю.А. Динамический расчет судовых конструкций. Л., Судпрогиз, 1963.
5. Бабаев Н.Н., Лентяков В.Г. Некоторые вопросы общей вибрации судов, Л., Судпромгиз, 1961.
6. Дорофеюк С.К. Исследование присоединенных масс воды при упругих колебаниях корпуса корабля. Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 1954, вып. 84, с. 3-74.
7. Акулаев В.С., Карасик Л.Ф., Лентяков В.Г., Шавров Ю.Н. О физической природе диссипативных сил, возникающих при вибрации корабля. Сборник «Рассеяние энергии при колебаниях упругих систем». Изд. АН УССР, Киев, 1963.
8. Чувиковский В.С. Изгибно-крутильные колебания непризматических балок с учетом деформаций сдвига от перерезывающих сил и рассеяния энергии. Известия АН СССР ОНТИ, 1959, №3.
9. Чувиковский В.С. О совместных колебаниях судового корпуса и его отдельных конструкций. Известия АН СССР, ОТН «Механика и машиностроение», 1960.
10. Васильев М.Ю., Иванюта Э.И., Накоренок А.Л. Исследование изгибно-крутильных колебаний тонкостенных стержней с учетом стесненности кручения. Ж-л «Судостроение», 1990, №4, с. 10-11.
11. Палий О.М., Чувиковский В.С. О совместной общей и местной вибрации судового корпуса. Проблемы строительной механики корабля. К 100-летию со дня рождения И.Г. Бубнова. Л., Судостроение, 1973.
12. Чувиковский В.С. Численные методы решения одномерных задач строительной механики корабля. Л., Судостроение, 1976.
13. Вороненок Е.Я., Палий О.М., Сочинский С.В. Метод редуцированных элементов для расчета конструкций. Л., Судостроение, 1990.
14. Шавров Ю.Н. Исследование усталостной прочности судостроительных сталей марок СХЛ-4, О9Г2 и МК-35. Технология судостроения. «Судостроение», 1967, с.78-83.
15. Шуйгин Ф.П., Щукина Е.Н. Усталостные характеристики алюминиевых сплавов, применяемых в судостроении. Ж-л «Судостроение», 1963, №2, с. 47-51.

16. Щукина Е.Н. Расчет вибрационной прочности корпусных конструкций. Научно-технический сборник, Регистр СССР. Изд. «Транспорт», Л.,1976, вып.6, с.3-27.
17. Щукина Е.Н. Присоединенные массы жидкости при упругих колебаниях конструкций и входящих в них отдельных конструктивных элементов. Глава 7 Справочника «Присоединенные массы судостроительных конструкций», Короткин А.И., СПб «МорВест», 2007, с.325-385.
18. Никифоров Е.М., Щукина Е.Н. Вибрация судовых мачт. Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 1960, вып. 152, с. 102-120.
19. Никифоров Е.М., Шуйгин Ф.П., Щукина Е.Н. О теоретических и экспериментальных исследованиях колебаний крыла в потоке жидкости. Труды НТО судпрома им. акад. А.Н. Крылова, 1969, вып. 129, с. 158-167.

ON THE IMPORTANCE OF HYDRODYNAMICS ON THE SAFE OPERATION OF HIGH SPEED CRAFT

Holden Kjell

—

FAST International Standing Committee, Norway

The influence of the most important hydrodynamic physical phenomena on the operational characteristic of high speed craft will be presented and discussed.

Some examples of such phenomena are:

Ventilation of propulsion systems and steering devices like rudders and interceptors is of vital importance for safe operation of such craft.

Practical experience from model testing and at sea will be given.

Further local wave impacts are often the main phenomena limiting the operation of high speed craft.

Results will be presented from extensive R&D programmes during the last 20 years.

MESH AND MESHFREE METHODS IN HYDRODYNAMICS OF FREE BOUNDARIES

TERENTIEV Alexey G. –

Cheboksary Politechnic Institute of MGOU, Russia;

AFANASIEV Konstantin E. – Kemerovo State University, Russia

agterent@rambler.ru, afa@kemsu.ru

ABSTRACT

The paper presents numerical methods based on two main simulations: boundary elements and particles. The first method allows calculating of polyharmonic equations including harmonic and biharmonic functions, the second one allows computing nonlinear equations of viscose liquid with free boundaries. Numerous examples show a great effectiveness of these methods.

INTRODUCTION

Modern computers are very power means for obtaining essential results of many flow problems with complicated boundary conditions. There are some books on numerical methods and computer technique in the continuum mechanics [Gosman at al 1969; Anderson 1984; Brebbia at al 1984; Terentiev & Afanasiev 1987, Terentiev 2005-2007a; Terentiev A.G. & Pavlova N.A., 2006; Afanasiev & Gudov 2001; Afanasiev at al 2006] so it seems that all problems could be well considered. But now it is important developing new numerical methods and applying to new physical processes. Advanced numerical methods should be directed at the simplicity of their application and at the precision of their results. For such methods, computational time is not so important. In essence, an application of BEM is not saving of computer time but truthful simulation of real processes and a precision of numerical results.

Most hydrodynamic processes can be simulated by simplifying conditions as no viscosity and potential flow, or very high viscosity as Stokes condition. In that case a flow is determined by harmonic or biharmonic functions. These assumptions permit reducing flow problems to boundary value problems and applying very powerful tools of boundary element method [Terentiev 2007b]. Some hydrodynamic problems using BEM have been presented in above-mentioned references and in [Afanasiev & Samoylova 1995; Afanasiev & Stukolov 2000; Afanasiev & Grigorieva 2002]. Declaring a very high possibility of BEM one should note that it cannot be used for a large deformation of free boundaries. In that case it is preferable to use methods based of moving particles on Lagrange variables. One of those methods is the so-called Smoothed Particles in Hydrodynamics (SPH). This method was offered for problems of astrophysics in [Lucy 1977] and independently in [Gingold & Monaghan, 1977]. Later the method was applied for numerical simulation in hydrodynamics, solid mechanics, etc [Monaghan, 1992; Monaghan at al 1994; Liu at al, 1997 ;Liu G.R. & Liu M.B., 2004; Morris at al, 1997; Afanasiev at al, 2006; Cueto-Felgueroso, 2004].

It should be noted that the particles have been used in many other method including BEM, namely, for investigation of deformation of free boundaries [Terentiev & Afanasiev, 1987] or in method of finite particles given in [Belozerkovsky & Davydov, 1982] and has been used in [Terentiev & Chechnev, 1985]. The both methods are based on mash concepts and as BEM are unavailing for considering of large deformation of free boundaries.

The Smoothed Particle Hydrodynamics is a fully meshfree method; it doesn't require a mesh (set of connected nodes) at any stage of numerical simulation. This makes it advantageously differ of hybrid methods, which can also be applied for solving problems with

strongly nonlinear deformations of free surfaces, but require time-consuming algorithms for constructing a mesh and defining free surfaces. The given method is a powerful tool for numerical simulation with relatively small time resource requirements.

The present report includes two kind of numerical methods: mesh and meshfree manners.

PART I. BOUNDARY ELEMENT METHOD

1. GOVERNING INTEGRAL EQUATIONS

OF STEADY FLOW

Flow problems of hydrofoils without cavitation are well known and determined by the potential function φ , which satisfies the Laplace's equation ($\nabla^2 \varphi = 0$) inside the fluid region and Neumann's condition ($\partial \varphi / \partial n = 0$) on the foil boundaries, and at infinity the velocity can be given as unit vector $\nabla \varphi = \bar{e}_1$. Besides, the Zhukovsky-Kutta condition requires finite velocities at the trailing edge of the foils:

$$\lim_{s \rightarrow 0} V(s) + \lim_{s \rightarrow L} V(s) = 0, \quad (1.1)$$

where s is curvilinear abscissa and L is the perimeter of the foils; the trailing edge is determined by $s = 0$ ($s = L$).

The flow problems of separate or two foils can be solved analytically using complex potential and conformal mapping. Mostly, the mapping function cannot be found analytically but numerically only. The problem for several foils is quite impossible to create any analytical solutions; it should be investigated numerically only. Numerical methods are usually based on the Green's identities which are applicable to single-valued function and for the interior of the domain. Assuming a bounded function at infinity, the Green's identities are valid for the exterior also. The velocity potential is a multi-valued function and unbounded at infinity so that it cannot be directly applied.

Much more preferable for planar and axisymmetric flow is the stream function as a single-value one. The stream function satisfies Laplace's equation ($\nabla^2 \psi = 0$) inside the fluid region and is constant on the foil boundary:

$$\psi = c = const. \quad (1.2)$$

The constant c differs on each foil. If c_1 and c_2 are known on two foils, then the quantity of liquid flowing between these foils is equal exactly to

$$q = |c_2 - c_1|. \quad (1.3)$$

For given foils, the constants are unknown; they should be found by solving a flow problem satisfying equation (1.1). In practice for planar flow, the complex potential $w = \varphi + i\psi$ has usually known singularities as multiple poles with leading part given by

$$F(z) = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{(z - z_0)^k} + \sum_{k=0}^m B_k z^k + \frac{D}{2(z - z_c)}. \quad (1.4)$$

Using Cauchy's integral for single-valued complex function $w(z)$, A.G. Terentiev generalized the third Green's third identity for a meromorphic function (Terentiev & Afanasiev 1987) and represented as

$$\varepsilon w(z) + \oint_C w G_n(z, \tau) ds - \oint_C w_n G(z, \tau) ds = F(z), \quad (1.5)$$

$$G(z, t) = (1/2\pi) \ln(1/|z - \tau|).$$

Assuming in (1.4) $w = const.$, $A_k = 0$, $B_k = 0$, $D = 0$ and also $A_k = 0$, $B_0 = w = const.$, B_k ($k > 0$) = 0, $D = 0$ we create the known but very valuable integral identity

$$\varepsilon + \oint_{C_k} G_n(z, \tau) ds = \begin{cases} 1, & z \in C_k, \tau \in C_k \\ 0, & z \notin C_k, \tau \in C_k \end{cases}, \quad (1.6)$$

where C_k is the boundary of k -th foil.

Due to the last identity, integral equation (1.5) for the stream function is transformed to the main integral equation

$$c + \oint_C V(s)G(z, \tau) = Q(z) = \text{Im} F(z). \quad (1.7)$$

If the angle of unit velocity at infinity with x -axis is α , then the potential of circulation-free flow approaches infinity as $w \rightarrow ze^{-i\alpha}$ at infinity, so that

$$Q = y \cos \alpha - x \sin \alpha, \quad x, y \in C. \quad (1.8)$$

For the symmetric flow along x -axis, the angle $\alpha = 0$, and equation (1.7) is represented as

$$c + \oint_C V(s)F(z, \tau) = Q, \quad Q = y \in C, \quad (1.9)$$

where

$$F(z, \tau) = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{(x - \xi)^2 + (y + \eta)^2}{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}. \quad (1.10)$$

Integral equations (1.5 and 1.9) are valid for multiply-connected domain as well as for circulation flow because of mutual destruction of logarithmic singularities in infinity.

Axisymmetric flow is similar to the symmetric planar flow considered above. The similarity is more striking if the stream function is considered. The stream function of a cylindrical coordinates $\psi(x, y)$ is also constant on the axisymmetric surface as a ring wing and its partial derivatives determine the component of the velocity. The stream function for the axisymmetric flow satisfies the integral equation (Sidorov 1958) like¹

$$c + \int_{C_1} v(s)H(z, \tau)ds = Q, \quad Q = \pi y^2, \quad (1.11)$$

where

$$H(\xi, \eta; x, y) = \sqrt{y\eta} \left[\frac{2}{k} E(k) - \left(\frac{2}{k} - k \right) K(k) \right], \quad k = \frac{2\sqrt{y\eta}}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y + \eta)^2}}.$$

The parameter c is unknown in generally, just condition (1.1) should be extra satisfied. The latter integral equation by $c = 0$ was used to investigation of cavitating flow around axisymmetric cone in [Guzevsky 1979].

2. BOUNDARY ELEMENT METHOD IN HYDROFOIL PROBLEMS

The boundary element methods (BEM) are recently applied more and more. Descriptions and various applications of BEM can be found in (Brebbia et al 1984, Terentiev & Afanasiev 1987, Afanasiev & Gudov 2001). Much more information can be also found in (Kinnas 1998 and Kirschner et al 2001). The substance of the method is an approximation of the boundary by a system of elements, and then approximation of functions on each element by certain polynomial.

Then integral equations (1.7, 1.9 and 1.10) can be written in matrix form

$$\mathbf{AV} + \mathbf{C} = \mathbf{Q}. \quad (2.1)$$

The elements of matrix \mathbf{A} can be calculated analytically or numerically by integrating of function $G(X_n, Y_n; x(s), y(s))$ along the elements so that the matrix \mathbf{A} is given. The elements of matrix-vector \mathbf{Q} are determined by equations (1.8 or 1.9 or 1.10). The elements of matrix-vector \mathbf{C} are unknown but identical with the same constant c ; the elements of matrix-vector \mathbf{V} are the speed values at the nodal points.

For an arbitrary foil, condition (1.1) should be additionally satisfied, which becomes

$$V_1 + V_N = 0. \quad (2.2)$$

¹ Parameter c was introduced by A.G. Terentiev in 2005.

The unknown vectors \mathbf{V} and \mathbf{C} can be combined into the one of order $N+1$, and, in view of equation (2.2), the matrix \mathbf{A} as well as the vector \mathbf{Q} may be also expanded to matrices of $N+1$ dimension, so that equation (2.1) is transformed to

$$\mathbf{AV} = \mathbf{Q}. \quad (2.3)$$

Hence, the solution is

$$\mathbf{V} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{Q}. \quad (2.4)$$

The dynamic characteristics are obtained by summation with respect to all elements, namely, the circulation along the boundary can be found as

$$\Gamma = -\sum_{k=1}^N V_k h_k. \quad (2.5)$$

For given circulation, equation (2.5) should be used instead of (2.2), then the $(N+1)$ -th component of vector \mathbf{Q} gives the circulation ($Q_{N+1} = \Gamma$).

It is easy to calculate the first aerodynamic axis connected with the direction of inlet velocity, when the circulation vanishes. In that case both equation (2.2 and 2.5) should be used and the matrices \mathbf{A} , \mathbf{V} and \mathbf{Q} are expanded to $N+2$ dimension. The first N components of vector \mathbf{V} give the speed on the nodal points; the last two components determine the constant c and the angle β between the x -axis and the first aerodynamic axis.

The above cited matrix conception can be applied to a system of M foils. Each of foil should be approximated by a polygon with N_m sides (m is number of foil). Then the dimension of matrix \mathbf{A} will be equal to

$$N = \sum_{m=1}^M N_m + M. \quad (2.6)$$

The additional M columns consist of N_m equal terms c_m in compliance with the m -th foil, and the others are equal to zero. The M rows are arranged according to conditions (2.2) or (2.5).

3. EXAMPLES OF COMPUTING OF STEADY FLOW PROBLEMS

Numerous examples of flow around foils with- and without cavities have been investigated using that method. Below only some problems are represented for examples.

3.1. A ring wing

A ring wing is used for increasing an efficiency of screw propellers, but any conclusive explanations are lacking yet. Compare two positions of the generatrix foils and of the same radius determined as a distance of trailing edge from the axis (Fig .1). Calculations show that an amount of liquid which flows through first ring (a) is $q = 0.969$ while through second one (b) is $q = 0.617$ only, i.e. the screw propeller in first ring accelerates much more liquid than in the second one, and more then without rings

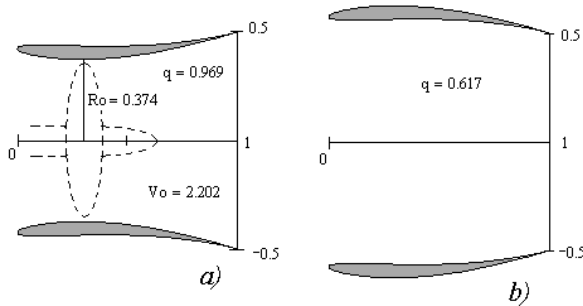


Fig. 1: Two shapes of the rings

$$(q_0 = \pi R_0^2 = 0.439).$$

Therefore, the first ring nozzle increases an efficiency of the screw propeller. At the same time, calculation shows its shortcomings. Since the least radius of the ring wing (a) is $R_0=0.374$, the mean speed on that section is $V_0 = 2.202$, and what is more, the speed on the shape is higher than V_0 .

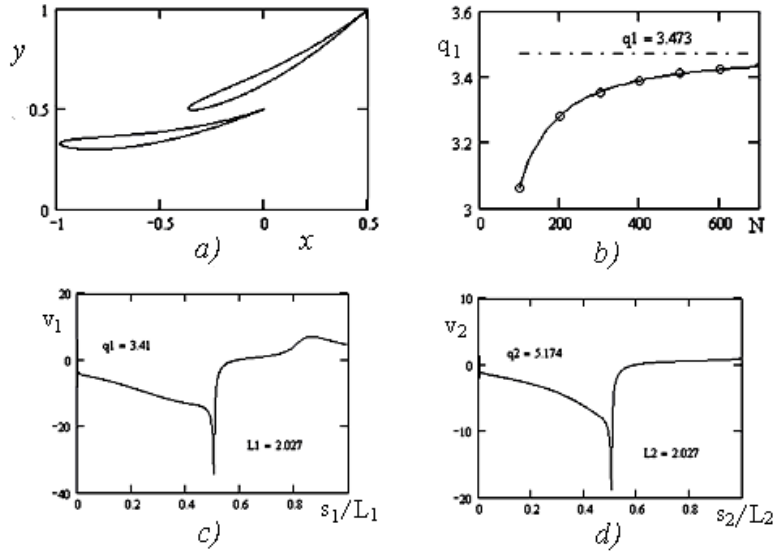


Fig. 2: Two rings: a) Zhukovsky foils; b) an influence of element number on precision; c) speed distribution on inner ring for $N=500$; d) The same on outer ring

Hence, the cavity can arise earlier than without a nozzle and this makes some difficulties using a ring nozzle for fast ships (Rusezky et al 1971). As was noted above numerical algorithm is valid for multiply-connected domain as well. Two rings of Zhukovsky foils are depicted on Fig. 2a. A precision of numerical results depends on the element number on each foil. A dependence of the liquid amount flowing through inner ring on element number is shown on Fig. 2b. Since the element number, N , can be discrete only and cannot be too large, it is difficult to reach asymptotic value numerically. The asymptote may be obtained by some approximation using discrete data. Due to property of the hyperbolic tangent the approximation function may be written as

$$q(N) = a \tanh(bN)^c \quad (3.1)$$

Three unknown parameters (a , b , c) are computed by any three numbers. The asymptote on Fig. 2b is shown by dashed line. The speed distribution on both rings is depicted on Fig. 2c,d.

3.2. Cavitating flow through Ring wing

Numerical algorithm for computing of cavitating flow of a ring wing as well as a planer foils includes the numerical solution of a set of linear equations and iterative process [Terentiev, 2005a]. Some numerical results are depicted in Figs. 4. Fig. 3a shows the partial cavities for three lengths ($L_c = 0.251, 0.526, 0.791$).

Dependence of the cavitation number on the length is similar to a single foil: at first it decreases by increasing of the length then it increases. An interesting effect can be observed: the fluid consumption (q) increases by extension of the cavity.

The cavity shape past a ring wing obtained by an inclined plate is shown on fig. 3b. Here, the inside cavity surface is similar to a jet stream.

4. UNSTEADY DEFORMATION OF A FREE BOUNDARY

The BEM has been used to investigation of unsteady moving of body under the water in [Afanasiev et al 1986, 1989; Terentiev et al 1987; Terentiev & Afanasiev 1987], and mostly then applied in Kemerovsky University.

4.1. Governing equations

While the stream function for steady planer and axisymmetric flow was very suitable, it is quite unavailing for unsteady flow. In that case, the speed potential is much preferable; this satisfies on the boundary of fluid region the Green's equation

$$L\varphi = 0, \quad (4.1)$$

or in matrix form

$$\mathbf{A}\Phi = \mathbf{BQ}. \quad (4.2)$$

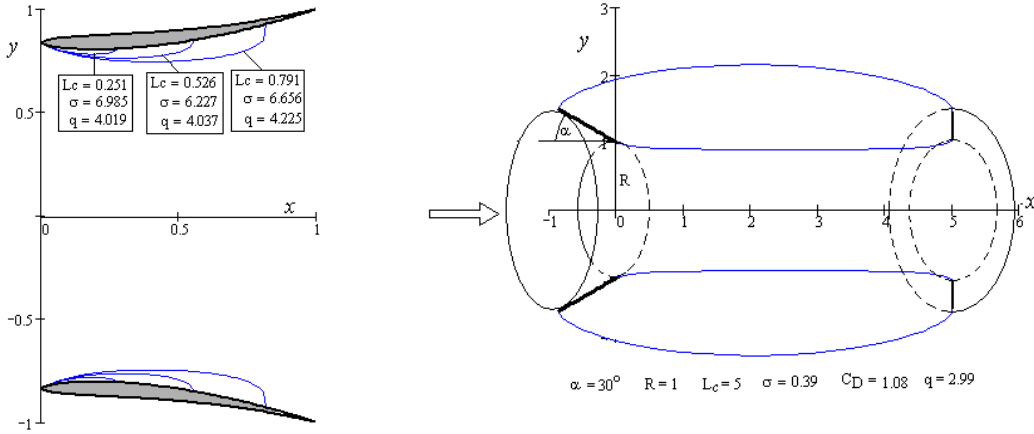


Fig. 3: Cavitating flow of a ring: a) partial cavity; b) full cavity

The components of matrix-vectors, Φ and Q , is the values at the nodal points on the region boundary of the potential, φ_k , and its normal derivative, $Q_k = (\partial\varphi/\partial n)_k$, respectively.

In order to uniquely determine the potential, the following boundary conditions are imposed:

- the normal derivative of the potential should be equal to the normal velocity of moving boundary; thus,

$$V_k = (\dot{\bar{u}} \cdot \bar{n})_k, \quad (4.3)$$

where $\dot{\bar{u}} = d\bar{u}/dt$ is the time derivative of the vector of displacement, \bar{u} ;

- on the free boundary, the dynamic condition is applied, which requires the pressure, p , to be constant. Due to Bernoulli equation, the condition can be written in differential form

$$d\varphi = (p_\infty - p_0 - gz + v^2/2)dt, \quad (4.4)$$

where p_∞ and p_0 are the pressure at infinity and on free boundary, respectively; g is the acceleration of gravity; v is the value of speed, $v^2 = \nabla\varphi \cdot \nabla\varphi$.

- on the free boundary, which is determined by the displacement, \bar{u} , the time derivative of the displacement must be equal to the velocity of a fluid. Hence,

$$d\bar{u} = \nabla\varphi dt. \quad (4.5)$$

Besides, the initial conditions should be fulfilled, i.e., the function $\varphi(x, y, t)|_{t=0} = \varphi_0(x, y)$ as well as the initial boundary of the fluid region, C_0 , should be given.

4.2. Iterative procedure

Equation (4.1-4.5) allow computing the flow problem of moving of free surfaces in an iterative manner. On each i^{th} time step, $h^{(i)} = t^{(i)} - t^{(i-1)}$, of an iteration, the matrix vector $V^{(i)}$ is calculated from Eq. (4.2), then the tangent velocity, $w^{(j)} = (\partial\varphi/\partial s)^{(j)}$ is computed, and then the new position of free boundary, $\bar{u}^{(j)} = \bar{u}^{(i-1)} + d\bar{u}^{(j)}$ is found from (4.5), and the increment of potential is calculated from (4.4). Finally, the new potential is found:

$$\varphi^{(j)} = \varphi^{(j-1)} + d\varphi^{(j)}. \quad (4.6)$$

Now, the algorithm scheme looks as follows:

$$\Phi^{(j-1)} \xrightarrow{(4.2)} V^{(j-1)} \xrightarrow{(4.3), (4.5)} \vec{u}^{(j)} \xrightarrow{(4.4), (4.6)} \Phi^{(j)}. \quad (4.7)$$

4.3. Wave generation by impact moving of the bottom

For example, consider an impact moving of the bottom [Terentiev, 1997]. Let the depth, H , of the water be originally unity. At initial time, one part of the bottom $(-1,0)$ moves vertically upward with speed V while another part $(0,1)$ moves downward with the same speed; these parts move at limited small time. The Froude number for this case is specified as $Fr = V / \sqrt{gH}$; the dimensionless time $\tau = tV / H$. The truncated domain is taken as a rectangle of sides 20×1 . An initial distribution of potential as well as its normal derivative (normal velocity) on the free boundary have been calculated separately. First the normal speed of the free boundary is calculated from the given normal velocity of the bottom and zero value of potential on the upper strait line. Then the potential is determined by the normal velocity on the upper strait line and the zero value of the subsequent motion of the bottom. The potential obtained from latter value problem is assumed to be initial one for iteration. Then the evolution of the free boundary is simulated using the time-domain approach described above. Evolution of a free boundary for Froude number $Fr = 10$ due to a specified impact motion of the bottom is presented on Fig.4.

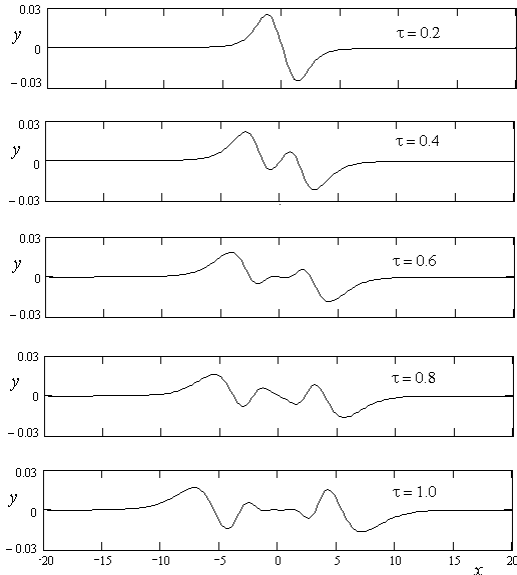


Fig. 4: Time history of the free surface

It is shown that at first two antisymmetric waves form; each of them moves in opposite directions, then other waves arise of smaller amplitude. The process is similar to the tsunami. In fact, by the tsunami the water is first putting out to sea but then surges towards coast; the process is repeated by decreasing amplitudes. The greatest destruction makes the first wave on the right because the amplitude is two times higher than on the left. At the same time the tsunami makes less destruction on the left coast.

Calculation show that the amplitude of next wave increases with time and may be greater than the first one but its kinetic energy is less than the first wave.

4.4. Horizontal moving of the semi-cylinder

Deformations of free boundaries by moving submerged cylinder have been calculated using BEM in [Afanasiev at al 1986, Terentiev at al 1987]. The wave breaking has been considered other methods in [Grilli 1991; Haack at al 1991; Petrov 1996]. A moving of free boundary has been investigated intensively in [Afanasiev & Samoylova 1995, Afanasiev & Stukolov 2000, Afanasiev & Gudov 2001].

Fig. 8 shows a breaking of wave behind the semi-cylinder which moves along the bottom with constant speed from initial quiescent state.

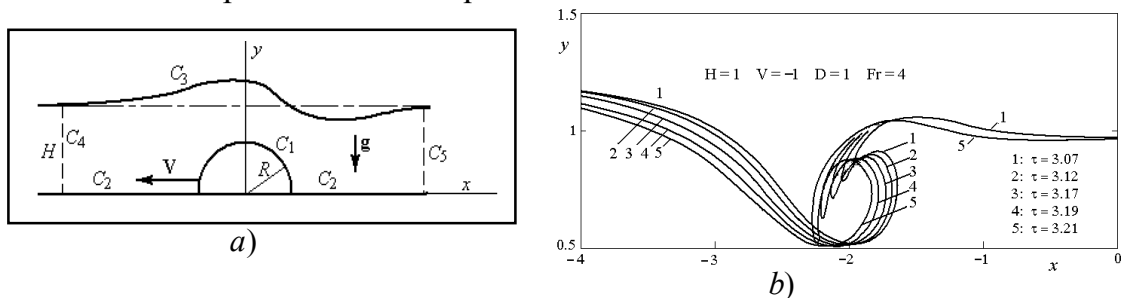


Fig. 5. Moving of the semi-cylinder in the gravity fluid:
a) the sketch of moving; b) breaking wave behind the cylinder

It should be noted, that the BEM allows to computing the breaking wave almost to contact with another part of the free bounder. But it is quite impossible computing further

deformation of the free boundary.

4.5. Three-dimensional deformations of a gas bubble near the wall

Two-dimensional and axial symmetric deformation of bubbles is investigated quite well [Afanasiev et al 1989, Afanasiev & Stukolov 2002]. The above-mentioned equations and procedure are acceptable for three-dimensional bubbles as well. In that case, it makes some difficult dividing the boundary into a set of cells and the tangent components of velocity. All problems have been overcome in [Afanasiev & Grigoriev 2002].

Neglecting gas diffusion through the bubble boundary, the pressure in the bubble is defined as

$$p_{\Gamma} = p_v + p_0 \left(\frac{V_0}{V(t)} \right)^{\gamma} \quad (4.8)$$

Here p_v is a vapor pressure in the bubble, p_0, V, V_0 is the initial gas pressure in the bubble, bubble volume and initial bubble volume respectively, γ is an adiabatic index.

Let Eq. (4.4) is transformed to

$$\frac{d\varphi}{dt} = 1 + \frac{1}{2} |\nabla \varphi|^2 - \alpha z - \beta \left(\frac{V_0}{V} \right)^{\gamma}, \quad (4.9)$$

where $\alpha = R_m \rho g / \Delta p$ is buoyancy coefficient, $\beta = p_0 / \Delta p$, $\Delta p = p_{\infty} - p_v$, ρ is mass density, p_{∞} is the pressure at infinite-remote point of the fluid and R_m is maximal radius of the bubble on its explosion in infinite imponderable; R_m and $\sqrt{\Delta p / \rho}$ are taken as scale quantities.

Accurate calculation of time step and velocity vectors on the bubble surface is very important for obtaining an accurate and stable solution. The time step Δt is carefully chosen to restrict maximal travel of the nodes on the bubble surface for one time step

$$\Delta t = \theta * l_{\min} / \max_i |\Delta \varphi(\bar{x}_i, t)|,$$

where θ - mesh type coefficient, l_{\min} - minimal rib height. Not orthogonal and not homogeneous mesh becomes complicated velocities calculating. Consider by turns all the elements surrounding i -node to calculate $(\varphi_{xi}, \varphi_{yi}, \varphi_{zi})$. The boundary element is chosen as triangular element sides adjoining to i -node as two tangential directions \bar{s} and $\bar{\tau}$. Tangential velocities $\partial \varphi / \partial s$ and $\partial \varphi / \partial \tau$ are calculated as finite differences. The normal vector at the node is calculated by averaging the normal vectors of surrounding elements. Normal velocity $\partial \varphi / \partial n = q$ is computed from equation (4.2). Then the vector-speed is rearranging for Cartesian coordinates $(\partial \varphi / \partial x, \partial \varphi / \partial y, \partial \varphi / \partial z)$.

The algorithm scheme for iteration (4.7) is valid in this case also. The numerical convergence has been tested and confirmed by using various mesh sizes and time steps. The present results have been found in a good agreement with Rayleigh solution for a spherical cavitation bubble. The one has a good agreement with experiment results. The calculating of the bubble dynamics in infinite imponderable fluid with different coefficient β is other excellent possibility for numerical algorithm examination. In this case spherical bubble of initial radius R_m decreases for small radius

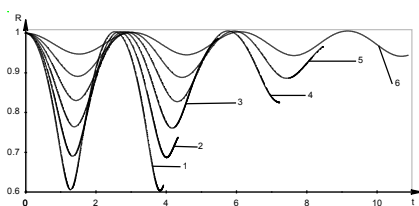


Fig. 6: The bubble radiuses as function of time for different β
(1 - $\beta=0.4$, 2 - $\beta=0.5$, 3 - $\beta=0.6$,
4 - $\beta=0.7$, 5 - $\beta=0.8$, 6 - $\beta=0.9$)

R_{\min} . Minimal radius R_{\min} is arisen trough coefficient β as follows [Levkovsky 1973] ($\beta > 0.3$)

$$R_{\min} \approx 3\beta / (1 + 3\beta - \beta^{3/2}).$$

After that the bubble increases again for maximal radius R_m . Theoretically, the one may pulsate unlimitedly, in case our numerical modeling bubble performs from one to four full pulsating before the breaking of its spherical symmetry. In case of axis-symmetrical modeling we can successfully contend with this numerical instability by smoothing. There are analytical and numerical quantities of minimal radiuses of the bubble for two the first collapse phases for different quantities of β and scaled lifetime of the one at table 1. The bubble radiuses as function of time for different β are shown in Fig. 6.

Table 1

Analytical and numerical minimal radiuses for two first pulsating and scaled lifetime of the buoyant gas bubble in infinite imponderable fluid

β	R_{anal}	$R_{\min 1}$	$R_{\min 2}$	t_{end}	β	R_{anal}	$R_{\min 1}$	$R_{\min 2}$	t_{end}
0.4	0.6163	0.6056	0.6031	4.9129	0.7	0.8352	0.8304	0.8274	7.2098
0.5	0.6988	0.6898	0.6870	4.3220	0.8	0.8940	0.8912	0.8885	8.4509
0.6	0.7707	0.7638	0.7607	5.4710	0.9	0.9486	0.9473	0.9456	10.890

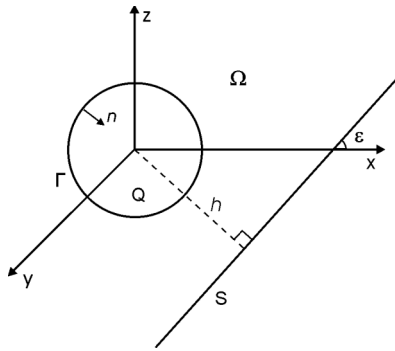


Fig.7. Initial location of the bubble and the wall

4.6. Deformation of the bubble close to the wall

For the purpose of mutual influence of the wall and gravity forces, some results of a bubble deformation are presented. For all examples, $\beta = 100.0$ and $\gamma = 1.4$. The initial location of the bubble and the wall is shown on Fig. 7. The gravity acceleration is directed downward.

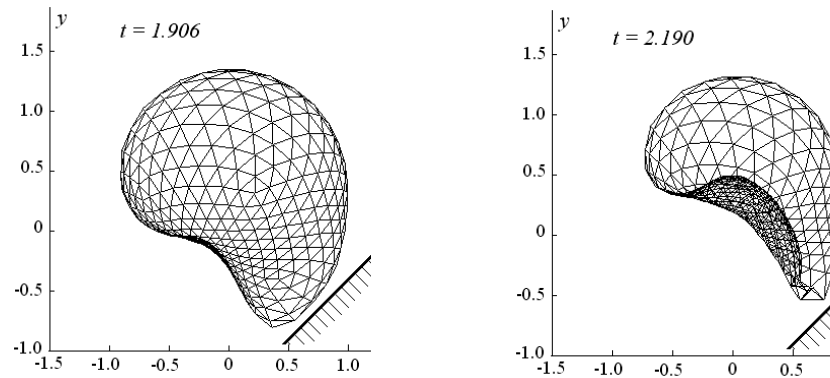


Fig. 8: The collapse of a buoyant gas bubble near a wall for $\epsilon = \pi/4$, $h = R_m = 1$ $\alpha = 0.2$, $\beta = 100$

Some results of a buoyant gas bubble near a wall are depicted on Figs 7-14. Fig. 11 shows a collapse of the gas bubble near the inclined wall. This problem using another numerical method was solved in [Wang 1998]. Both results are in a good agreement.

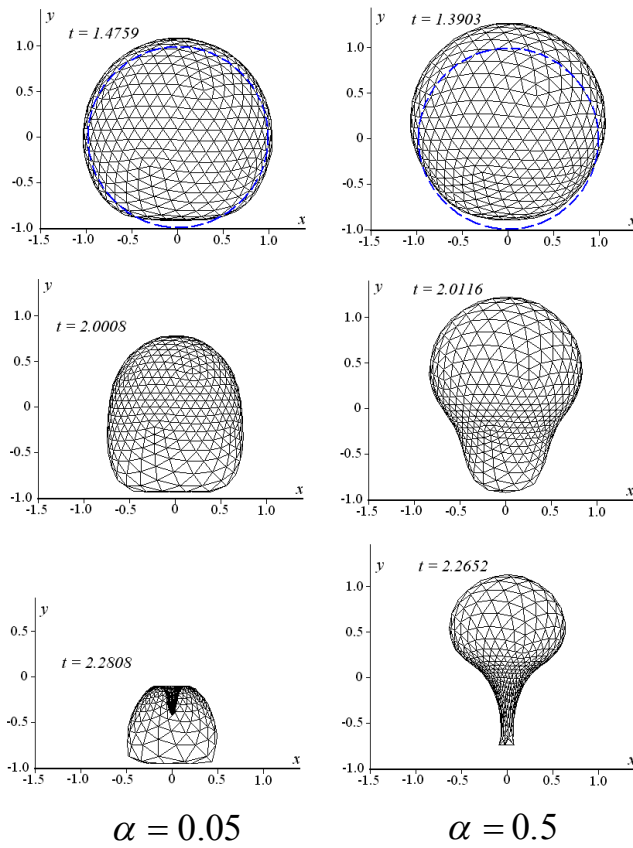


Fig. 9: The collapse of a buoyant gas bubble near the horizontal wall:

$$\varepsilon = 0 \quad h = R_m = 1 \quad \beta = 100$$

The most unusual case is the bubble above a horizontal wall $\varepsilon = 0$ (Fig. 9). If the buoyancy coefficient is small, $\alpha = 0.05$, an influence of the wall prevails. The bubble is flattened against the wall on the growth phase and acute jet directed toward the wall is formed on the collapse phase.

Unfortunately the thin and acute jet promotes numerical instability and premature distraction of computing. The greater buoyancy coefficient increases, the smaller wall influences on the flow structure. Namely for $\alpha = 0.2$, one can see an approach of small jet directed opposite to gravity vector in spite of the influence of close disposed wall. If the acceleration of gravity is directed not exactly toward the wall there are no so strong changes on flow structure and bubble dynamics on increasing of buoyancy parameter α .

In case of vertical wall the jet is opposite to gravity vector and is deflected by the wall (Fig. 10). In $\alpha = 0.2$ case jet is formed in described direction but jet has greater volume and smaller maximal velocity. It is possible that jet velocity is smaller because in $\alpha = 0.2$ case computing is breaking before jet touches an opposite boundary of the bubble.

PART II. PARTICLE MOVING METHODS

The particle is regarded as a point which possesses a mass and is determined by Lagrange variables. Just above-mentioned displacement determines a moving of particles on free boundary. A combined method mesh and finite particles has been proposed in [Belozerkovsky & Davidov 1982] and was used for investigation of entry of a disc into water [Terentiev & Chechnev 1985]. But the method based on fixed meshes which make difficult considering of large deformation of free boundary. Recently, some meshfree methods attract attention of scientists [Afanasyev 2007]. One of them is smoothed particle method (SPM) which was proposed in [Lucy 1977].

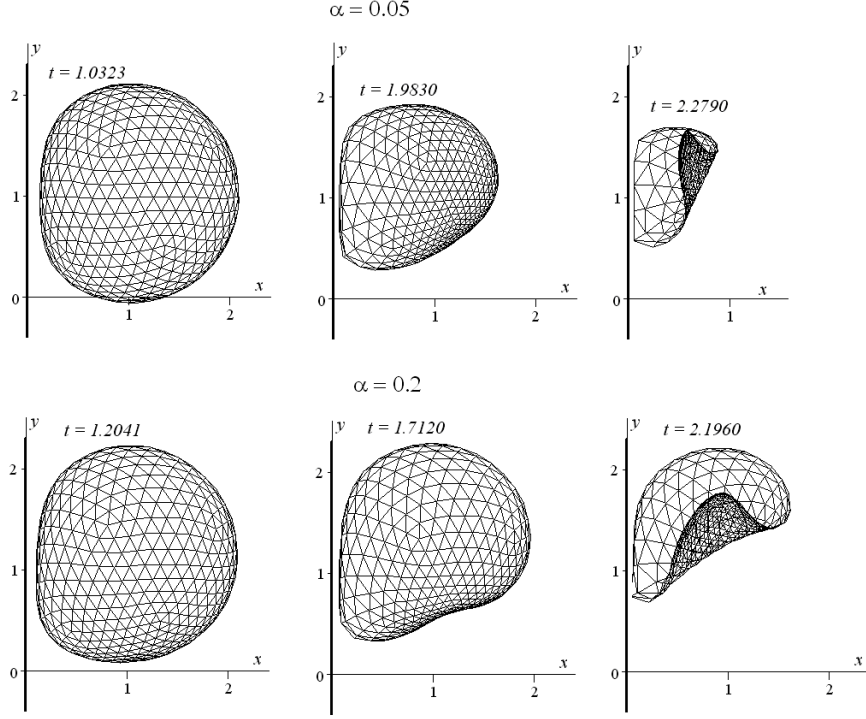


Fig. 10: The collapse of a buoyant gas bubble near the horizontal wall: $\varepsilon = 3\pi/2$, $h = R_m = 1$, $\beta = 100$

5. SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS

5.1. SPH method

The major idea of the SPM is discretization of a fluid domain, Ω , by a set of Lagrangian particles, which can be considered as small liquid volumes and do not require any connections between each other. For the functions, included in the equations of motion, the integral approximation is used:

$$f(r) = \int_{\Omega} f(r') \delta(r - r') dr', \quad (5.1)$$

where δ is the Dirac delta function.

For numerical simulation the δ -function is substituted with a certain function, $W(r - r', h)$, referred as the kernel function and having a compact support domain, while the integral is approximated by the summation [Monaghan 1992]:

$$f_s(r) = \sum_{i=1}^n f_i \frac{m_i}{\rho_i} W(r - r_i, h), \quad (5.2)$$

where r_i, m_i, ρ_i are the position vector, mass and density of the i -th particle, respectively, and n is the number of particles neighboring the i -th one. Two particles i and j are called neighboring or interacting, if the distance between them doesn't exceed $(h_i + h_j)$. The value $(h_i + h_j)$ is a support domain of the kernel function, W and h_i , are called the smoothing length of the i -th particle and determines the radius of its interaction with the neighbors. Usually polynomial splines are used for W . It follows from (5.2) that the function gradient is expressed as

$$\nabla f_s(r) = \sum_{i=1}^n f_i \frac{m_i}{\rho_i} \nabla W_r(r - r_i, h). \quad (5.3)$$

5.2. Kernel function

Kernel function is very important in the SPH method. Both consistency and stability of the method depend on the function selection. For numerical simulation using the SPH many different kinds of the kernel function are applied, beginning with the Gaussian function, and finishing with splines of different orders. Beside, the already known kernel functions one can develop the own ones, but should follow the minimum requirements as

$$W(\bar{r}, h) = 0, \bar{r} > h, \int_{\Omega} W(\bar{r}, h) dr = 1, \lim_{h \rightarrow \infty} W(\bar{r}, h) = \delta(\bar{r}).$$

where Ω - flow domain; $\bar{r} = |r - r_i|, q = \bar{r} / h$.

Beside the above mentioned requirements, some additional conditions can be imposed on the kernel function for better stability of the method and higher order consistency. Such additional conditions and the ensuing ways of constructing the kernel functions resulted, for instance, in appearance of the RKPM (Reproducing Kernel Particle Method) [Liu 1997].

For the problems, considered in this paper, the classic Monaghan cubic spline was applied [Monaghan 1992]:

$$W(\bar{r}, h) = \frac{15}{7\pi h^2} \begin{cases} 2/3 - q^2 + q^3 / 2, & 0 \leq q \leq 1; \\ (2 - q)^3 / 6, & 1 \leq q \leq 2; \\ 0, & q \geq 2. \end{cases} \quad (5.4)$$

5.3. Governing equations

Motion of a Newtonian viscous fluid in a certain domain Ω is described by the Navier-Stokes and continuity equation

$$\rho \frac{dv^n}{dt} = \rho F^n - \frac{\partial p}{\partial x^n} + \mu \frac{\partial}{\partial x^k} (T^{nk}), \quad \frac{d\rho}{dt} = -\rho \frac{\partial v^k}{\partial x^k}. \quad (5.5)$$

where $n, k = 1, 2, 3$ are numerical superscripts of the coordinates, v^n and F^n are the components of velocity vector and the gravity force, respectively; the component of the viscose stress tensor is

$$T^{nk} = \frac{\partial v^n}{\partial x^k} + \frac{\partial v^k}{\partial x^n} - \frac{2\nabla \cdot \mathbf{v}}{3} \delta^{nk}. \quad (5.6)$$

Besides, it is assumed the moving of the fluid to be adiabatic process in the form of Theta [Cole 1950]:

$$p = B \left[\left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right]. \quad (5.7)$$

where B is volumetric expansion, ρ_0 is initial density, $\gamma = 7$ is adiabatic exponent.

The coefficient B for dam breaking with initial hight, H , is [Monaghan 1994]:

$$B = 200 \rho_0 g H / \gamma. \quad (5.8)$$

Due to approximations (5.2) and (5.3), equations (5.5) and (5.7) may be written in digital form. For stabilization of the equation set an additional term Π_{ij} , called artificial viscosity, is included to the right part of that digital equations [Brebbia 1984]:

$$\Pi_{ij} = \begin{cases} (-\alpha c_{ij} \sigma_{ij} + \beta \sigma_{ij}^2 / \rho_{ij}, & v_{ij} \cdot r_{ij} < 0); \\ 0, & v_{ij} \cdot r_{ij} < 0, \end{cases} \quad (5.9)$$

where

$$\sigma_{ij} = h v_{ij} r_{ij} / (r_{ij}^2 + \eta_i^2), \quad \eta_i^2 = 0.001 h_i^2, \quad v_{ij} = v_i - v_j, \quad r_{ij} = r_i - r_j,$$

$c_{ij} = (c_i + c_j) / 2$ is the average sound speed at the particles i and j ,

5.4. Solid boundaries conditions

There are many different ways of imposing conditions on solid boundaries, the most common of which is the virtual particle method. Monaghan used virtual particles, locating them along the solid boundary in one layer. These particles carry no physical characteristics unlike inner fluid particles, however, they interact with the latter by means of a certain interaction potential. The selected potential is included as an additional body force into the equations of motion. The most common potential used in the Smoothed Particle Hydrodynamics is the Lennard-Jones potential [Monaghan 1994]:

$$U(r) = \frac{D}{r} \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^{12} + \left(\frac{r_0}{r} \right)^6 \right], \quad (5.10)$$

where D is the depth of potential well, r_0 is interaction radius. The potential is two-parameter, what allows independently setting any two properties of the fluid. This method of imposing boundary conditions is applied in the paper for simulation of model problems.

5.5. Time integration

For time integration of the obtained ordinary differential equations, as in [Liu & Liu 2003] the leap-frog algorithm is used:

"Prediction":

$$\begin{cases} \rho_i^n = \rho_i^{n-1/2} + (\Delta t / 2)(d\rho_i^{n-1} / dt); \\ v_i^n = v_i^{n-1/2} + (\Delta t / 2)(dv_i^{n-1} / dt). \end{cases} \quad (5.11)$$

"Correction":

$$\begin{cases} \rho_i^{n+1/2} = \rho_i^{n-1/2} + \Delta t (d\rho_i^n / dt); \\ v_i^{n+1/2} = v_i^{n-1/2} + \Delta t (dv_i^n / dt); \\ x_i^{n+1} = x_i^n + \Delta t (v_i^{n+1/2} / dt). \end{cases} \quad (5.12)$$

The first time step:

$$\begin{cases} \rho_i^{1/2} = \rho_i^0 + (\Delta t / 2)(d\rho_i^0 / dt); \\ v_i^{1/2} = v_i^0 + (\Delta t / 2)(dv_i^0 / dt); \\ x_i^1 = x_i^0 + \Delta t (v_i^{1/2} / dt). \end{cases} \quad (5.13)$$

The time step is selected by the Courant-Friedrichs-Lewy condition [Morris 1997]:

$$\Delta t \leq C \frac{\min_i(h_i)}{\min_i(c_i + \|v_i\|)}, \quad (5.14)$$

where h_i , c_i , v_i – smoothing length, sound speed and velocity of the i -th particle, accordingly. The constant $C \in (0, 1)$, namely, the stable calculation is observed if $C = 0.3$.

5.6. Droplet problem (testing of the method)

Consider the droplet problem [Ovsyannikov 1977] for testing the SPH-method. The problem is formulated as follows: at the initial moment the calculation domain is a circle of the

radius $R = 1m$ containing the incompressible fluid. Deformation of the circle into an ellipse starts under the influence of initial velocity distribution in the absence of external forces. To provide incompressibility it is required that the area of the ellipse remains constant, i.e. $ab = 1$ throughout calculation, where a and b are semi-axes of the ellipse. This problem has analytical solution [Ovsyannikov 1977].

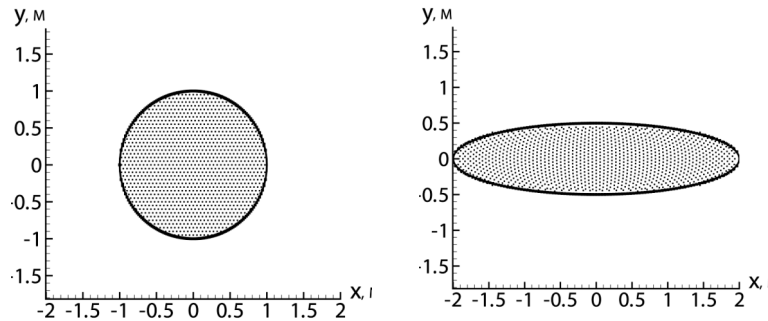


Fig. 11: Droplet problem

The comparison between results, obtained using the SPH and analytical method, is represented on Fig. 11. For numerical simulation of the problem by the SPH method the following values are used: $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$ (initial density of the particles); $c_0 = 1440 \text{ m/s}$ (sound speed); $\alpha = 0.1$, $\beta = 0$ (constants in the formula of artificial viscosity (5.9)). It was used irregular distribution providing the equal number of particles neighboring the given one in different directions.

Fig. 11 shows that the results of calculations by the SPH are in good accordance with analytical data. The difference between the numerical and the analytical solutions doesn't exceed 0.5 %. More detailed testing of the method and solution of some model problems are provided in the paper [Afanasiev at all 2006].

6. EXAMPLES OF NUMERICAL COMPUTING

The same values of c_0 , α , β are used below. Besides, $r_0 = dx$ (interaction radius for the Lennard-Jones forces), where dx - initial distance between the particles; $D = 0.049$ (depth of the potential well). The time step is selected using the CFL condition (5.14). For imposing the solid boundaries conditions the Monaghan virtual particles are used.

6.1. Dam breaking

In this problem the fluid column of the density $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$, viscosity $\mu = 10^{-3} \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ and the zero initial velocity field starts breaking under gravity at the moment $t = 0$. Fig. 12 shows the flow patterns for different moments with 900 particles.

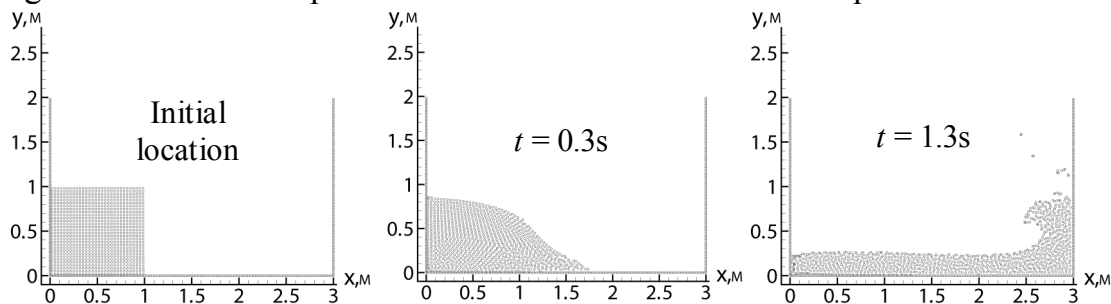


Fig.12: Dam breaking (N = 900)

6.2. Fluid-fluid interaction

Two fluid columns located at opposite sides of a tank start breaking under gravity at the

moment $t = 0$. In a certain moment the fluid flows come into collision and start interacting. The dynamic viscosities of the both fluids are the same and equal to $0.5 \text{ kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$. The initial densities of the fluids are $\rho_{01} = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$ and $\rho_{02} = 2000 \text{ kg}/\text{m}^3$. In the calculation the fluid columns are simulated with 900 particles each, the solid boundary consists of 661 Monaghan virtual particles.

Fig. 13 represents the flow patterns at different time moments. The obtained results show that the SPH method is an efficient tool for numerical simulation of multiphase fluid flows as well.

6.3. Cavity collapse

The problem of a cavity flapping on the free surface is of interest to the researcher because during the flapping process a cumulative jet of fluid with high velocity and complex geometry is formed and the given phenomenon becomes difficult for mathematical modeling. This problem was first formulated by M.A. Lavrentiev and investigated by V.K. Kedrinski with the EGDA method [Kedrinskij & Lavrentiev 1983].

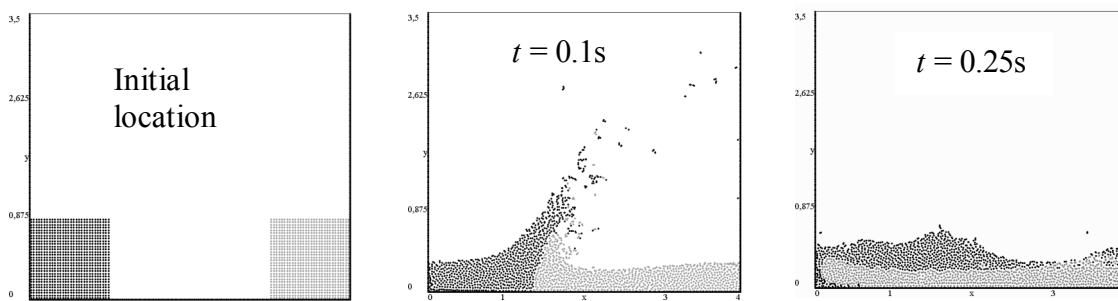


Fig. 13: Fluid-fluid interaction

Cumulating effects arising during underwater explosions were discussed by Kedrinski in his review [Kedrinsky 2000]. The applicability of the boundary element method on the basis of the third Green formula for solving these problems is considered in [Terentiev and Afanasiev 1987]. Despite the long history, this problem is still interesting to both native and foreign researchers [Kedrinsky 2000; Tuck 2000].

Below, the three-dimensional problem is considered. At the initial moment a semicircular cavity is located on the free surface of inviscid liquid, filling a tank; the initial density $\rho = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$. The cavity starts collapsing under gravity at the initial time $t = 0$. The results of numerical simulation are provided for 9625 particles. To verify reliability of the obtained results we compared them with the ones obtained with Boundary Element Method.

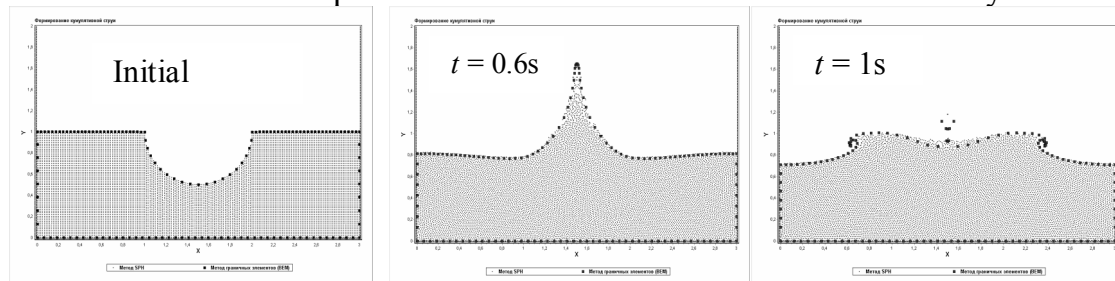


Fig. 14: Cavity collapse (the dots correspond to BEM)

Fig. 14 presents comparison of the results of numerical simulation: the particles, location of which is found by the SPH method; the boundary nodes found by the Boundary Element Method – black dots.

6.4. Drop falling

The problem is formulated as follows: a circular drop 0.01 m in diameter falls with the initial velocity 2 m/s into the water in a tank. The initial density of the drop and the fluid in the tank is $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$; the viscosity is $\mu = 10^{-3} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$. A series of calculations was performed for different number of particles and different time steps. The fluid in the tank and the drop are simulated by 5400 and 139 particles, respectively. Fig. 15 presents flow patterns for different moments.

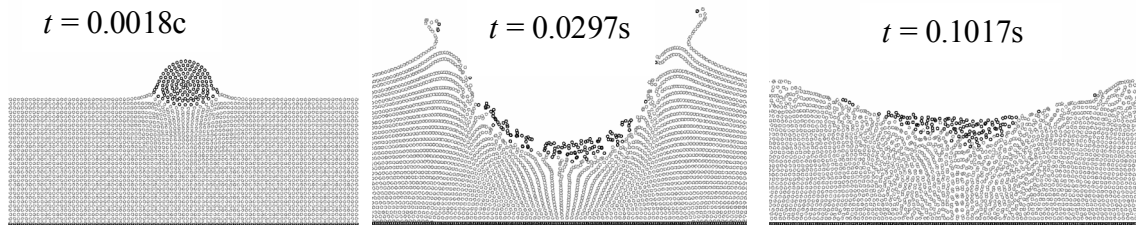


Fig. 15: Drop falling

6.5. Dam breaking with inclined boundary

The given problem is one of classic model of free surface problems, which is used for verification of Lagrangian particle methods. The solid boundary geometry and the initial position of the fluid column are presented on Fig. 15. The left boundary is set in the interval $[0, 0.15] \text{m}$, the right one is $[-h, 0.15] \text{m}$, the horizontal boundaries of the bottom is $[0, 0.1] \text{m}$ and $[0.3, 0.4] \text{m}$; the inclined boundary is set in the interval $[0.1, 0.3]$. The initial height and width of the fluid column are equal to 0.1m. The dynamic viscosity is $\mu = 0.5 \text{ kg/(m}\cdot\text{s)}$ and the initial density of the fluid is $\rho_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$. The calculations are performed for 2500 particles.

The same problem has been considered using another method in [Cueto-Felgueroso et al 2004]. For comparison, both results are depicted on Fig. 16. One can see from Fig. 16a a good coincidence between both methods.

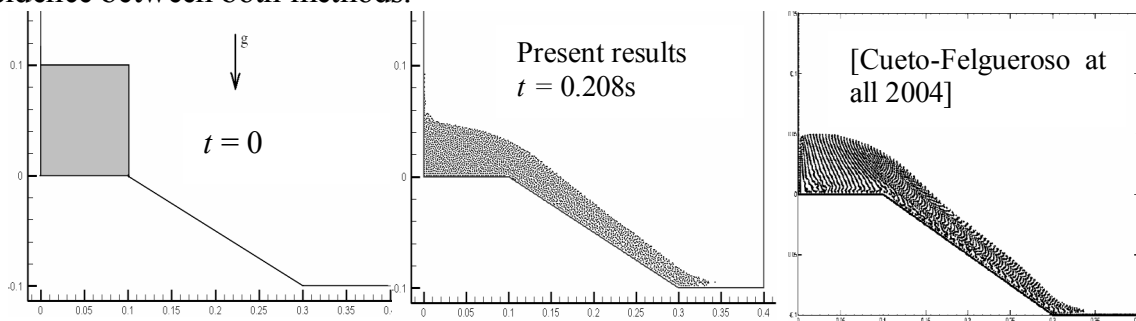


Fig. 19: Fluid spreading on the inclined plane

7. CONCLUSION

The above mentioned examples are evidence of high efficiency of BEM and offered algorithms of computing. One may conclude that practically all problems of steady as well as unsteady flows of inviscid fluid can be solved numerically by sufficient high precision. The methods can be applied to numerical solving of poly-harmonic equations, and so other problems of continuum mechanics (hydrodynamics, theory of elasticity, filtration etc) can be calculated similarly.

Presented here examples show a high efficiency of SMH-method. The method may be applied to investigation wide problems of unsteady flows.

ACKNOWLEDGMENTS

The methods which involve the authors have been supported by the Russian Fund of Basic Researches (Project № 08-01-97012 p_Povolgie_a).

The authors would like to thank S. Stukolov and all graduate students in Cheboksary Polytechnic Institute of Moscow State Open University and Kemerovsky State University for providing some of the recent results presented in this paper.

REFERENCES

1. Gosman A.D., Pun W.M., Runchal A.K., Spalding D.B., Wolfshtein M., 1969. *Heat and mass transfer in recirculating flows*. Academic Press, London-New York.
2. Anderson D.A., Tannehill J.C., Pletcher R.H., 1984. *Computational fluid mechanics and heat transfer*. Hemisphere Pub. Corp. New York.
3. Brebbia C.A., Telles J.C.F., Wrobel L.C., 1984. *Boundary Element Techniques*. Springer-Verlag, Berlin.
4. Terentiev A.G., Afanasiev K.E., 1987. *Numerical methods in hydrodynamics*. Cheboksary, Press Chuvash State Univ. (in Russian).
5. Terentiev A.G., 2005, Numerical modeling of cavitating flows// *Proc. Int. Conf. on Fast Sea Transportation FAST'2005b*, St.Petersburg, Russia.
6. Terentiev A.G., 2007, Numerical Solution of Biharmonic Equation// *Proc. of 9th Int. Workshop on Computer Science and Information Technologies (CSIT'2007)*, Vol. 1. USATU, Ufa, pp.251-254.
7. Terentiev A.G., 2007a, Numerical modeling in hydrodynamics// *Proc. Int. Conf. Sub-Sea Technologies, SubSeaTech '2007*, St.Petersburg, Russia.
8. Terentiev A.G., Pavlova N.A., 2006, Numerical analyses of cavitating flows by direct iterative manner// *Proc. Int. Symposium on cavitation, CAV 2006*, rep. 32.
9. Afanasiev K.E., Gudov A.M. 2001. *Informational technology in numerical calculation*. Kemerovo, Press Kemerovsky State Univ (in Russian).
10. Afanasiev K.E., Iliasov A.E., Makarchuk R.S., Popov A.Y., 2006. Numerical simulation of free surface flows by the SPH and MPS. // *Computational Technologies*. - Volume 11, N 9, P. 26-44 (in Russian).
11. Terentiev A.G., 2007b. Boundary value problems in the theory of polyharmonic functions and numerical solution// *In Book "Innovation in the Education*. Moscow, MGOU, pp. 194-199.
12. Afanasiev K.E., Samoylova T.I. 1995. A technical using of BEM in problems of free boundaries// *J. Computing technology*, Novosibirsk, 7, pp.19-37 (in Russian).
13. Afanasiev K.E., Stukolov C.V. 2000. Numerical simulation of interaction between solitary wave and bodies// *J. Computing technology*, Novosibirsk, V. 4, 6, pp.3-15 (in Russian).
14. Afanasiev K.E., Grigorieva I.V. 2002. The investigation of buoyant gas bubble dynamics near an inclined wall// *Proc. HSH2002 "High speed hydrodynamics"*, Cheboksary, Russia, pp. 111-118 (in Russian).
15. Lucy L.B. 1977. A numerical approach to the testing of fusion process// *The Astronomical Journal*, 82/12, 1013-1024.
16. Gingold R.A., Monaghan J.J. 1977. Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181, 375-389.
17. Monaghan J.J., 1992. Smoothed particle hydrodynamics// *Ann. Rev. Astron and Astrophysics*, 30, 543-574. Liu W.K., Jun S., Sihling D.T., Chen Y., Hao W., 1997. Multiresolution Reproducing Kernel Particle Method for Computational Fluid Dynamics // *Int. Journal of Numerical Method in Fluids*, 24, 1-25.

18. Monaghan J.J., Thompson M.C., Hourigan K., 1994. Simulation of free surface flows with SPH// *Journal of computational physics*, 110, 399-406.
19. Liu G.R., Liu M.B., 2004. *Smoothed particle hydrodynamics: a meshfree particle method*, World Scientific.
20. Morris J.P., Fox P.J., Zhu Y., 1997. Modeling low Reynolds number incompressible flows using SPH // *Journal of computational physics*, 136, 214-226.
21. Cueto-Felgueroso L., Colominas I., Mosqueira G., Navarrina F. and Casteleiro M., 2004. On the Galerkin formulation of the Smoothed Particle Hydrodynamics method // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 60, 1475 - 1512.
22. Belozerkovsky O.M., Davydov Yu.M., 1982. *Method of finite particles in the gas dynamics: calculation, experiment*. M. Nauka, 391p. (in Russian).
23. Terentiev A.G., Chechnev A.V., 1985. Computer investigation of entry of the plate and the disc in a compressible liquid. *J. Izvestia AN SSSR, MGzG*, No 2, pp. 104-107, (in Russian).
24. Sidorov O.P. 1958. Solving of the problem of flow around axisymmetric body// *Annual of Kasan Aviation Institute (KAI)*. Kasan, KAI, pp. 23-42. (in Russian).
25. Guzevsky L.G. 1979 *A numerical analysis of supercavitating flows*. Novosibirsk, preprint, Inst. of Thermophysics, 40-79, 36 p.
26. Kinnas S.A. 1998 The prediction of unsteady sheet cavitation' (Inv. Lecture)// *Proc. of the 3rd Inter. Symp. on Cavitation*. Grenoble, France'98, V. 1, pp. 19-36.
27. Kirschner I.N., Fine N.E., Uhlman J.S., Kring D.C. 2001. Numerical modeling of supercavitating flows// *Proc. Supercavitating flows (RTO AVT/VKI Special Course)*, von Karman Inst. For Fluid Dynamics, Brussel.
28. Rusezky A.A., Zhuchenko, Dubrovin O.V., 1971. *Marine mover*. L. Press Sudostroenie.
29. Afanasiev K.E., Afanasieva M.M., Terentiev A.G. 1986. Investigation of evolutions of the free boundaries by moving of bodies in ideal fluid using the methods of finite and boundary elements// *Izvestia AN SSSR, MZhG*, 5, pp. 8-14.
30. Terentiev A.G., Afanasiev E.K., Afanasieva M.M., 1987. Simulation of unsteady free surfaces flow problems by direct boundary element method// *Proc. Advanced Boundary Element Method (Ed. T.A. Cruse)*, 1987, pp. 427-434.
31. Afanasiev K.E., Afanasieva M.M., Terentiev A.G. 1989. Deformation of gas bubbles// In book "Topical problems in hydrodynamics", pp.3-10.
32. Levkovsky L.V. *The structure of cavitation flows*, L., 1973, (in Russian).
33. Wang Q.X. 1998. The Evolution of a Gas Bubble Near an Inclined Wall // *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 12, pp. 29-51.
34. Grilli S.T., 1991. Wave motion and overturning induced by moving bodies: application to slender ship wave resistance// *Proc. Comp. Modelling of free moving boundary problems*. Vol. 1, Fluid flow, pp.75-90.
35. Haack C., Gravert P., Schlegel V. 1991. The modelling of extreme gravity waves: an approach towards a numerical wave channel// *Proc. Comp. Modelling of free moving boundary problems*. Vol. 1, Fluid flow, pp. 91-104.
36. Petrov A.G. 1996. Numerical and analytical methods of solution of flow problems with free boundaries// *Proc. of 4th Scientific School "High Speed Hydrodynamics"*, Cheboksary, Press Chuv. State Univ., pp. 125-129 (in Russian).
37. Cole R. Underwater explosions. - Moscow: Foreign Literature, 1950 [in Russian].

38. Ovsyannikov L.V. General equations and praxis / Problems of nonsteady fluid flow with free surfaces. - Novosibirsk: Nauka, 1967, P. 5-75 [in Russian]. Lavrentiev M.A., Shabat B.V. The problems of hydrodynamics and its mathematical models.- M.:Nauka, 1977, (in Russian).
39. Kedrinskij V.K. Lavrentiev M.A. 1984. Models in problems of the unsteady currents with free boundaries, Problems of mathematics and the mechanics, Novosibirsk: Science, pp.97-116.
40. Kedrinsky V.K., 2000. *Hydrodynamics of explosion. Experiment and models.* Novosibirsk, Press of Siberian RSA department, (in Russian).
41. Tuck E.O., 2000. Numerical solution for unsteady two-dimensional free-surface flows// *Proc. 11th Biennial Computational Techniques and Applications Conference*, ed. J. Noye et al., World Scientific, pp. 43-46.

SUPERCAVITATION FLOW APPLICATIONS

SAVCHENKO Yu.N. - Institute of hydromechanics of NAS of Ukraine
8/4, Zhelyabov str., 03057, Kiev, Ukraine

ABSTRACT

The supercavitation on a flat wall and the supercavitation on bodies of revolution are considered. Some results of theoretical and experimental investigations of using the supercavitation flows on hulls of moving vehicles with a purpose of reducing the hydrodynamic drag and increasing the velocity are given. Simple calculation formulae and computer programs for estimation of the obtained effect and energy consumption by providing the supercavitation flow regime are proposed.

INTRODUCTION

The supercavitation flows are widespread in technics, where they became a basis of elaboration of new technologies.

The wall supercavitation application in the friction drag reduction is very attractive since the hull surface part, which is covered by a supercavity, is excluded from the wetted surface, which is washed by the flow, and, hence, is not under the hydrodynamic drag action.

Computer programs give a possibility to simplify essentially a process of inscribing the vehicle into the cavity and to optimize the underwater motion parameters [1, 2].

1. THE WALL SUPERCAVITATION

1.1. A supercavity on a flat wall

A scheme of the wall supercavitating flow on the flat wall is shown in Fig. 1 and corresponds to the supercavitation flow in the upper half of the plane of the unbounded liquid flow around a flat plate cavitator.

The main parameters of the plane supercavity in the ideal fluid are determined by the relations [4, 21]:

$$\frac{L(\sigma)}{2h} = \frac{4}{(4+\pi)} \left\{ \left[\frac{(2+\sigma)}{\sigma} \right]^2 - \frac{1}{2} \ln 4 \left[\frac{(2+\sigma)}{\sigma} \right] - \frac{1}{4} \right\} \quad (1)$$

$$C(\sigma) = \frac{2\pi}{(4+\pi)} (1+\sigma) \quad (2)$$

where L is the supercavity length; $2h$ is the width of the flat cavitator (the plate); $\sigma = \frac{(P_0 - P_k)}{(\rho U^2)/2}$ is the cavitation number; P_0 is the pressure; P_k is the cavity pressure; U is the velocity; ρ is the water density; $C(\sigma)$ is the cavitator drag coefficient.

If one compares the cavitation drag of the flat cavitator

$$X_K = \frac{2\pi}{4+\pi} (1+\sigma) \frac{\rho U^2}{2} h L_K, \quad (3)$$

(here h is the cavitator thickness (height), L_K is the element of the cavitator length) and the hydrodynamic friction drag of the wall part covered by the supercavity,

$$X = \xi(\text{Re}) \frac{\rho U^2}{2} L(\sigma) L_K, \quad (4)$$

(here $\xi(\text{Re})$ is the friction drag coefficient [7]), then for the low cavitation numbers one can obtain the relation for estimation of the drag reduction from relations (3) and (4). The coefficient K shows a ratio of the cavitation drag and the friction drag of the part covered by the cavity with area $L^* L_K$

$$K = \frac{X_K}{X} = \frac{C_0(\sigma)}{\xi(\text{Re})} \frac{h}{L_K(\sigma)} \approx 0.2 \frac{\sigma^2}{\xi(\text{Re})}. \quad (5)$$

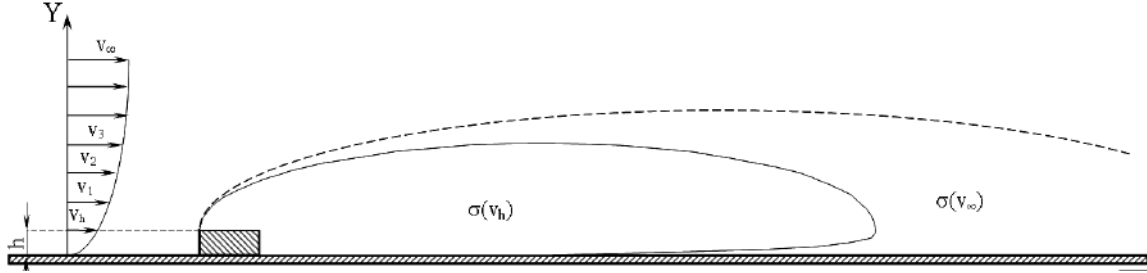


Fig. 1: The scheme of supercavitation flow around the wall cavitator in the boundary layer

It is visible from relation (5) that the drag reduction coefficient K depends on σ^2 and the following condition is the condition of the drag reduction presence (Fig. 2)

$$\frac{\sigma^2}{\xi(\text{Re})} < 5. \quad (6)$$

The boundary layer influence may be taken into account by averaging the dynamic pressure with respect to the cavitator height h in the conditions of the distributed velocity $v^2(y)$ in the boundary layer:

$$\frac{\bar{\rho} \bar{U}^2}{2} = \frac{1}{h} \int_0^h \frac{\rho}{2} v^2(y) dy = \frac{1}{h} \frac{\rho U^2}{2} \int_0^h \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{2}{7}} dy = \frac{\rho U^2}{2} \frac{7}{9} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{\frac{2}{7}},$$

(7)

where $v(y) = U \left(\frac{y}{\delta}\right)^{\frac{1}{7}}$ is the theoretical distribution of the velocity in the turbulent boundary layer on the smooth wall; δ is the boundary layer thickness [28, 5]. Taking into account the expression (7), one can introduce some effective cavitation number σ^* considering the velocity distribution in the boundary layer:

$$\sigma^* = \frac{P_0 - P_c}{\frac{\rho U^2}{2} \frac{7}{9} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{\frac{2}{7}}} = \sigma \cdot 1.28 \left(\frac{\delta}{h}\right)^{\frac{2}{7}}. \quad (8)$$

Then the expressions for the cavity length and the cavitator drag (1), (3) are given by

$$\frac{L}{h}(\sigma^*) = \frac{4.48}{\sigma^{*2}} = \frac{2.73}{\sigma^2} \left(\frac{h}{\delta}\right)^{\frac{4}{7}}, \quad (9)$$

$$X_K^* = 0.88 \frac{\rho U^2}{2} \cdot 0.78 \left(\frac{h}{\delta}\right)^{\frac{2}{7}} h L_K. \quad (10)$$

Choice of the cavitation number range for the wall supercavity and estimation of the friction drag reduction may be obtained from the relation

$$K^* = \frac{X_K^*}{X} = 0.2 \frac{\sigma^{*2}}{\xi(\text{Re})} = 1.64 \cdot K \left(\frac{\delta}{h}\right)^{\frac{4}{7}}. \quad (11)$$

The relations (8, 11) show that for the cavitator dimension $h = 2.38\delta$ the additional multiplier to the cavitation number becomes equal to 1 ($\sigma^* = \sigma$), and the boundary layer influence may be considered as negligible. If the cavitator is relatively small $h = 0.5\delta$, then the correction value becomes essential $K^* = 2.43K$. The performed estimation should be considered as ideal, without influence of other perturbations which may be visible in the example of the wall supercavity formation on the vertical wall.

1.2. The systems of wall supercavities

At presence of the flat film cavity the liquid flow does not interact with the wall, as a result the friction force is absent. In this case the condition of sliding is realized on the free boundary of the supercavity [24-27]. The sliding on the part with the supercavity restores the undisturbed velocity profile in the boundary layer that results in increasing the drag of the adjoining part located in the wake past the supercavity. The calculation method is based on the numerical solving the Prandtl equations in variables $u-\psi$, where u is the longitudinal velocity, ψ is the streamline function.

For the steady laminar plane flow of incompressible liquid the boundary layer equations is described in the Cartesian system of coordinates in variables $u-\psi$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (12)$$

where u is the velocity components in the projection onto the axis OX ; $\psi(x, y)$ is the streamline function satisfies the equation of continuity by definition

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (13)$$

v is the velocity component along the axis y ; μ is the dynamic viscosity coefficient; dp/dx is the longitudinal gradient of the pressure which is considered to be given.

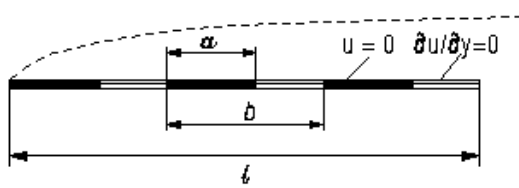


Fig. 3: The scheme of boundary conditions on the plate with the periods of sliding and adhesion

Fig. 3 shows the scheme of the boundary layer near the plate on which the conditions of adhesion and sliding are periodically given. On the length a of each period $b = l/M$, where M is the number of zones of adhesion and sliding of the liquid, the adhesion condition is performed

$$u = 0, \quad \psi = 0, \quad (14)$$

and on the length $b-a$ the condition of sliding is performed when the second shearing stress $\tau = \mu \partial u / \partial y$ is equal to zero, hence,

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0. \quad (15)$$

The ratio of the summary zone of sliding and the plate length is determined by the porosity parameter $S = \frac{b-a}{b}$, and the ratio $l/b = M$ characterizes the uniformity of the boundary conditions.

For the given pressure gradient dp/dx the boundary conditions (3) and (4) are sufficient for obtaining the solution of the boundary layer equations (1) and (2). The calculation zone along the axis OX is bounded by the plate length l , and in direction of the axis OY it is bounded by the value $h = \frac{5}{\sqrt{Re}} l$. Calculations of the plane-parallel laminar flow were performed in the range of Reynolds number from 10^3 to $5 \cdot 10^5$. The friction coefficient

$$c_f = \frac{2F}{\rho u_\infty^2 l}, \quad (16)$$

where the friction force $F = \sum_{i=0}^{M-1} \int_{ib}^{ib+a} \tau_0 dx$, and the friction stress on the wetted surface

$$\tau_0 = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\mu u_\infty}{l} \frac{U_2 - U_1}{Y_2 - Y_1};$$

on the sliding part the friction stress is equal to zero.

As a result of non-linearity of the boundary layer development, the parameter of the boundary condition uniformity M influences on the friction drag additionally to the porosity parameter.

The maximal value $b/l = 1$ corresponds to $M = 1$, i.e. the maximal gain in the hydrodynamic drag reduction may be obtained at maximal length of the sliding part on the plate. For this case the drag coefficient is determined analytically:

$$c_f = \frac{1.35}{\sqrt{Re}} \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{1.35}{\sqrt{Re}} \sqrt{1-S} \quad (17)$$

Fig. 4 shows the dependencies of the drag coefficient on the porosity parameter for various values of the parameter M .

As a result of the performed investigations the interesting non-trivial conclusions were obtained. They will be important for the next investigations.

* Both the surface porosity S and the parameter M influences on the drag coefficient value.

* The maximal gain in the drag reduction for the given porosity is realized at minimal parameter M .

* In the case of a lot of the modules ($M > 20$), which periodically realize the fluid sliding on the flowed surface, to reduce the drag on

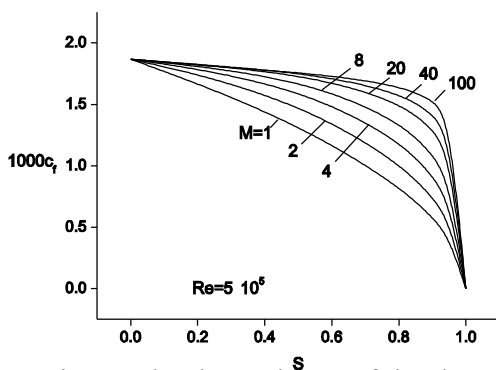


Fig. 4: The dependence of the drag coefficient on the porosity for various values of the parameter M

10% it is necessary that the surface porosity is no more 90%, whereas 30% of the porosity is sufficient for one module.

2. THE SUPERCAVITATION MOTION OF AXISYMMETRIC BODIES

For the shape and dimensions of the cavity formed by a disk, the Institute of hydromechanics of NAS of Ukraine has proposed the calculated formulae [6]:

$$R^2(x) = 3.659 + 0.847(\bar{x} - 2) - 0.236\sigma(\bar{x} - 2)^2, \quad (18)$$

$$R_c = \sqrt{3.659 + \frac{0.761}{\sigma}}; \quad L_c = 4 + \frac{3.595}{\sigma},$$

where $\bar{x} = x/R_n$; $\bar{x} \geq 2$; $0.01 < \sigma < 0.06$.

One has also the theoretical formulae by Carabedian

$$D_c = D_n \sqrt{\frac{C_x}{\sigma}}; \quad L_c = \frac{D_n}{\sigma} \sqrt{c_x \ln \frac{1}{\sigma}}; \quad \lambda = \frac{L_c}{D_c} = \sqrt{\frac{\ln \frac{1}{\sigma}}{\sigma}}.$$

In this specific case the formalization of the supercavitating hull dimensions should be performed by comparing the dimensions and volume of the hull and the calculated supercavity volume and dimensions. Taking into account that for high Froude numbers the supercavity shape is close to an ellipsoid of revolution, for the supercavity shape one can write the expression

$$r^2 = \frac{\left(\frac{L_c}{2}\right)^2 - x^2}{\lambda^2}. \quad (19)$$

Then the supercavity volume will be equal to

$$V_c = \frac{2}{3} \pi R_c^2 L_c = 0.67 \pi L_c^3 \lambda^2, \quad (20)$$

where $\pi R_c^2 L_c$ is the volume of the cylinder circumscribed around the elliptic supercavity; $V_c / \pi R_c^2 L_c = 2/3 = K_n$ is the coefficient of the supercavity fullness with respect to the circumscribed cylinder volume.

2.1. The supercavitation usage effectiveness

In the general case the calculation of hull drag related to the characteristic surface is not sufficient to estimate effectiveness of real weight transportation.

To know the energetic cost of the transportation of the displacement unit or the real weight is the more important. Therefore, the volumetric drag C_V related to the vehicle volume

$$C_V = \frac{2X}{\rho U_\infty^2 V^{2/3}} = \pi C_x \left(\frac{r^3}{V}\right)^{2/3}, \quad (21)$$

and aspect coefficient of energy inputs [8] $K = \frac{N}{Q} \left[\frac{\text{кБТ}}{\text{T}} \right]$ are used in shipbuilding (here, X is the drag; ρ is the water density; U_∞ is the velocity; V is the volume; Q is the displacement).

The calculations have shown that for slender cones ($\beta < 15^\circ$) when $\beta \leq 4.5^\circ$ the friction drag exceeds the pressure drag. The minimal coefficients of the volumetric

drag is attained at decreasing σ with using the cones with big angles β close to a disk ($\beta = 90^\circ$).

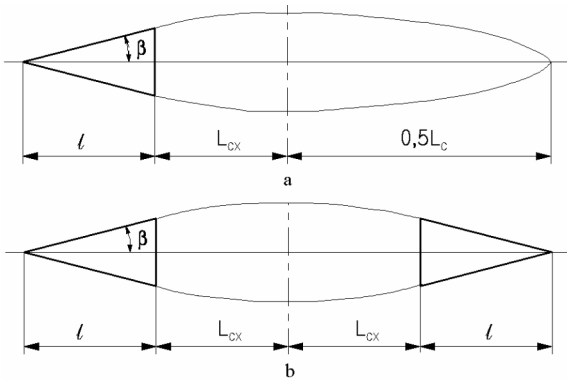


Fig. 5: The schemes of supercavitating flow:
a – Scheme 1 – “cone –cavity”;
b – Scheme 2 – “cone –cavity –cone”

friction drag X_F :

$$X = X_P + X_F = C_x(\beta; \sigma) \frac{\rho \cdot V^2}{2} \pi \cdot r^2 + C_x(\text{Re}) \frac{\rho \cdot V^2}{2} \frac{\pi \cdot r^2}{\sin \beta}. \quad (22)$$

For cones with big angles $\beta \rightarrow \pi/2$ the pressure drag X_P will be dominant, where the cone base area is taken as the characteristic surface.

For slender cones when $\beta \rightarrow 0$, the friction drag X_F will prevail, where the area of the lateral cone surface is the characteristic surface. Basing on the scheme of viscous liquid flow with the boundary layer formation (Fig. 6), the real flow will be pushed off from the cone surface on the distance of the boundary layer shift δ^* [2].

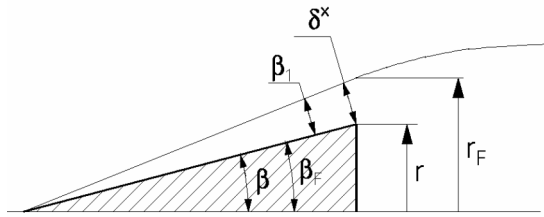


Fig. 6. The scheme of flow around the cone with the boundary layer formation
radius:

$$\beta_F = \beta + \beta_1 = \beta + \beta \frac{\delta^*}{r} = \beta + \frac{\delta^*}{l}; \quad r_F = r + \delta^*. \quad (23)$$

For example, for $\text{Re} = 10^5$ the additional angle $\beta_1 = 0.13^\circ$. In the supercavitation flow the pressure drag is considered as the cavitation drag. Then according to the theoretical and experimental investigations the drag coefficient $C_x(\beta; \sigma)$, which enters in expression (22), has the following structure [3 – 5]:

$$C_x(\beta; \sigma) = C_{x0}(\beta) \cdot (1 + \sigma), \quad (24)$$

where $C_{x0}(\beta)$ is the cone drag coefficient when $\sigma = 0$.

The dependence $C_x(\beta; \sigma)$ in the range $15^\circ < \beta < 90^\circ$ was studied sufficiently in detail in the L.G.Guzevski work [3]. For the small cone half-angles ($\beta < 15^\circ$) I.G. Nesteruk has proposed the formula [7]

$$C_{x0}(\beta) = -2 \cdot \beta^2 \left(\ln \frac{\beta}{2} + 1 \right). \quad (25)$$

With taking the expressions (23), (24) and (25) into consideration, the formula for the cone drag may be rewritten in the form

$$C_{x\Sigma} = -2 \cdot \beta_F^2 \left(\ln \frac{\beta_F}{2} + 1 \right) (1 + \sigma) + \frac{1.16}{\beta} C_{xp}(\text{Re}) \quad (26)$$

where $\beta_F = \beta + \bar{\delta}^*$, and $\bar{\delta}^*$ and C_{xp} are determined from the conditions [28]

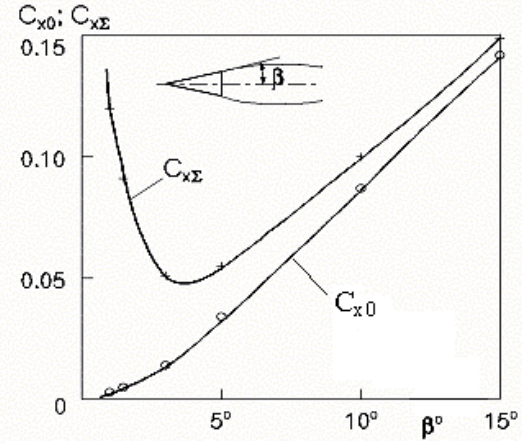


Fig. 7. The slender cone drag:
 C_{x0} is the pressure drag coefficient;
 $C_{x\Sigma}$ is the same with taking the viscous friction into account

$$\bar{\delta}_p^* = \frac{\delta_p^*}{x} = 0.02 \cdot \text{Re}^{-\frac{1}{7}},$$

$$C_{xp} = 0.0307 \cdot \text{Re}^{-\frac{1}{7}}.$$

The results of calculating the cone drag coefficient by formula (25) and (26) are shown in the graph in Fig. 7. The results of calculating the volumetric drag coefficient for both the schemes are graphically given in Fig. 8. It is possible for the bodies of revolution to define the cavitation application zone where $C_{VT}/C_{VC} \gg 1$, $\text{Re} \approx 10^8$:

where

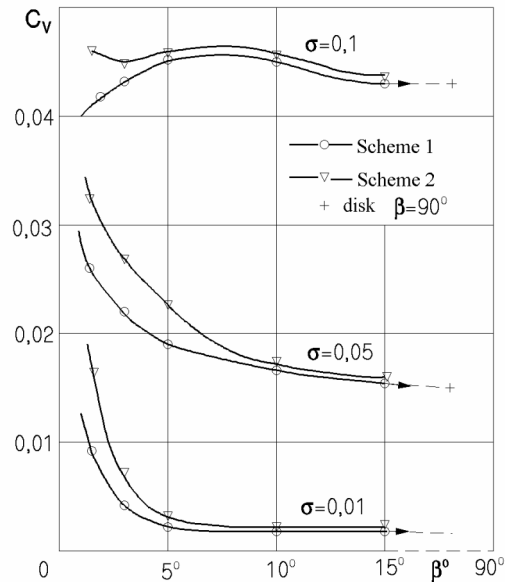


Fig. 8. The volumetric drag coefficient of schemes 1 and 2

$$\frac{C_{VT}}{C_{VC}} = \frac{0.0068}{\sigma} \sqrt{\dots}$$

$$C_{VT} = \frac{1.14 C_x(\text{Re}) 0.75 \pi L_c D_c}{V^{2/3}} = 0.0083 \sqrt[3]{\lambda}$$

is the drag coefficient of an ellipsoid of revolution which is equivalent to a supercavity:

$$C_{VC} = 1.21 \sqrt[3]{\frac{\sigma^4}{\ln \frac{1}{\sigma}}};$$

is the volumetric drag coefficient for a disk with a supercavity [7].

3. MANEUVERING AT THE SUPERCAVITATION FLOW

To ensure turning the hull with mass m along the circulation radius R with velocity U it is necessary to create the centripetal force F_C (Fig. 9):

$$F_C = \frac{mU^2}{R}$$

If in the supercavitation motion the hull interacts with the liquid by the nose and rear parts, then the centripetal force F_C has two components: nose F_{CN} and rear F_{CR} . In this case the turning will be realized under action of these two forces placing in the turning plane with the radius

$$R = \frac{mU^2}{F_{CN} + F_{CR}} = \frac{2\bar{\rho}V}{S_N C_{cN} + S_R C_{cR}},$$

where $\bar{\rho}, V$ are the density and volume of the hull; S_N, S_R are the characteristic areas and C_{cN}, C_{cR} are the coefficients of application of the nose and rear forces. In the supercavitation flow the characteristic areas S_N, S_R are in 2 ÷ 3 orders less than in the non-separated flow. Hence, the radius R at supercavitation will be correspondingly bigger.

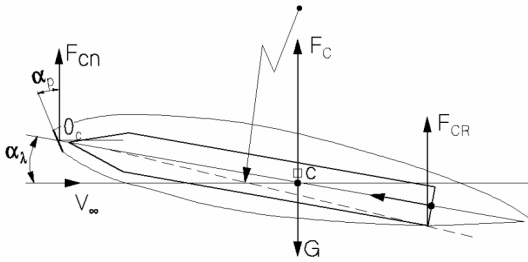


Fig. 9: The scheme of maneuvering

The rear lateral force F_{CR} forms simply owing to planing of the rear part of the hull along the cavity surface

$$F_{CR} = C_{CR}(\alpha, H) \frac{\rho U^2}{2} \cdot \frac{\pi D^2}{4},$$

where $C_{CR}(\alpha, H)$ is the coefficient of the lateral force of the planing rear part as the function of α and the rear edge immersion H . The lateral

force in the nose part, which is necessary for maneuvering, must be specially created. Applying the cavitators, which assume the angular deviation α or the shift relatively to the central axis of the cavitator, is the simplest method of its creation (Fig. 10).

The necessity of joining the many functions in the cavitator – the supercavity formation, maneuvering, hydroacoustics, water inlet complicates obtaining the general engineering solution, searching of which requires bulk of research works.

Fig. 11 shows the photograph of testing the cavitator, which joins functions of the water inlet, maneuvering and control of the cavity shape in the hydrotunnel.

Fig. 12 shows the scheme of a device for control of the supercavity dimensions at the constant cavitator diameter.

One can adduce the investigations of the force at planing of the cylindrical part of the hull along the supercavity surface as a case in point.

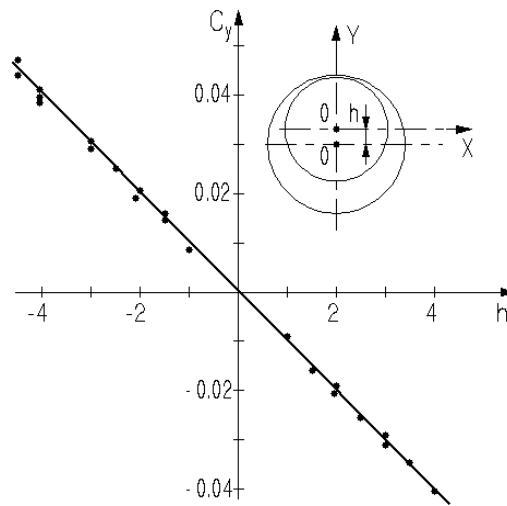
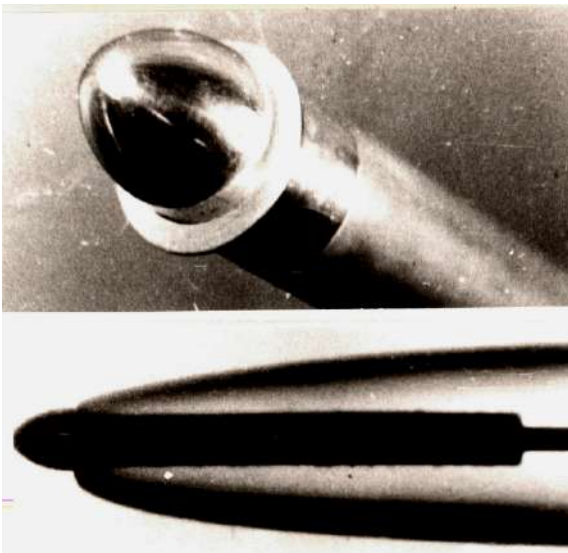


Fig. 10: The lift control device



Fig. 11: The lift control device by deviation angle α

The investigation of the cylinder planing along the supercavity surface is caused by the necessity of predicting the stable motion regimes and calculation of maneuvering of bodies of revolution in the supercavitation flow regime

The planning of cylinders and cones along the plane surface was investigated by theoretical and experimental methods by G.V.Logvinovich, E.V.Paryshev, A.D.Vasin, T.Kisenyuk [8-12].

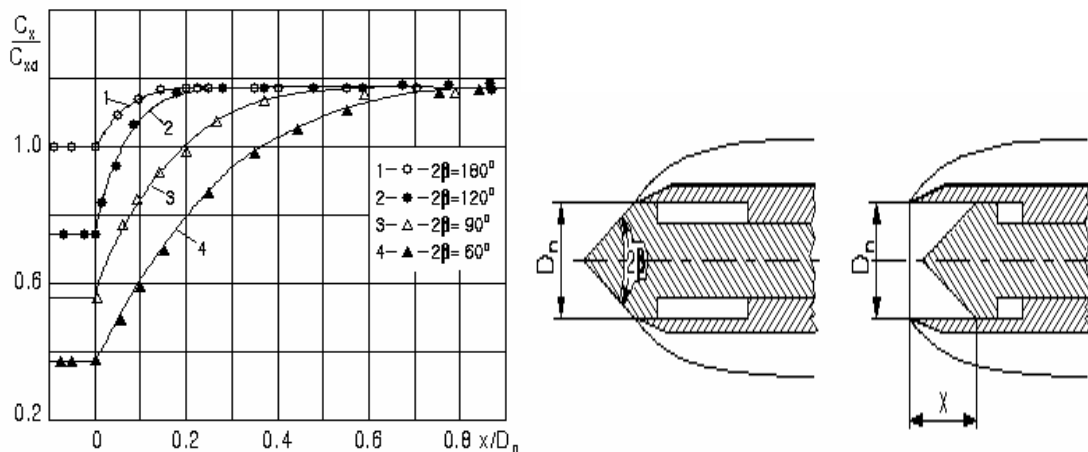


Fig. 12: The drag control device. Drag coefficient C_x versus stroke x/D_n for a family of cones $60^\circ < 2\beta < 180^\circ$, C_{xd} is the disk drag coefficient

It was found that the angle of attack α , the rear edge immersion H , the value of washing the cylinder surface S and raise of the free surface level [13] are the determining parameters at estimating the coefficients of the hydrodynamic forces acting onto the planing cylinder.

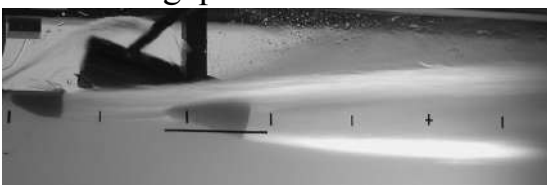


Fig. 13. The photo of the side view of the planing cylinder with diameter $D = 51.5$ mm in the supercavity hollow

The hollow having the semicircle section (Fig. 13) was formed on the open surface of the

hydrodynamic impulse tunnel to investigate the planing. This hollow corresponded to the lower part of the semi-cavity cut off by the horizontal plane along the cavitaor axis. In the middle part of the hollow, where the radial velocity is equal to zero, the measurements of the lift were performed for a series of planing cylinders at different immersions and angles of attack.

The results of the performed experiments for a family of the cylinder models with diameters $D = 20 \div 51.5$ mm have shown exact increasing of the lift with increasing the model scale and respective changing the Froude numbers $Fr = 13 \div 22$. For application of the experiment results for practical purposes we can recommend the approximation relation for planing along the plane surface:

$$\bar{F} = 0.8\alpha \cdot \bar{H} + 1.2 \cdot 10^5 \frac{(\alpha \bar{H})^2}{Fr^4},$$

where $\alpha = 1 \div 8^\circ$ in radians; $\bar{H} \leq 0.5$; $Fr_D > 10$.

According to the experimental results for planing of the cylinder along the supercavity surface the approximation formula is proposed to calculate the lift coefficients:

$$\bar{F} = 0.8\alpha \bar{H} + 10\bar{H}\alpha^2 \bar{D}^2, \text{ where } \alpha = 1 \div 10^\circ \text{ in radians;}$$

$$\bar{H} = \frac{2H}{D} < 0.5; \quad \bar{D} = D/D_B = 0 \div 0.9.$$

A comparison of the obtained results at planing of cylinders along the plane surface with results of other authors [8 – 12] showed good coincidence for corresponding values α, H, Fr .

4. POWER OF SUPERCAVITATION MOTION

In the supercavitation motion with constant velocity ($U = const$) the hull drag X must be balanced by the thrust T of the supercavitating vehicle propulsor:

$$X = C_X \frac{\rho U^2}{2} \pi R_n^2 = \sigma \cdot \frac{\rho U^2}{2} \pi R_c^2 = T, \quad (27)$$

where $C_X = 0.82(1 + \sigma)$ is the drag coefficient for a disk in the supercavitation flow; $S = \pi R_n^2$ is the area of the disk(cavitaor) surface area.

The jet propulsor thrust may be estimated by the formula

$$T = \dot{m}_p Q_p, \quad (28)$$

where $\dot{m} = dm/dt$ is the mass rate of the propellant; $Q_p \left[\frac{N \cdot c}{kg} \right]$ is the specific impulse of the propellant.

One introduces the propellant volume V_p as the cavity volume part:

$$V_p = K_p V_c = K_p \frac{2}{3} \pi R_c^2 L_c, \quad (29)$$

where K_p is the fullness coefficient of using the cavity volume for the propellant; R_c , L_c are the cavity radius and length, respectively.

Then, the propellant mass on the vehicle board will be equal to

$$M_p = \rho_p K_p \frac{2}{3} \pi R_c^2 L_c. \quad (30)$$

With considering the expressions (27) and (30) the propulsor operation time is determined as:

$$t = \frac{M_p}{\dot{m}_p} = \frac{Q_p M_p}{T} = \frac{4}{3} K_p \frac{Q_p \rho_p L_c}{U^2 \rho \sigma} \quad (31)$$

The formula of motion range S is determined as the product of the time t on the velocity U from relation (31):

$$S = Ut = \frac{4}{3} K_p \frac{Q_p \rho_p L_c}{U \rho \sigma} \quad (32)$$

At optimal designing the vehicle the hull length will be equal to the cavity length, i.e.

$$L_c \approx L$$

In this case $\bar{S} = \frac{S}{L}$ expresses the range in terms of the hull vehicle length, then the formula (32) may be given in the dimensionless form:

$$\bar{S} = \frac{S}{L_c} = \frac{4}{3} \frac{K_p \rho_p Q_p}{\sigma \rho U} \quad (33)$$

It is interesting to note that the three parameters characterising the propellant K_p, ρ_p, Q_p and three parameters characterising the supercavitation motion hydrodynamics σ, ρ, U enter in the formula for the range determination. In this case the range depends directly proportionally on the propellant parameters and is in inverse proportion to the hydrodynamic parameters.

If we accept that

$$\frac{Q_p}{U} = 30; \quad \frac{\rho_p}{\rho} = 1.7; \quad K_p = 0.6; \quad \sigma = 0.02, \quad \text{then the motion range will be}$$

$\bar{S} = 2040$. The required specific power for the supercavitating vehicles is determined as a ratio of the useful power to the hull volume inscribed into the supercavity

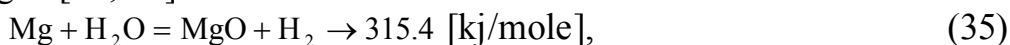
$$N_v = \frac{XU}{K_n V_c} = \frac{4}{3} \rho \frac{U^3 \sigma}{K_n L_c} \left[\frac{\text{kWt}}{\text{m}^3} \right], \quad (34)$$

where V_c is the supercavity volume, K_n is the coefficient of the hull volume fullness.

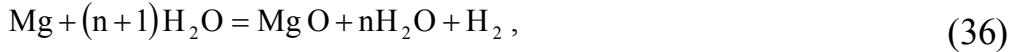
For $\sigma = 0.02$; $K_n = 0.75$; $L_c = 10$ [m]; $U = 100$ [m/s] the specific power is equal $N_v = 1000$ [kWt/m³]. For the velocity $U = 200$ [m/s] it attains the value 8000 [kWt/m³].

This value on 2 – 3 orders exceeds analogous values for diesel, electric, atomic power installations. Therefore, gas turbine installations and jet-propelled installations using the metallic propellant should be considered as perspective for the supercavitating vehicles with increased motion velocity. They used the outboard water for oxidation and cooling of the combustion products [14].

A number of metals reacting with water: beryl, boron, zirconium, lithium, natrium, magnesium, aluminium may be considered as the metallic propellant. For example, the magnesium combines with water and forms magnesium oxide and hydrogen [17, 19]:



and in this case 315 [kJ/mole] of the thermal energy is evolved, and high temperature of the combustion products becomes beyond 3400° K. The equation of the thermal-chemical reaction with excess water is given by



$$0 + (n+1)(-285.84) = (-601.24) + n(-241.84) + 0,$$

where $n = 0, 1, 2 \dots$ is the quantity of moles of the excess water, enthalpy at forming the complex matter for temperature 298° K is given in [kilojoule/mole]

The equation of the reaction energy balance is given by

$$\Delta H_{298} = (315.4 - n \cdot 44) \left[\frac{\text{kJ}}{\text{mole}} \right], \quad (37)$$

where $0 < n < 7.17$ shows that the energy liberation is ceased at the excess water parameter $n = 7.17$.

Providing the energy supply sufficient for heating the magnesium up to the temperature of melting, fusing and vaporization (298° K – 1376° K) is required for combustion of 1 kg of magnesium in the vapor-gas regime[17-19]:

$$E_{\Sigma} = E_1 + E_2 + E_3 = 1.1 + 0.3 + 5.6 = 7 [\text{MJ/kg}] \quad (38)$$

The energy balance equation (37) shows that such energy value may be ensured for the excess water parameter $n \leq 4$.

According to the momentum law and the theorem of impulse the rocket engine thrust at full expansion of the gas in the nozzle is determined by the formula

$$P = \dot{m} U_i / g = \dot{m} Q_p [N], \quad (39)$$

where U_i is the theoretical (ideal) velocity of gas outflowing from the nozzle.

The specific impulse Q_p will be determined by the same expression as for the ideal velocity:

$$Q_p \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{kg}} \right] = U_i \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \quad (40)$$

In thermal dynamics the velocity of gas outflowing is calculated by the formula [18]

$$U_i = \sqrt{2g \frac{K}{K-1} RT_K \cdot \left[1 - \left(\frac{P_C}{P_K} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]} = \sqrt{2\Delta H \eta_T} \quad (41)$$

where $R = 0.848$ [kGf m / mole K] is the gas constant of the combustion products; T_K is the temperature of gases delayed in the combustion chamber; P_K is the pressure in the combustion chamber; P_C is the pressure in the environment (cavity); K is the

adiabatic exponent of the gas expansion in the nozzle; $\Delta H = \frac{K}{K-1} RT_K$ is the thermal

effect of the propellant combustion; $\eta_T = \left[1 - \left(\frac{P_C}{P_K} \right)^{\frac{K-1}{K}} \right]$ is the thermal efficiency for the ideal cycle. In our case, when the water is captured from outboard and the payload volume is used only for magnesium, one should introduce a coefficient indicating the magnesium proportion in the mass of initial matters:

$$K_{Mg} = \frac{m(Mg)}{m(Mg) + (n+1)m(H_2O)} = \frac{24.3}{24.3 + (n+1)18} = \frac{0.575}{1 + 0.43n}. \quad (42)$$

The adiabatic coefficient for the gas mixture outflowing from the nozzle (in this case H₂; H₂ O and solid particles MgO) will be determined as the value averaged by mass:

$$K = \bar{K} = 1.14 \frac{1 + 0.51 \cdot n}{1 + 0.435 \cdot n}, \quad (43)$$

where n is the mole quantity of the excess water.

Taking into account the relations (41-43), we obtain the expression for the specific impulse:

$$Q_p = \sqrt{2\Delta H\eta} K_{Mg}^{-1} \left[\frac{N \cdot s}{kg} \right], \quad (44)$$

as the function of the excess water parameter n and expansion of the gases in the nozzle P_k/P_c [15, 16, 22].

$Q_p(n, P_k/P_c)$ has a maximum when $n = 3$ and for $P_k/P_c = 20$ attains 5600 N for a kilogram of the propellant per a second. This exceeds in some times the impulse of contemporary solid propellents [18]. In this case a ratio of the mass rates of the propellant and water will be 1/4, and for the volumetric rates the ratio will be 1.68. This means that only 12.8 % of the full necessary volume of the propellant and oxidant is required for the propellant on the board.

REFERENCES

1. Savchenko Yu.N., Semenenko V.N., Putilin S.I. and others, June 2005. Designing the high-speed supercavitating vehicles, *Int. Conf. on Fast Sea Transportation "FAST'2005"*, St. Petersburg, Russia.
2. Nesteruk I. G., Savchenko Yu.M., Semenenko V.M., 2006, Optimization of range for supercavitation motion on inertia. *J. Dopovidi NAN Ukrainy*, N 8, pp. 57 – 66. (in Ukrainian)
3. Savchenko Yu.N., Semenov Yu.A., 2005, Hydrodynamic drag of surface with mixed boundary conditions, *J. Prykladna gidromehanika*, 7, N 2, pp. 54-62. (in Russian)
4. Gurevich M.I., 1979, *Theory of ideal liquid jets*, Moscow, Nauka, 536 pp. (in Russian)
5. Savchenko Yu.N., Savchenko G.Yu., Supercavitation on a vertical wall, *J. Prykladna gidromehanika*, 8, N 4, pp.53-59. (in Russian)
6. Savchenko Yu.N., Vlasenko Yu.D., Semenenko V.N., 1998, Experimental investigations of high-speed cavitation flows, *J. Gidromehanika*, N 72, pp.103-111. (in Russian)
7. Savchenko Yu.N., Savchenko G.Yu., 2004, Estimation of effectiveness of supercavitation application on axisymmetric hulls, *Prykladna gidromehanika*, 6, N 4, 78-83. (in Russian)
8. Paryshev E.V., Rykov V.N., 1984, Experimental investigation of planing of a cylinder along the water surface, *J. Trudy TsAGI*, 2242, pp. 21-25. (in Russian)

9. Vasin A.D., Paryshev E.V., 2001, Cylinder immersion into liquid through cylindrical free surface, *J. MZhG*, N 2, pp. 3-12. (in Russian)
10. Vasin A.D., 1993, Unsteady planing of bodies of revolutions along fluid surface, *J. Trudy TsAGI*, 2496, pp. 28-35. (in Russian)
11. Logvinovich G.V., 1980, Some problems of planing, *J. Trudy TsAGI*, 2052, pp. 3-12. (in Russian)
12. Kiseniuk T., Creengard R., 1952, Measurements of lift coefficients for a family of cones planing on water, *Hydrodynamics lab Caltech*, Pasadena CA, USA, Report N E-12.3, pp. 15-23.
13. Savchenko Yu.N., Savchenko G.Yu., 2007, Planing of a cylinder along a supercavity surface, *J. Prykladna gidromehanika*, 9, N 1, pp.81-85. (in Russian)
14. Savchenko Yu. N., 2001, Supercavitating vehicle propulsion, RTO AVT/VKI, *Special courses on Supercavitating Flows*, Brussels
15. Leonard Greiner, 1967, *Underwater Missile Propulsion*, Compas Publ. Inc., VA, USA, 280 pp.
16. Ivchenko V.I., Grigoriev V.A., Prihodko N.A., 1985, *Optimal hydrojet systems*, Krasnoyarsk, Krasnoyarsk's University. (in Russian)
17. Goronovskiy I.T., Nazarenko Yu.P., Necryach Ye.F., 1974, *Brief handbook on chemistry*, Kiev, Naukova dumka, 991pp. (in Russian)
18. Alexander D. Lewis, 1962, *Gas Power Dynamics*, D. Yan Nostrand Company Inc., Princeton, New Jersey, 535 pp.
19. Yair Chozev, Allen E. Fuhs, Jacob Col, 1986, *Experimental investigation of magnesium combustion in Steam AiAA 86*, Huntsville AL, 1497, 14 pp.
20. Epshtein L.A., 1970, *Methods of theory of dimensionality and similarity in problems of ship hydromechanics*. Leningrad, Sudostroenie, 208 pp. (in Russian)
21. Shashin N.I., 1990, *Hydromechanics*, Moscow, Vysshaya shkola, 384 pp. (in Russian)
22. Savchenko Yu.N., 2007, Supercavitation flow investigations, *J. Prykladna gidromehanika*, 9, № 2-3, pp. 150 – 158. (in Russian)
23. Logvinovich G.V. et al, 1985, *Flows with free boundaries*, Kiev, Naukova dumka, 295 pp. (in Russian)
24. Keizo Watanabe, July 1988, Drag reduction research in Japan, *Proc.Int. Symp. Seawater Drag Reduction*, Newport, R1, USA.
25. Kirschner I.N., Imas L.G., June 2002, Plume Supercavity Interaction, *Proc. Int. School "High Speed Hydromechanics"*, Cheboksary, Russia.
26. Loytsyankiy L.G., 1942, On variation of body drag by means of filling the boundary layer by liquids with other physical parameters, *J. PMM*, Vol. VI. (in Russian)
27. Fedyaevskiy K.K., 1943, Friction drag reduction by changing the physical constants on a wall, *J. DAN*, 9 – 10. (in Russian)
28. Shlihting G., 1969, *Theory of boundary layer*, Moscow, Nauka, 742 pp. (in Russian)

**ТЕОРИЯ ВИБРАЦИИ СУДНА А.Н.КРЫЛОВА И РАЗВИТИЕ
ЕЕ ОСНОВНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ В СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДАХ
ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ
СКОРОСТНЫХ СУДОВ**

КРЫЖЕВИЧ Г.Б., д.т.н. –

ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)

krylov@krylov.spb.ru

АННОТАЦИЯ

В работе рассмотрены появившиеся после разработок А.Н. Крылова основные результаты исследований, направленных на создание методов динамического расчета скоростных и высокоскоростных судов (СВС).

А.Н. Крыловым выполнены первые исследования по вибрации судов в истории отечественного судостроения. В сентябре 1900 г. с помощью сконструированного им прибора А.Н. Крылов произвел запись вибрации крейсера «Громобой» [1, с. 398]. Полученные при этом экспериментальные данные, а также результаты теоретических изысканий послужили основой курса лекций по вибрации судов, который он начал читать в 1901 г. сначала в Морской академии, а затем в Петербургском политехническом институте. Этот курс издан в литографированном виде в 1908 г. [2]. Результаты исследований А.Н. Крылова обобщены в его капитальном труде - книге «Вибрация судов», первое издание которой было осуществлено в 1936 г. В ней впервые в систематизированном виде были рассмотрены вопросы использования аналитических и численных методов расчета общей и местной, а также свободной и вынужденной вибрации судов. При анализе вынужденной вибрации внимание уделялось как периодическим, так и непериодическим воздействиям; указывалось на необходимость учета при этом сил, зависящих от обобщенных скоростей колебательного движения (как диссипативных, так и, в некоторых случаях, гироскопических).

Будучи создателем современной теории корабля и одной из важнейших ее частей – учения о качке, А.Н. Крылов глубоко понимал проблему внешних воздействий на корабль. Он утверждал, что сведения из этого учения нужны “главным образом для того, чтобы получить действительные положения, принимаемые кораблем на волнении, и для расчета его напряженного состояния”. В соответствии с таким умозаключением, им выполнены основополагающие исследования внешних сил [3] и их интегральных характеристик (изгибающих моментов, перерезывающих сил), а также напряжений в связях корпуса судна при движении его в условиях волнения. В результате этих исследований впервые появилась методика определения внешних силовых воздействий как некоторого процесса, связанного с качкой судна. Она представляла собой альтернативу способу Э. Рида, в соответствии с которым внешние силы, действующие на корпуса тихоходных судов, находились сугубо приближенно (путем постановки судна на подошву и на

вершину волны и рассмотрения его статического равновесия). Для СВС при оценке их прочности важен учет сил инерционного воздействия жидкости на корпусные конструкции, поэтому методика Рида могла лишь использоваться с существенными ограничениями для оценки нагрузок на обычные тихоходные суда. Подходы А.Н. Крылова к формированию принципиально нового пути решения проблемы внешних нагрузок, а также к разработке теории вибрации судна подтверждают справедливость вывода П.Ф. Папковича о том, что “основной заслугой А.Н. Крылова перед русским кораблестроением является то, что он, обладая сам исключительно большой самостоятельностью мысли, приучил русских корабельных инженеров идти в создании корабельных конструкций собственными путями, полагаясь на собственные силы и разум, и отучил их от рабского копирования иностранных образцов” [4].

В разработках А.Н. Крылова прослеживается два направления исследований, связанных с динамическими расчетами судов – анализ внешних воздействий на судно (первая проблема) и создание методов расчета динамических реакций конструкций (вторая проблема). Существенный вклад в развитие идей А.Н. Крылова внес академик Ю.А. Шиманский, усовершенствовавший расчетные схемы оценки параметров вибрации и предложивший оригинальную трактовку метода главных координат. Им же выполнены первые исследования в области динамики высокоскоростных судов, направленные на решение первой проблемы. В 1946 г. Ю.А. Шиманским разработана методика оценки нагрузок, определяющих прочность глиссирующих катеров [5]. Эта методика основывалась на данных экспериментов и большого опыта эксплуатации боевых глиссирующих катеров в предвоенные и военные годы. В качестве основного “условного измерителя” внешних силовых воздействий были приняты величины безразмерных ускорений (перегрузок) судна как абсолютно жесткого тела, замеренных в экспериментах и служивших в качестве исходной информации при выполнении расчетных оценок. Изгибающие моменты в поперечных сечениях корпуса определялись с учетом распределения масс судна по его длине и ряда других конструктивных параметров корпуса. Несмотря на определенные недостатки (отсутствие учета инерционных свойств жидкости и динамики деформирования корпуса), которые могли привести к двукратному занижению, либо завышению нагрузок, подход Ю.А. Шиманского к рассмотрению изгиба скоростного судна на волнении имел и большие методологические достоинства, вследствие чего он достаточно долго использовался в практике проектирования глиссирующих катеров. В 1954 г. методика Ю.А. Шиманского была уточнена на основе более полных опытных данных М.К. Смирновой, В.Н. Серовым и В.К. Ивчином. В таком уточненном виде она использовалась до 1999 г.

Подход Ю.А. Шиманского сыграл большую роль не только при создании нормативно-технической документации для глиссирующих судов, но и послужил методологической основой (“образцовым документом”) при создании методик расчета нагрузок и прочности других типов высокоскоростных судов (например, судов на подводных крыльях).

Применительно к СПК использование этого подхода оказалось весьма плодотворным [6], поскольку в режиме, представляющем наибольшую опасность для прочности судна и его крыльевых устройств, (ходе на крыльях с большой скоростью) можно точно указать места приложения нагрузок, изменчивость присоединенных масс жидкости в условиях волнения несущественна, а влияние сил, связанных с наличием этих масс, можно не учитывать, так как они локализованы в тех же местах (на крыльевых устройствах), что и возмущающие силы, вызванные волнением.

Совершенно неудовлетворительные результаты дает такой подход, если он используется для судов на воздушной подушке и скоростных катамаранов. У таких судов наблюдается большая изменчивость присоединенных масс воды в условиях волнения, а присоединенные массы, например, у амфибийных СВП, находящихся в режиме плавания, многократно (в десятки раз) превышают массовое водоизмещение судна. Положение усугубляется наличием резонансных явлений при взаимодействии корпуса с волнами (которые могут сопровождаться изменением распределенного параметра гидроупругой системы – присоединенной массы жидкости). Причиной появления больших перегрузок являются не только (и не столько) удары корпуса судна о встречные волны, но и пульсации давления воздуха в воздушной подушке, далеко не всегда вызывающие существенные общие и местные деформации корпуса. Ввиду непригодности такого подхода к оценке нагрузок, определяющих прочность амфибийных и скеговых СВП, он был исключен из судостроительной практики в 1980 г., и заменен другими способами, основанными на анализе гидроупругих колебаний корпусных конструкций и нашедшими отражение в нормативно-технических документах Российского Морского Регистра Судоходства [7].

Особое значение при выполнении динамических расчетов скоростных судов имеют методы теории гидроупругости. Начало ее развития можно отнести к 1924 г., в котором появилась работа Л. Николса, обнаружившего, что при погружении в воду модели судна ее инерционность увеличивается, а частота свободных колебаний существенно снижается. В дальнейшем подобное увеличение инерционных свойств учитывалось введением в расчет вибрации присоединенных масс жидкости, анализу которых посвящены работы Мауллина, Льюиса и Локвуд-Тейлора. В отечественной практике учету влияния жидкости и пространственного характера ее течения на инерционные свойства судна при его вибрации на основе концепции присоединенных масс были посвящены исследования Н.Н. Бабаева [8], С.К. Дорофеюка [9], Д.М. Ростовцева [10-11], С.В. Сочинского и многих других авторов. В части развития численных методов расчета вибрации упругих тел в жидкости большой вклад сделан в работе О. Зенкевича [12], впервые показавшего эффективность использования метода конечных элементов (рассматриваемого им как разновидность метода Бубнова-Галеркина) при решении гидроупругих задач. В дальнейшем направление использования численных методов при решении задач гидроупругости развивалось в работах Д.М. Ростовцева,

В.А. Постнова [13], Г.Б. Крыжевича [14, 17], Н.Ф. Ершова и Г.Г. Шахверди [15], В.И. Полякова [16], А.Г. Таубина, К. Бребиа, Ж. Телеса, Л. Вроубела, Ю. Матсура, К. Арима, П. Орсеро, Дж. Арманда и др.

Необходимо отметить, что в значительной части этих работ судно и окружающая его жидкость рассматривались либо как единая консервативная механическая система. Для построения схем расчета вибрации при таком рассмотрении важен правильный ответ на вопрос о возможности использования метода главных координат для анализа такой системы. В связи с тем, что ответы на него были противоречивыми и в некоторых публикациях говорилось о невозможности применения этого метода [18], этот вопрос подвергнут изучению в работе [19]. В ней установлено, что при вибрации судна без хода, происходящей на тихой воде, возникают гидродинамические силы, определяемые оператором, обладающим свойствами положительной определенности и самосопряженности. Такие свойства гидродинамических сил дают основание для вывода о том, что задача о свободных колебаниях судовых конструкций при отсутствии сил сопротивления может рассматриваться как задача на собственные значения, из решения которой можно определить дискретный спектр собственных частот с соответствующими ортогональными формами собственных колебаний, а для исследования вынужденных колебаний конструкций судна применим метод главных координат. Установлено, что при отсутствии хода судна собственные формы гидроупругих колебаний конструкции с равномерным распределением по их поверхности собственной массы в случае контакта с идеальной жидкостью по всей поверхности конструкции ортогональны с весом, равным единице [17]. Для таких конструкций собственные формы колебаний в воздухе и в воде идентичны.

В другой части работ судно и окружающая его жидкость рассматривались как колебательная система, энергия которой изменяется под воздействием внешних усилий и внутренних потерь в самом судне (в частности, при внутреннем трении конструкций). Такая постановка задач не всегда позволяет обеспечить необходимую точность вычислений параметров вынужденной общей вибрации даже для тихоходных водоизмещающих судов (например, при их слеминге), и вовсе непригодна для скоростных (движущихся в переходных режимах движения) и высокоскоростных судов (глиссирующих судов, СВП, СПК) и судов-экранопланов. О некоторой некорректности такой постановки задачи о вибрации движущегося судна свидетельствуют результаты работы [20]. Более того, в ней отмечено существенное влияние на силы сопротивления колебаниям пластин скорости потока контактирующей с ними жидкости. Публикация этого экспериментального факта инициировала дальнейшие исследования вибрации обшивки скоростных судов, выполненные В.А. Египко, Д.М. Ростовцевым, В.А. Родосским, Е.Н. Щукиной и В.Н. Федоровым. Однако на основе экспериментальных данных, приведенных в работе [20] и носивших сугубо частный характер, был сделан недостаточно обоснованный общий вывод о том, что при общей вибрации любого имеющего ход судна силы сопротивления колебаниям, обусловленные воздействием потока жидкости,

могут составлять всего лишь около 20% от суммарных сил сопротивления. На основании этого вывода можно было ошибочно заключить, что гидродинамическое демпфирование колебаний имеет смысл учитывать лишь при расчете резонансных режимов колебаний, обеспечивая тем самым несущественное уточнение результатов расчета. В связи с этим при выполнении анализа общей вибрации судов (в том числе находящихся в переходном режиме движения), вызванной как слемингом, так и другими причинами, гидродинамическое демпфирование колебаний не учитывалось [6, 8, 21-23], что неизбежно приводило к недопустимо большим погрешностям расчетов.

В работах [17, 24-27] выполнен анализ влияния различных категорий гидродинамических сил на процесс гидроупругой общей и местной вибрации судна, имеющего значительную скорость хода, и на формы собственных колебаний. Установлено, что при колебаниях конструкций происходит интенсивное рассеяние энергии в жидкости. Гидродинамические диссипативные силы при этом многократно превышают силы демпфирования, обусловленные внутренними потерями энергии в конструкциях. Гидродинамическое демпфирование вибрации конструкций СВС в скоростном режиме движения вызвано главным образом следующими причинами:

- появлением в результате относительного движения вибрирующего судна и жидкости в продольном направлении кориолисовых сил, действующих на судно в вертикальной плоскости и существенно влияющих на энергообмен между судном и жидкостью. В частности, действие кориолисовых сил предопределяет процессы “стекания” импульсов с кормовой оконечности и со скуловых килей судна в кильватерный след и рассеяния энергии в жидкости, остающейся за кормой судна;

- рассеянием энергии вибрирующего судна брызговыми струями, формирующимися по бортам судна при значительной скорости хода;

- рассеянием энергии при глиссировании по полной ширине несущей поверхности судна, связанное с возбуждением колебательного движения водной поверхности, образованной частицами жидкости после срыва их со скулы судна;

- формированием сил вязкого трения, действующих на судно со стороны пограничного слоя жидкости.

В работах [18, 27-30] показано, что с ростом скорости хода судна имеет место быстрое увеличение сил сопротивления гидроупругим колебаниям корпуса, соприкасающегося с забортной водой, без учета которых невозможно достижение требуемого уровня точности расчетов общей вибрации СВС на скоростных режимах эксплуатации и динамического изгиба корпуса при слеминге. При обычной форме корпусов судов переходного режима движения и глиссирующих судов при высоких скоростях хода наблюдается интенсивное гидродинамическое демпфирование колебаний, многократно превосходящее демпфирование, обусловленная внутренними потерями энергии в конструкциях и системах судна. Гидродинамическое демпфирование можно усилить путем

принятия специальных конструктивных мер (например, за счет установки крыльев малого удлинения или скуловых килей на однокорпусных судах, уменьшения вертикального клиренса в кормовой оконечности катамаранов, а также за счет правильного выбора мест установки и характеристик реданов на глиссирующих судах). При неудачной гидродинамической компоновке глиссирующих судов (однокорпусных и многокорпусных), судов с аутригерами и судов-экранопланов и высоких значениях скоростей движения эффект гидродинамического демпфирования может существенно уменьшаться, полностью исчезать или даже наблюдаться явление дестабилизации колебаний, выражающееся в нарастании амплитуд колебаний (явление флаттера) за счет энергии, передающейся в гидроупругую систему от движителя судна.

Помимо сил сопротивления с ростом скорости хода наблюдается некоторое изменение инерционных (пропорциональных ускорениям упругих смещений конструкции) и восстанавливающих сил (пропорциональных упругим смещениям конструкции). При обычной форме корпусов судов переходного режима движения и глиссирующих судов с ростом скорости хода происходит заметное перераспределение по длине судна инерционных сил и уменьшение восстанавливающих сил, приводящее к изменению собственных форм колебаний.

Общая вибрация судов переходного режима движения и глиссирующих судов вызывает движение поверхности формируемого при высоких скоростях хода кильватерного следа. Это движение формирует гидродинамические силы, действующие на корпус судна и оказывающие существенное влияние инерционные и демпфирующие силы при колебаниях и, следовательно, на колебательный процесс. Таким образом, установлено взаимовлияние движения поверхности кильватерного следа и колебаний корпуса при общей вибрации СВС, сказывающееся на ее параметрах.

С ростом скорости хода существенно изменяется характер распределения по длине судна инерционных гидродинамических сил, обусловленных общей вибрацией. Это обстоятельство, а также необходимость корректного удовлетворения условиям ортогональности, делают целесообразным учет продольного перетекания жидкости при вибрации не с помощью традиционного поправочного коэффициента, а путем использования для этой цели предложенной в работе специальной функции.

Общая вибрация водоизмещающих и глиссирующих судов, вызванная взаимодействием судна с волнами, сопровождается специфическим видом гидродинамического демпфирования, обусловленным погружением поперечных сечений судна в волну. На величину погонной гидродинамической демпфирующей силы сильное влияние оказывают такие факторы как скорость погружения поперечного сечения в волну, углы наклона касательных к шпангоутному контуру к горизонтальной плоскости (углы килеватости), ширина ватерлинии, угол подъема линии килея и скорость хода судна. Зависимость коэффициента сопротивления, предопределяющего такое демпфирование, от времени дает основание говорить о параметрическом

характере вибрации.

В работах [17, 25-27] также установлено, что вследствие параметрического характера общей вибрации судна, вызванной слемингом, имеет место взаимосвязанное влияние на процесс волновой вибрации судна отдельных спектральных составляющих морского волнения. Особенно сильно эффект взаимовлияния проявляется при совместном воздействии двух волн, одна из которых движется навстречу судну, а вторая в боковом направлении.

На величины обусловленных морским волнением возмущающих сил, вызывающих вибрацию (динамический изгиб) СВС оказывают большое влияние такие конструктивные параметры носовой оконечности как гидродинамическая крутка судовой поверхности и углы подъема килевой и скуловой линий; причем это влияние быстро усиливается с ростом скорости хода судна. Причиной появления волновой вибрации СВС является не только резонансная общая вибрация при взаимодействии корпуса с волнами, кажущаяся частота которых примерно равна частоте основного тона колебаний корпуса, но и при взаимодействии с более длинными волнами (кажущаяся частота которых в целое число раз меньше частоты основного тона) и с более короткими волнами (кажущаяся частота которых в два раза больше частоты основного тона). Резонансная вибрация при взаимодействии с этими “более короткими волнами” сопровождается явлением параметрической накачки энергии в колебательную систему, приводящим к многократному увеличению амплитуд колебаний на скоростных режимах движения судна. Явление параметрической накачки энергии свидетельствует о том, что имеет место взаимовлияние на процесс волновой вибрации судна отдельных спектральных составляющих морского волнения (“длинных” и “коротких” волн).

В заключение следует сказать, что методы динамического расчета находятся в стадии своего интенсивного развития и в ближайшем будущем следует ожидать появления новых высокоэффективных численных приемов решения задач динамики и оптимального проектирования СВС.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов А.Н. Собрание трудов. Том X, «Вибрация судов». - М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1948. - 402 с.
2. Крылов А.Н. Вибрация судов. Лекции, читанные на кораблестроительном отделении СПб. политехнического института в 1907 академическом году. - СПб.: Изд-во студ. кассы взаимопомощи, 1898.
3. Krilov A. On stresses experienced by a ship in a seaway.// Trans. Inst. Navale Arch., 1908 vol. 40, p. 197-209, p. 209-212 (discussion).
4. Папкович П.Ф. Работы академика А.Н. Крылова в области основных кораблестроительных дисциплин. Доклад на совместном собрании АН СССР и НК ВМ СССР, посвященном памяти А.Н. Крылова (15 декабря 1945 г.). // Труды ВМАКВ им. акад. А.Н. Крылова. 1946, вып. 4-5.
5. Шиманский Ю. А. Расчет прочности глиссирующих катеров.// Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. 1946, вып. 10.
6. Зиганченко П.П. и др. Суда на подводных крыльях (конструирование и прочность). - Л.: Судостроение, 1981.
7. Крыжевич Г.Б., Рейнер Р.Л., Тихонов Г.С. О работах Регистра Судоходства по созданию методик определения внешних сил, используемых при оценке прочности скоростных судов. // Научно-технический сборник Российского Морского Регистра Судоходства. 1997 г., вып. 20.
8. Бабаев Н.Н., Лентяков В.Г. Некоторые вопросы общей вибрации судов. Л.: Судпромгиз, 1961.
9. Дорофеюк С.К. Исследование присоединенных масс воды при упругих колебаниях корпуса судна. - Труды ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова, 1956, вып. 105.
10. Ростовцев Д. М. Расчет присоединенных масс при свободной вертикальной вибрации корпуса судна. // Судостроение, 1972, № 5.
11. Ростовцев Д.М. Гидроупругие колебания судовых конструкций. Учебное пособие. - Л.: Изд. ЛКИ, 1977.
12. Zienkiewicz O.C., Newton R.E. Coupled Vibrations of a Structure Submerged in a Compressible Fluid. // Proc. of the ISD/ISSC Symp. on Finite Element Techniques, University of Stuttgart, Germany, June, 1969.
13. Постнов В.А., Хархурим И.Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. - Л.: Судостроение, 1974.
14. Крыжевич Г.Б. Об определении матриц присоединенных масс при расчете гидроупругих колебаний методом конечных элементов.// Сб. НТО им. акад. А.Н. Крылова. 1977. Вып. 262.
15. Ершов Н.Ф., Шахверди Г.Г. Метод конечных элементов в задачах гидродинамики и гидроупругости. - Л.: Судостроение, 1984.
16. Александров В.Л., Матлах А.П., Поляков В.И. Борьба с вибрацией на судах. - СПб.: МорВест, 2005.
17. Крыжевич Г.Б. Гидроупругость конструкций судна. - СПб.: ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова, 2006.

18. Чувиковский В.С. Численные методы расчета в строительной механике корабля. - Л.: Судостроение, 1976.
19. Крыжевич Г.Б. О применении метода главных координат при исследовании колебаний упругих тел в идеальной жидкости.// Известия АН СССР. Механика твердого тела. 1979. № 2.
20. Акулаев В.С., Карасик Л.Ф., Лентяков В.Г., Шавров Ю.Н. Исследование физической природы рассеяния энергии при вибрации корпуса судна.// Труды ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова, 1982, вып. 31.
21. Чувиковский Г.С. Динамический изгиб корпуса судна при ударе о встречные волны.// Тр. ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. 1968. Вып. 245.
22. Постнов В.А., Калинин В.С., Ростовцев Д.М. Вибрация корабля. - Л.: Судостроение, 1983.
23. Короткин Я.И. и др. Волновые нагрузки корпуса судна. - Л.: Судостроение, 1987, 283 с.
24. Крыжевич Г.Б. Нелинейные гидроупругие колебания корпуса судна, движущегося в условиях волнения. // Труды ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова, 2001, вып. 11 (295).
25. Крыжевич Г.Б. Особенности расчета вынужденной общей вибрации скоростных судов. // Морской вестник, 2005, № 2.
26. Крыжевич Г.Б. Демпфирование качки и общей вибрации скоростных судов и вопросы их рационального проектирования. // Морской вестник, 2008, №1 (25).
27. Крыжевич Г.Б. Плоский удар судовых конструкций о воду.// Труды ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 2006, вып. 28 (312).

SOME PROBLEMS OF HIGH SPEED MOTION IN WATER WITH SUPERCAVITATION FOR SUB-, TRANS- AND SUPERSONIC MACH NUMBERS

SEREBRYAKOV V.V – Institute of Hydromechanics of NASU, Ukraine;
KIRSCHNER I.N. – Alion Science and Technology Corporation, USA;
SCHNERR G.H – Technische Universität München, Germany

ABSTRACT

The results of research for supercavitating motion in water at very high speeds – comparable with sonic speed $a \sim 1450 : 1500$ m/s – are presented. At such speeds the water is a compressible fluid and the basic compressible hydrodynamics of supercavitating flows together with practical approaches and experimental data are considered. The theory of ballistic projectiles motion is developed with emphasis on the problems of maximal range, minimal declination, hydro-elastic effects, resonant oscillation frequencies. One main purpose of the article is an attempt to advance the level of understanding of the problem of very high-speed underwater launch by a comprehensive review of previous research into the topic.

NOMENCLATURE

r, x, t	Cylindrical coordinates, time
$r = R(x, t)$	Axisymmetric cavity form
R_k, L_k, λ_k	Maximum radius, semi-length, aspect ratio of ordinary cavity for $\sigma = \text{const}$
$U_\infty, P_\infty, \rho_\infty$	Speed, pressure, mass density at infinity
$\sigma = \frac{\Delta P}{\rho_\infty U_\infty^2 / 2}$	Cavitation Number (ΔP -pressure difference hydrostatic and in cavity)
$M_\infty = U_\infty / a_\infty$	Mach Number (a_∞ -water sonic speed in undisturbed fluid)
$D; c_{d0}, c_d$	Drag, cavitator drag coefficients
C_{D0}, C_D	Cavitating drag coefficients per maximal cavity section for $\sigma = 0, \sigma > 0$

INTRODUCTION

One of the most important applications of supercavitation is connected with the motion in water of small inertial projectiles of mass $M \sim 0.1 - 0.5$ kg at very high speeds that are on the order of sonic speed in water, $a \sim 1450 : 1500$ m/s. For such speeds the motion occurs within a cavity that isolates most of the projectile surface from the ambient liquid in a process that gives the possibility of reaching very small drag coefficients. With this approach, small, non-propelled projectiles with very high initial speed can traverse considerable distances under water, distances comparable with distances that are similar to projectiles launched at a similar speed in air. Stable motion of such projectiles over relatively long distances has been repeatedly proved by experiments.

One of the most important problems here is maximization the range while conserving sufficient projectile kinetic energy at the end of the trajectory. This problem is especially closely connected with the problems of compressible flow in water. The flow processes are different for different ranges of sub-, trans-, and supersonic speeds. Especially essential is the appearance of wave drag in the supersonic range which is associated with a considerable decrease of the cavity size. Such an effect can make for some cases additional increase in the initial projectile speed unreasonable. One of the important problems is also the minimization of the deflection of the trajectory from a straight line due to initial perturbations during the launch process. This requires the development of a theory of projectile motion. The motion of a projectile in a cavity occurs in general along a curved trajectory, and at such high speeds, it causes very high lateral forces. Accordingly, hydro-elastic effects must be taken into account. The motion is of oscillatory nature that requires the consideration of the possibility of resonance processes. The problem as a whole is of complex nature and requires research in different directions. In this paper the attempt is

made to improve the understanding of this problem as a whole and to develop practical approaches for estimating basic parameters which are necessary for the development of systems operating with very high-speed launch in water.

1. SHORT OVERVIEW

1.1 Experimental research

Experimental research is one of the most important directions to solve different problems of high-speed launch in water. Due to the enormous speeds, this research is complicated and expensive. However, it should be noted that a considerable subset of this research are of semi nature due to small enough projectile sizes that are convenient for further applications. One of the first experiments in this field is presented in reference [27]. The basic modern experimental research in this field started from subsonic experiments by Yu. Yakimov with his group [55,56,58] at the Institute of Mechanics of Moscow University, where around 1990 speeds up to ~ 1000 m/s were achieved. After that, very high subsonic speeds until ~ 1450 m/s were achieved in Kiev at the Institute of Hydromechanics of the National Academy of Sciences of Ukraine [36,37,53]. Later, supersonic experiments at speeds with ~ 1600 m/s were performed at the Naval Undersea Warfare Center Division, Newport, Rhode Island, in the United States [14]. The results of small scale subsonic experiments are presented in [5] and for very high ultrasonic speeds in [54].

1.2 Theoretical research

Supercavitation in compressible flows is one of the most complicated problems in hydrodynamics due to the fact that the free boundary, representing the interface between the supercavity and the liquid, phase of flow is a priori unknown and part of the solution of the problem itself. One of the basic mathematical statements of supercavitation is the classical problem for $M_\infty = 0$ of an ideal incompressible fluid flow, for which the velocity potential is governed by the Laplace equation, together with the following boundary conditions: no-penetration at the body and cavity surfaces and a specified pressure on the cavity surface, which is unknown from the very beginning. The classic theory is presented by a number of well known books [4, 12,23].

Once compressibility of the liquid is taken into account, this model is generalized for isentropic compressible flow. The basics of compressible fluid theory are presented by number sources, in particular [3, 25, 57]. Particularly noteworthy are methods for nonlinear numerical computation of supercavitating flows on the basis of model of incompressible fluid such as [13,18] and number of publications which account for compressibility, including [1,2,16,35,38, 39,47,50,52,59]. In the very important case of slender cavities which provides the minimal cavitating drag, the problem can be essentially simplified on the basis of slender body theory [3,10]. The research in this field has resulted in the development of rather effective practical approaches, such as presented in [24, 29,40-48,51,56].

Very important is the problem of cavitator blow and penetration into water. This problem was investigated theoretically and by experiments by many authors, in particular [1, 2,17,19,33,34,50,55, 58].

For prediction of the motion inside the cavity one of the key problems is the interaction of the

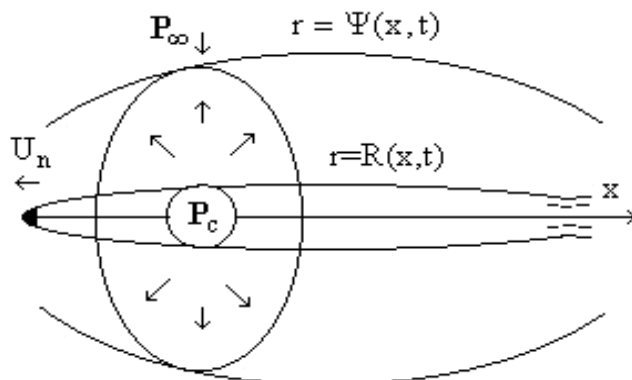


Fig. 2.1: Radial flow model.

body stabilizing surfaces and devices with cavity. Research of two-dimensional cavitating flows with account for the compressibility are presented in [8, 21, 28, 50, 59]. Specific gliding in the cavity problem was considered starting from known statement of blow of circle against circular free boundary [30] with account for compressibility in [9, 20]. The gliding problem in sub- and supersonic flow was investigated in [26]. The problems of prediction of the motion inside the cavity

were considered in [11, 15, 31, 32, 37, 43, 46, 47, 49].

The problem of high-speed launch consideration as whole touches number of different fields with considerable volume information and especially in the field of compressible flows. So we tried outline shortly enough bases of main approaches and indicate key physical moments only what are important both from point of view of further advancing of the theory and application of this results to the problems of projectiles dynamics. In doing so more details can be found in the references.

2. GOVERNING EQUATIONS OF FLOW

2.1 Simplest flow model

The basic idea to reach small drag coefficients for high-speed motion in water is to avoid the direct contact with the liquid by encapsulating the body in a vapor filled cavity. Creating a slender axisymmetric cavity can be explained with help of a simple model of radial flow, Fig. 2.1. In the case of prolate cavities the cavitator size is small and its drag is practically independent on the cavity form, additionally the cavity form is independent of the cavitator form which is defined by the cavitator drag only. The moving cavitator pushed the motionless fluid aside and its work is transformed into kinetic energy of mainly radial near cavity flow in the each motionless section which the cavitator has passed. In the main perturbed zone the main part of energy and impulse of flow is concentrated in finite region limited with a boundary $r = \psi(x, t)$ with extension of some more as compared to the semi-length of the cavitator and the cavity surface. This fact makes the cavity alike as a wake of finite type. Further the expansion of the cavity section together with the radial flow near the cavity is controlled by inertia and the pressure difference in the undisturbed flow and inside the cavity. In doing so the expansion process depends weakly enough on the surface $r = \psi(x, t)$ form (x, t – axial coordinate, time) and the less the more slender is surface of cavitator and cavity. The cavity section reaches the maximal radius in the middle part and further starts to decrease by the action of the external pressure. Shrinking of the cavity section is leads to an unstable closing regime with chaotic flow where the energy of radial flow is transformed into energy of the wake behind cavity. The least cavitating drag coefficient per cavity middle section C_D (the body close enough inserted in cavity) are reached for maximally prolonged (slender) cavities and the possibility of further decrease is limited by maximal aspect ratios of the bodies from the point of view of its strength. For real high speed of motion of supercavitating bodies in water values of $C_D \approx 0.05 : 0.001$ and less can be reached, for some cases the drag coefficient in water can be compared even with that in air. The basic parameter of cavitation flow is the cavitation number $\sigma = \Delta P / (\rho U_\infty^2 / 2)$, where ΔP - pressure difference between hydrostatic pressure in the flow and the pressure in cavity which is approximately zero for vapor cavities, ρ - water mass density, $\sim 0.1 : 0.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ - speed of the undisturbed flow. The cavitation number σ in the case of a disk type cavitator defines the cavity aspect ratio λ which quickly increases if σ decreases. For very high speeds another basic parameter is the Mach number, $M_\infty = U_\infty / a_\infty$ where a_∞ - sonic speed in undisturbed flow. Flows with account for the compressibility are described by the same simplest model but with essential differences. In the case of incompressible flow we have essentially conservation of total kinetic and potential energy in each motionless section. But in compressible flow we have appearance of the wave drag of supersonic speeds especially of forward parts of the cavities and essential increase of the extension of the disturbed flow regime near cavities in the transonic range of Mach numbers.

2.2 Nonlinear approach

A typical approach is to consider the cavitation problem in the case of steady motion in an unbounded, ideal incompressible fluid, with the Riabouchinsky closure (e.g., disk) scheme for the closure region of the cavity. The cylindrical coordinate system (r, x) shown on figure 2.1 is used. The flow potential of perturbations ϕ satisfies the Laplace equation. For a given cavitator shape $r = r_1(x)$, the impenetrability condition of the cavitator is provided and for the apriori unknown cavity shape,

$r = R(x)$. The impenetrability condition and the pressure difference ΔP between the undisturbed flow and the cavity are assumed. The perturbations at infinity tend to zero:

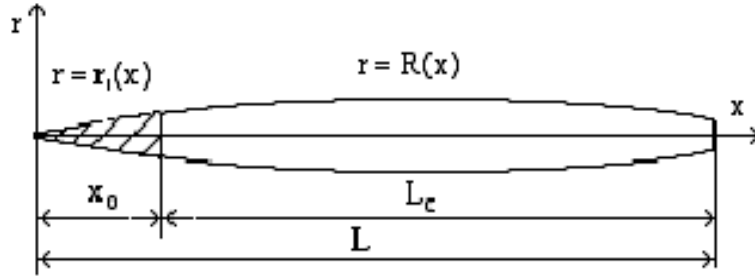


Fig. 2.2: Schematic of flow.

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} &= 0, \\ \left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} = U_\infty \frac{dr_1}{dx} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{dr_1}{dx} \right]_{r=r_1(x)}, & \left[\frac{\partial \varphi}{\partial r} = U_\infty \frac{dR}{dx} + \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{dR}{dx} \right]_{r=R(x)}, \\ r=r_1(x), & \left[\frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + U_\infty \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\Delta P}{\rho} \right]_{r=R(x)}, \\ \varphi|_{r,x \rightarrow \infty} \rightarrow 0, & [R = r_1]_{x=x_0}, \left[\frac{dR}{dx} = \frac{dr_1}{dx} \right]_{x=x_0} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Here ρ is fluid density. For simplicity, the location of flow separation from the cavitator at $x = x_0$ is assumed to be fixed and the system of equations (2.1) must be amended to specify closure conditions. It is appropriate to note that main complexities of the supercavitation flow problem from the point of view of the linearization follows namely from the steady state assumption by avoiding essential difficulties for generalization of the problem for unsteady flows. Generalization of the nonlinear statement (2.1) with account of compressibility is good known. Instead of the Laplace equation here the known system [2, 25] of the flow potential $\Phi = \varphi(r, x) + U_\infty x$ is applied:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 \right] + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \left[1 - \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 \right] - \frac{2}{a^2} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} &= 0, \\ \frac{a^2}{n-1} = \left(\frac{n}{n-1} \frac{P_\infty + B}{\rho_\infty} + \frac{U_\infty^2}{2} \right) - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r} \right)^2 \right]. \end{aligned}$$

completed by the an equation of state for water in the form of the Tait adiabatic curve [57] which give the possibility to define compressible Bernoulli equation and sonic speed in water:

$$\frac{P + B}{\rho^n} = \frac{P_\infty + B}{\rho_\infty^n} \quad (2.2)$$

$$\frac{n}{n-1} \frac{P + B}{\rho} + \frac{(U_\infty + u)^2 + v^2}{2} = \frac{n}{n-1} \frac{P_\infty + B}{\rho_\infty} + \frac{U_\infty^2}{2} \quad (2.3)$$

$$a^2 = \frac{dP}{d\rho} = \frac{n(P + B)}{\rho}, \quad (2.4)$$

where: $B = 3045 \text{ kg/cm}^2$, $n = 7.15$. The subscript ∞ indicates undisturbed conditions at infinity. The quantities u and v are the axial and radial perturbation velocities along flow line. For $M_\infty > 1$ shocks action have also be taken into account.

2.3 Approximate approaches

In case of small disturbances the Prandtl- Glauert transformation can be used and the Laplace equation can be transformed into equation:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + (1-M_\infty^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0 \quad (2.5)$$

For $M_\infty < 1$ this is acoustic equation for subsonic flow, for $M_\infty > 1$ wave equation for supersonic flow. On the basis of this equations the expansions of known slender body theory [2,10] can be received with accuracy of $(r^2 \ln 1/r^2, \delta^2 \ln 1/\delta^2)$:

$$M_\infty < 1: \varphi \approx U_\infty \left[\frac{S'}{2\pi} \ln r + \frac{S'}{4\pi} \ln \frac{m^2}{4x(L-x)} - \frac{1}{4\pi} \int_0^L \frac{S'(x_1) - S'(x)}{|x-x_1|} dx_1 \right] \quad (2.6)$$

Here $S = S(x)$ is the square of slender body lateral sections, $m^2 = |1 - M_\infty^2|$, δ - slenderness parameter of the slender body. By using expansions of the slender body theory the equations for slender cavities can be defined. For subsonic flow:

$$M_\infty < 1: \frac{1}{2R^2} \left(\frac{dR^2}{dx} \right)^2 + \frac{d^2 R^2}{dx^2} \ln \frac{m^2 R^2}{4x(L-x)} - \int_0^{x_0} \frac{d^2 r_1^2}{dx^2} \Big|_{x=x_1} - \frac{d^2 R^2}{dx^2} dx_1 - \quad (1) \quad (\ln 1/\delta^2)^{-1} \quad (\ln 1/\delta^2)^{-1}$$

$$- \int_{x_0}^L \frac{d^2 R^2}{dx^2} \Big|_{x=x_1} - \frac{d^2 R^2}{dx^2} dx_1 - \frac{dr_1^2}{dx} \Big|_{x=0} + \frac{dR^2}{dx} \Big|_{x=L} = 2\sigma \quad (2.7)$$

$$(\ln 1/\delta^2)^{-1} \quad (\ln 1/\delta^2)^{-1} \quad (\ln 1/\delta^2)^{-1} \quad (1)$$

For supersonic flow:

$$M_\infty > 1: \frac{1}{2R^2} \left(\frac{dR^2}{dx} \right)^2 + \frac{d^2 R^2}{dx^2} \ln \frac{m^2 R^2}{4x^2} - 2 \int_0^{x_0} \frac{d^2 r_1^2}{dx^2} \Big|_{x=x_1} - \frac{d^2 R^2}{dx^2} dx_1 - \quad (1) \quad (\ln 1/\delta)^{-1} \quad (\ln 1/\delta)^{-1}$$

$$- 2 \int_{x_0}^x \frac{d^2 R^2}{dx^2} \Big|_{x=x_1} - \frac{d^2 R^2}{dx^2} dx_1 - 2 \frac{dr_1^2}{dx} \Big|_{x=0} = 2\sigma \quad (2.8)$$

$$(\ln 1/\delta)^{-1} \quad (\ln 1/\delta)^{-1} \quad (1)$$

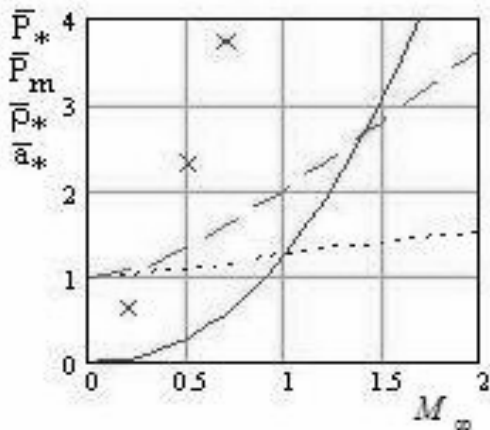


Fig. 3.1: Values in break point

- \bar{P}_* - pressure for steady flow
- × × × \bar{P}_m - pressure for blow against water [2]
- $\bar{\rho}_*$ - mass density- steady flow
- - - \bar{a}_* - sonic speed- steady flow

In the case of small disturbances the equation in the transonic range of Mach number is:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \left[(1-M_\infty^2) - \frac{(n+1)M_\infty^2}{U_\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right] \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0 \quad (2.9)$$

But here it should be noted that the accuracy of this equations can be considerable less as compared to similar equation for air which is due to considerably higher adiabatic coefficient in the equation of state for water.

3. PRACTICAL APPROACHES

Supercavitation flows are described by complicated equations. So further we present results and equations only which were obtained in different ways including asymptotic expansions, slender body theory and by heuristic approaches. All equations are considered for the most interesting range of Mach numbers starting from incompressibility till $M_\infty \sim 2 : 2.5$. Most of these equations are verified by experimental and numerical data and are improved from point of view of more effective practical use. Details of the derivation of these equations can be found in the publications of the list of references.

3.1 Estimation of cavitator drag

The ordinary practical equation for the drag in steady incompressible flow for disk type cavitators (disk, blunted cone and i.e.) is :

$$D = c_d \pi R_n^2 \frac{\rho U_\infty^2}{2}, \quad c_d = c_{do}(1 + \sigma) \quad (3.1)$$

where R_n cavitator radius in the section of separation, in case of a disk: $c_{do} \approx 0.82 : 0.83$. The simplest approach for estimation of the drag with account for compressibility is on the basis of the equation for the pressure coefficient c_* in the break point and drag coefficients can be estimated practical use by following equations including also the transonic range:

$$c_* = \frac{2}{nM_\infty^2} \left[\left(1 + \frac{n-1}{2} M_\infty^2 \right)^{\frac{n}{n-1}} - 1 \right],$$

$$M_\infty < 1: c_d = 0.82c_*(1 + \sigma), \quad M_\infty > 1: c_d = 0.82c_* + \sigma. \quad (3.2)$$

The influence of the compressibility near disk type cavitators is illustrated by values in the breaks - pressure, density, sonic speed $P_* = \bar{P}_* 10^4$ (kg/cm²), $\rho_* = \bar{\rho}_* \rho_\infty$, $a_* = \bar{a}_* a_\infty$ depend on M_∞ :

$$P_* = c_* \frac{\rho_\infty U_\infty^2}{2}, \quad \bar{\rho}_* = \left(1 + \frac{n-1}{2} M_\infty^2 \right)^{\frac{1}{n-1}}, \quad \bar{a}_*^2 = \left(1 + \frac{n-1}{2} M_\infty^2 \right), \quad (3.3)$$

Data for estimation of the values (3.3) are presented by Fig. 3.1 where the pressure $P_m = \bar{P}_m 10^4$ under initial blow against water is indicated on the basis of nonlinear numerical prediction [2]. The temperature in this range of M_∞ can be not over $\sim 100 - 200^\circ \text{C}$, but in case of slender cavitator it is possible to expect essential temperature increasing due to viscous flow. For estimation of c_{do} for cones till semi-angles in the range of $2\gamma < 90^\circ$ and $M_\infty < 0.8$, $\varepsilon = \tan \gamma$ the asymptotic approximated Eq. (3.4) can be used:

$$c_{do} = 2\varepsilon^2 \ln \frac{3}{2e} \frac{(1+4e/3)}{me} \quad (3.4), \quad F_\alpha = 2\alpha\pi R_n^2 \frac{\rho U_\infty^2}{2} \quad (3.4a)$$

Eq. (3.4) is of considerable more wide range of applicability as compared to found in [37]. Like this dependence for $M_\infty > 1$ can be found also on the basis of known equation for slender cone [10]. In the case of slender cavitators, including slender cones, the lateral force can be estimated by the known aerodynamic equation (3.4b), applicable to a wide range of M_∞ . This dependence is based on lateral added mass in the body section of the flow separation with radius R_n .

3.2 Simplest equations for the cavity form

The simplest equations for steady slender axisymmetric cavity $r = R(x)$ are:

$$\mu \frac{d^2 R^2}{dx^2} + \sigma = 0, \quad \left. \frac{dR^2}{dx} \right|_{x=0} = R_n \sqrt{\frac{2(c_d - k\sigma)}{k\mu}}, \quad R^2 \Big|_{x=0} = R_n^2, \quad (3.5)$$

with the solution for $\sigma = \text{const}$ as an ellipsoidal cavity form and known dependencies for the cavity maximal radius R_k , the cavity semi-length L_k and also the cavity aspect ratio $\lambda = L_k / R_k$:

$$R^2 = R_n^2 + \sqrt{\frac{2(c_d - k\sigma)}{k\mu}} x - \frac{\sigma}{2\mu} x^2, \quad (3.6)$$

$$R_k = R_n \sqrt{\frac{c_d}{k\sigma}}, \lambda = \sqrt{\frac{2\mu}{\sigma}}, L_k = R_n \frac{\sqrt{2\mu c_d/k}}{\sigma} \quad (3.7)$$

More higher accuracy of equations (3.5-3.6) for not small enough σ can be achieved by replacing $\mu_c = \mu(c_d - k\sigma)/c_d$ instead of μ . The accuracy of equations (3.5) as compared to nonlinear numerical data is demonstrated in Fig. 3.2.

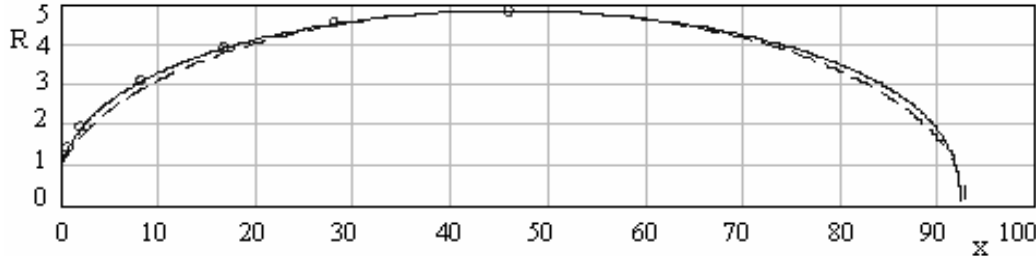


Fig. 3.2: Cavity form behind disk, incompressible fluid $\sigma = 0.04$:
 --- ellipsoidal cavity, Eq.(3.6) ○○○○ -nonlinear numerical data [13].

Equations (3.5-3.7) include 2 characteristic values μ and k have clear physical meaning : the value μ characterizes the mass of the expanding cavity sections, the value k - the axial transmission of energy along with the flow sections. Equations (3.5-3.7) are universal and applicable for estimation of the most part of the cavity in a wide range of M_∞ including subsonic, transonic, supersonic flow. But in doing so the values μ , k for different ranges of M_∞ can be essentially different.

3.3 Incompressible fluid and range of $M_\infty < 0.7 - 0.8$

The basis for practical dependencies for μ is a second order asymptotic solutions for the aspect ratio λ and maximal radius R_k of slender axisymmetric cavity:

$$\sigma = \frac{2 \ln \lambda / m \sqrt{e}}{\lambda^2} \quad (3.8), \quad R_k^2 = R_n^2 \frac{c_d}{\sigma} \left[1 + 2 \frac{\ln 2 / \sqrt{e}}{\ln \lambda^2 / m^2} \right], \quad (3.9)$$

where for Mach numbers in the range of $M_\infty < 0.7 : 0.8 : m^2 \sim 1 - M_\infty^2$. This solutions defines slowly changing depend on λ and σ values μ , k :

$$\mu = \ln \frac{\lambda}{m \sqrt{e}} \square \ln \sqrt{\frac{\ln 2 / m^2 \sigma}{e m^2 \sigma}} \Big|_{\lambda \sim 8-15} \approx \ln \sqrt{\frac{1.5}{m^2 \sigma}},$$

$$\sigma \sim 0.03 \div 0.01 : \mu \sim 2 \div 2.5, \quad (3.10)$$

$$k = k_\beta = 1 - \frac{2 \ln 2 / \sqrt{e}}{\ln m^2 \lambda} \approx 1 - \frac{2 \ln 2 / \sqrt{e}}{\ln 4 / m^2 \sigma},$$

$$\sigma \sim 0.03 \div 0.01 : k \sim 0.94 \div 1 \quad (3.11)$$

Calculation results of equations (3.10, 3.11) are illustrated in Figs. 3.3, 3.4. On the basis of (3.10) Eq.(3.8) is transformed approximately into equation:

$$\lambda^2 \square \frac{2}{\sigma} \ln \sqrt{\frac{\ln 2 / m^2 \sigma}{e m^2 \sigma}} \quad (3.12)$$

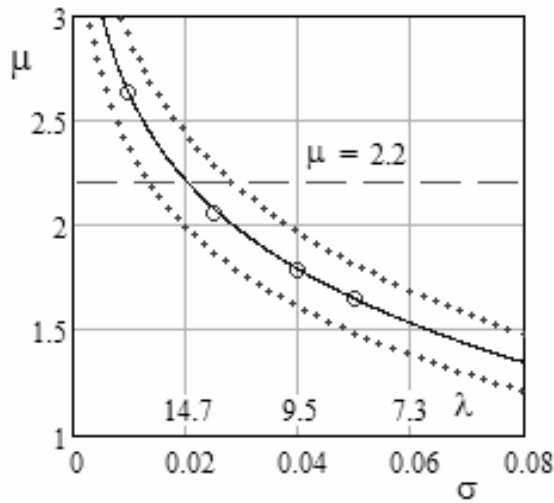


Fig. 3.3: Dependence of inertial coefficient μ on cavitation number σ
 ——— Eq. (3.10),
 - - - values of 5% deflections for μ ,
 ○○○○ - numerical calculations [13]

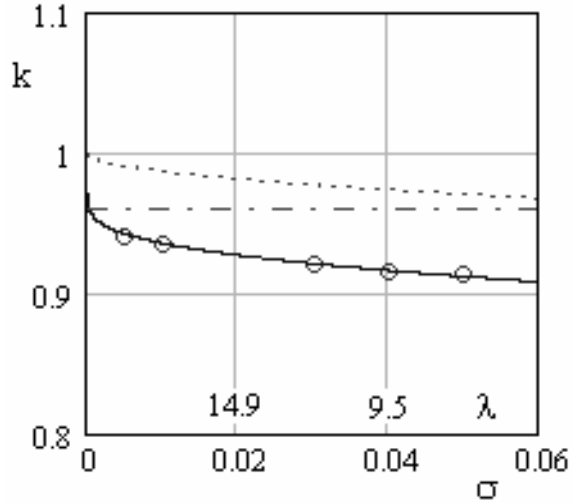


Fig. 3.4: Dependence of $k = k(\sigma)$ on cavitation number for $M = 0$
 ——— Eq. (3.11),
 - - - H. Reichardt dependence [13]
 ○○○○ - numerical calculations [13]

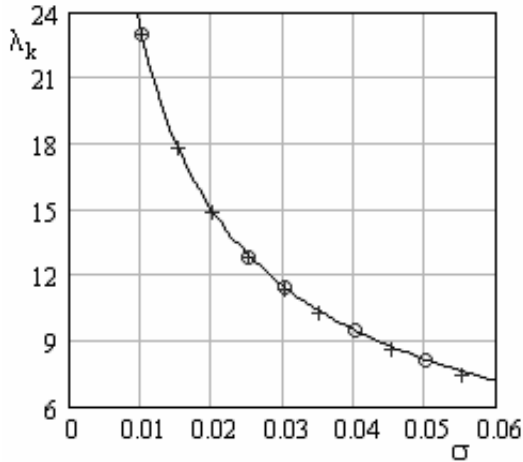


Fig. 3.5: Dependence for cavity aspect ratio $\lambda = \lambda(\sigma)$ on cavitation number.
 ——— equation (3.8),
 + + + equation (3.12)
 ○○○○ nonlinear numerical calculations [13].

Calculation results for equations (3.8, 3.12) are illustrated in Fig. 3.5. Eqs. (3.5, 3.7) are applicable for most of the middle part of the cavity. The forward cavity part near the disk is not described by this equation as it can be seen from Fig. 3.2.

The parabolic shape also is not correctly described at infinite where is known. M Gurevich – N. Levinson asymptotic for subsonic flow [12, 22]:

$$R^2 = 2\sqrt{c_{do}} \frac{x}{\sqrt{\ln x}} \left[1 - \frac{1}{4} \frac{\ln \ln x}{\ln x} + \dots \right] \sim \frac{x}{\ln x^{0.5}}.$$

Here and further all values are supposed be dimensionless relay to disk type cavitator radius. More precise approximate equation for the forward cavity part only on the basis of 3 terms of expansion (3.13) and applicable also just near disk is:

$$R^2 = 1 + \frac{2\sqrt{(c_d - \sigma)} x}{\sqrt{\ln \left\{ \frac{4(\Delta + x/\sqrt{e})^2 / m^2}{[1 + 2\sqrt{(c_d - \sigma)} x / \sqrt{\ln(4\Delta^2 + x)}]} \right\}}} - \frac{\sigma x^2}{\ln \left\{ \frac{4(\Delta + x/\sqrt{e})^2 / m^2}{[1 + 2\sqrt{(c_d - \sigma)} x / \sqrt{\ln(4\Delta^2 + x)}]} \right\}}$$

For a rough estimation of the forward part of the cavity only behind slender enough cones the first order asymptotic solution can be used:

$$R^2 = \left\{ \varepsilon^2 \left[2x \sqrt{\frac{\ln 1 / m^2 \varepsilon^2}{\ln x / m^2 \varepsilon^2}} - 1 \right] - \frac{\sigma(x-1)^2}{\ln x / m^2 \varepsilon^2} \right\}, \quad (3.15)$$

where $\varepsilon = \tan \gamma$, γ - cone semi-angle.

An accurate enough asymptotic approximation for the cavity behind disk as a whole can be calculated by the equations;

$$\Delta = 0.5R_n \left[\sqrt{c_d} + 1/\sqrt{c_d} \right] \quad (3.14)$$

$$R^2 = R_n^2 + \frac{L_k^2}{\lambda_c^2} \sqrt{\frac{\mu_m}{\mu_{xx}}} \frac{x}{L_k} \left(2 - \frac{x}{L_k} \right), \quad \lambda_c^2 = \eta \lambda^2, \quad \eta = (c_d - k\sigma)/c_d, \quad (3.16)$$

$$\mu_{xx} = 0.5 \ln \left\{ \frac{(x + \sqrt{e}\Delta)^2 \left[\left(2 + \sqrt{e} \frac{\Delta}{L_k} \right) - \frac{x}{L_k} \right]^2}{em^2 \left[R_n^2 + \frac{L_k^2}{\lambda_c^2} \sqrt{\frac{\mu}{\mu_*}} \frac{x}{L_k} \left(2 - \frac{x}{L_k} \right) \right] \left(1 + \sqrt{e} \frac{\Delta}{L_k} \right)^4} \right\}_{x=L_k} = \mu_m,$$

for: $\sigma \sim 0.01 \div 0.05$; $\mu_* \sim 2$

Results based on equations (3.16) as compared to nonlinear numerical predictions for $M_\infty = 0$ are illustrated by Fig. 3.6.

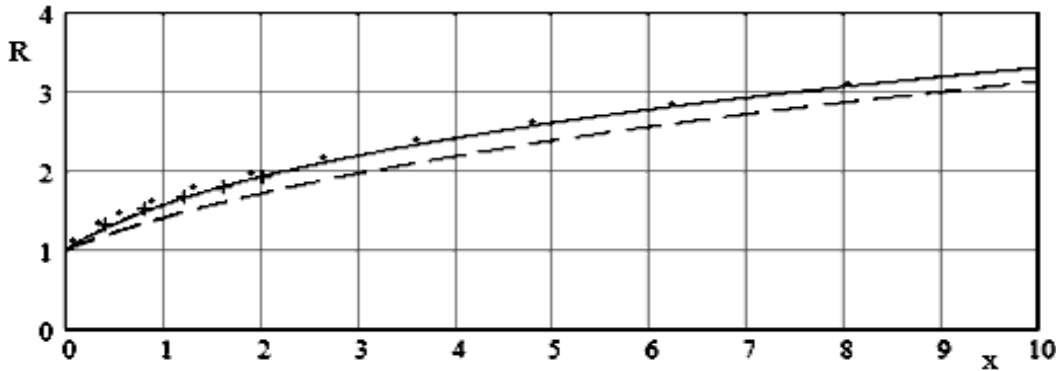


Fig. 3.6: Nonlinear approximation of the cavity form $\sigma = 0.04$

- ellipsoidal cavity form,
- nonlinear approximation Eqs. (3.15),
- ++++ G. Logvinovich experimental data,
- □ □ □ nonlinear numerical calculation [13].

3.4 Compressible flow for $M_\infty > 0.7 - 0.8$

The equation for the aspect ratio in the range of supersonic speeds takes the same form occurred as for subsonic flow (3.8), accordingly we have the same equation for μ by using of the ordinary value of $m^2 = |1 - M_\infty^2|$. Fig. 3.7 illustrates action of compressibility on inertial coefficient μ and accordingly on cavity aspect ratio σ . But in the transonic range $M_\infty \sim 0.7:1.5$ the most important effect is the significant increase of the extension of perturbation zone. Due to this the value of m can be improved by equation:

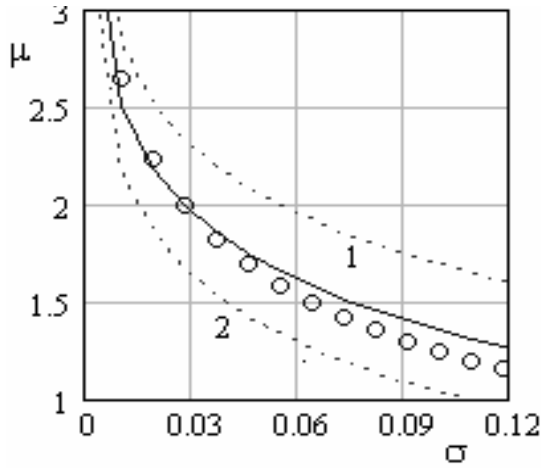


Fig. 3.7: Compressibility influence on μ

Incompressible fluid:
 — Equation (3.10b)
 ○ ○ ○ ○ numerical calculation [13].
 Compressible fluid:
 - - - - -1, Eq.(3.10b) for $M_\infty = 0.7$,
 - - - - -2, Eq. (3.10b) for $M_\infty = 1.7$.

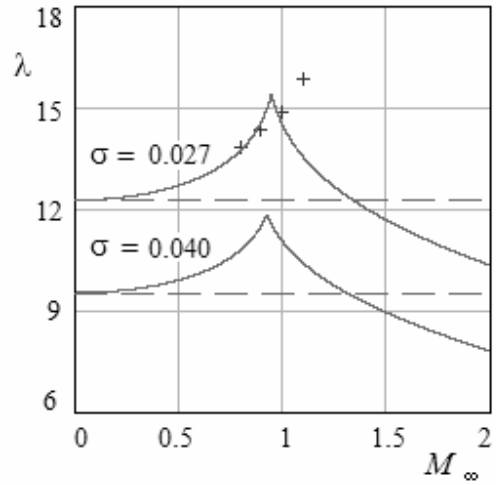


Fig. 3.8: Aspect ratio in transonic flow

$M_\infty = 0$ calculation Eq. (3.12)
 — calculation Eq. (3.12, (3.17),
 + + + numerical calculation [52].

$$m^2 \sim \left[\left| 1 - M^2 \left(1 + \frac{n+1}{2} \sigma \right) \right| + \frac{n+1}{2} \sigma \right] \frac{1}{1 + (n+1)\sigma/2} \quad (3.17)$$

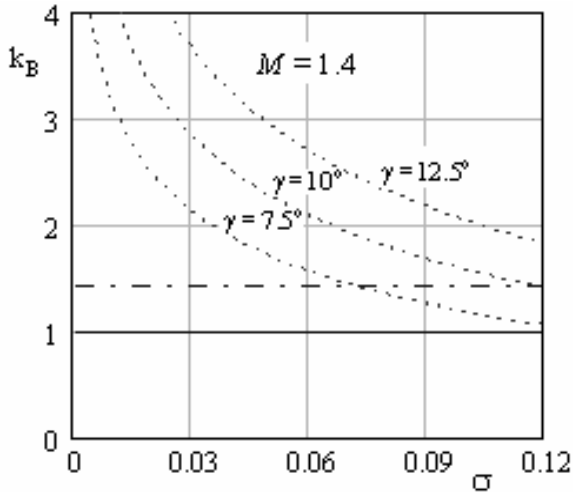


Fig. 3.9: Dependence for $k = k_B(\sigma, \epsilon)$, $M_\infty = 1.4$,

$\gamma = 7.5^\circ, 10^\circ, 12.5^\circ$
 - - - - - Eq. (3.19) calculation.
 - · - · - - wave loss on the cone $\gamma \sim 10^\circ$

Fig. 3.8. demonstrates the estimation of the transonic cavity aspect ratio results based on equations (3.12, 3.17) as compared to the attempt by nonlinear calculations of [52]. Calculations were made for $\sigma = 0.0268$. Data of [52] are approximately recalculated for constant $\sigma = 0.0268$ on the basis of weakly changed values of $\lambda^2 \sigma$.

The situation with estimations of the supersonic cavity behind disc is not fully complete till now. Three terms of supersonic asymptotic at infinity for $M > 1$ with considerable differences as compared to the prediction of subsonic asymptotic were found:

$$R^2 = \frac{K_S x}{(\ln x)^{3/2}} \left[1 - \frac{9 \ln \ln x}{4 \ln x} + \frac{3 \ln K_S m^2 / 4}{2 \ln x} \dots \right] \sim$$

and discovered considerable narrower forward part of a supersonic cavity. Values of the

asymptotic coefficient K_S where found for slender cavitators only what gives the possibility to find in these cases values of k for prediction of supersonic cavities behind slender cavitators. In case of slender cones the value of $k = k_B$ and for $M_\infty > 1$ can be estimated by equation:

$$k = k_B = \frac{\ln\left(\frac{2e\lambda^2}{m^2}\right)}{\ln\left(\frac{2}{m^2\varepsilon^2}\right)} \approx \frac{\ln\left(\frac{2e\ln 1.5/m^2\sigma}{m^2\sigma}\right)}{\ln\left(\frac{2}{m^2\varepsilon^2}\right)}, \quad (3.19)$$

where $\varepsilon = \tan \gamma$, γ -cone semi angle. By using equations for μ , k the supersonic cavity shape behind a slender cavitator can be easily estimated on the basis of simplest equations (3.5, 3.6).

Fig 3.10 illustrates calculation result for a supersonic cavity behind a slender cone as compared to subsonic flow and a cavity in incompressible flow for different cavitation numbers. The results for incompressible flow were verified by hopeful enough nonlinear numerical calculations [18].

In doing so the forward cavity part can be described more accurately on the basis of first order asymptotic solutions:

$$R^2 = \left\{ \varepsilon^2 \left[2x \left(\frac{\ln(1/m^2\varepsilon^2)}{\ln(x/m^2\varepsilon^2)} \right)^{3/2} - 1 \right] - \frac{\sigma(x-1)^2}{\ln(x/m^2\varepsilon^2)} \right\}_{x \rightarrow \infty} \sim \frac{x}{(\ln x)^{3/2}} \quad (3.20)$$

Fig 3.11 illustrates results of calculations for forward parts of sub- and supersonic cavities behind a slender cone for $\sigma = 0$ based of Eqs. (3.15, 3.20).

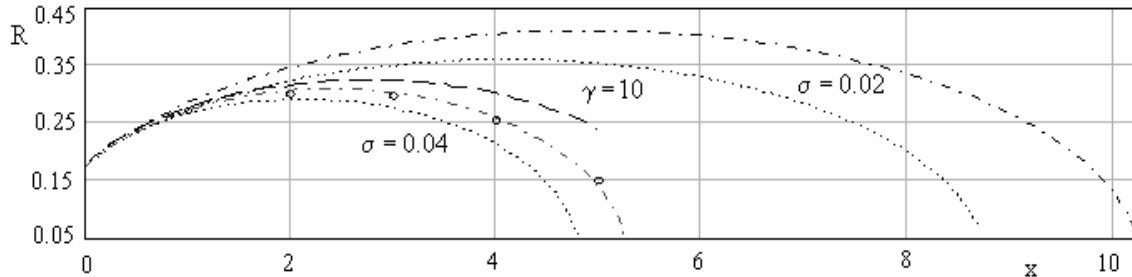


Fig. 3.10: Compressibility influence on cavity form for cone $\gamma = 10^\circ$

- ○ ○ ○ nonlinear numerical calculations $M_\infty = 0, \sigma = 0.04$ [18].
- $M_\infty = 0, \sigma = 0.04, \sigma = 0.02$: Eq. (3.5, 3.10, 3.11)
- calculations: $M_\infty < 1: M_\infty = 0.6, \sigma = 0.04$ -Eq. (3.5, 3.10, 3.11)
- $M_\infty > 1$: calculations: $M_\infty = 1.5, \sigma = 0.04, \sigma = 0.02$ -Eq. (3.5, 3.10, 3.19)

These solutions were verified for $\sigma = 0$ by nonlinear numerical calculations [1,2].

Interesting is the shape of a real supersonic cavity as compared to the ellipsoidal type. Fig 3.12 illustrates results of calculations of the form of the dominating part of a supersonic cavity, based on the solutions [45, 52].

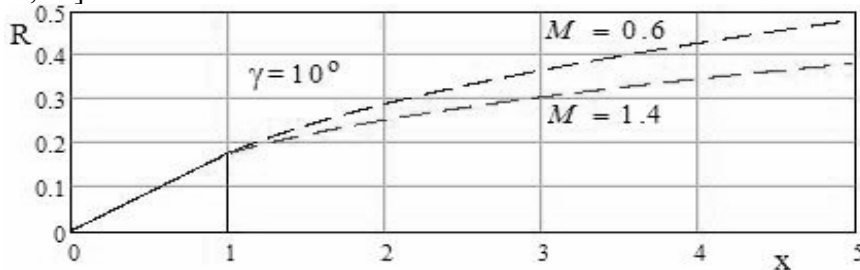


Fig. 3.11: Cavity form behind slender cone in sub- and supersonic flows, $\sigma = 0$

3.5 Cavitating drag in compressible flows

The important difference of flows with $M_\infty > 0$ is the formation of wave drag on the cavitator and especially on the forward part of the cavities what can be very intense and is the more the less is the cavitation number. As the result the forward cavity parts as it can be evident for solutions comparison (3.15-3.20), is occurred for $M_\infty > 0$ considerable more narrow as compared to subsonic cavities. The

appearance of wave drag leads to considerably higher coefficients $k = k_B(\lambda, m)$. Their significances for as distinguished with $M_\infty < 0$ where they are $k \sim 0.94 \div 1$, for $M_\infty > 0$ can reach the values $k_B \sim 2$, and more over what is illustrated by Fig. 3.9. As result supersonic cavities may have considerable smaller size as compared to subsonic ones, but with considerably higher cavitating drag coefficients. Below the equations for $k = k_\beta$, $k = k_B$ and also C_D and C_{D0} for forward cavity part for $M_\infty < 0$ and $M_\infty > 0$ in the case of cone are compared:

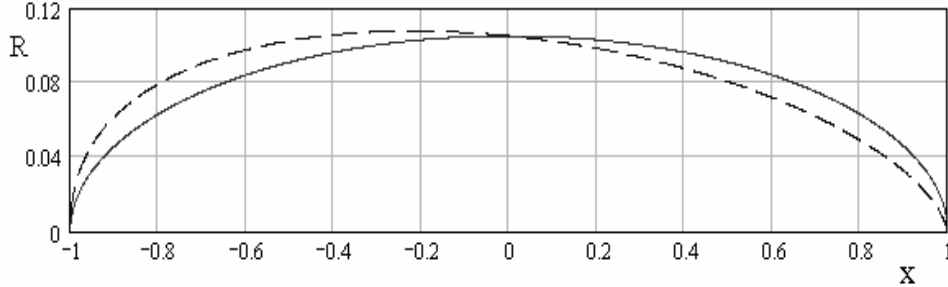


Fig. 3.12: Comparison cavity form for $M_\infty > 0$ with ellipsoidal form
 ——— ellipsoidal cavity form
 - - - cavity for $M_\infty \approx 1.4 > 0$, $\sigma \approx 0.04$

$$M_\infty < 0: C_{D0} \sim \frac{1}{8} \frac{\ln \lambda / m \sqrt{e}}{\lambda^2}, k_\beta \sim 0.94 - 1, \quad (3.21)$$

$$C_D \sim k_\beta \sigma = k_\beta 2 \frac{\ln \lambda / m \sqrt{e}}{\lambda^2}.$$

$$M_\infty > 0: C_{D0} \sim \frac{1}{8} \left(\frac{\ln 4\lambda / m}{\ln \sqrt{2} / m \varepsilon} \right)^2 \frac{\ln 4\lambda / m}{(\lambda)^2}, k_B = \left[\frac{\ln 2e\lambda^2 / m^2}{\ln 2\sqrt{e} / m^2 \varepsilon^2} \right]^2, \quad (3.22)$$

$$C_D = k_B \sigma \sim \left(\frac{\ln 2e\lambda^2 / m^2}{\ln 2\sqrt{e} / m^2 \varepsilon^2} \right)^2 \frac{2}{\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{m\sqrt{e}}$$

The expression for cavitating drag coefficient C_{DF} per the cavity section coincides with body back section:

$$C_{DF} = \frac{k\mu}{2} \frac{\left[1 + \frac{\sigma}{2\mu} (2\lambda_f)^2 \right]^2}{(2\lambda_f)^2} = \frac{k\mu}{8} \frac{\left(1 + \frac{2\sigma}{\mu} \lambda_f^2 \right)^2}{\lambda_f^2} \quad (3.23)$$

where λ_f - aspect ratio of the cavity part contained body per back sections of this part. This expression is universal in general case for a wide range of M_∞ with different coefficients μ , k for different ranges of Mach Numbers, but based on an ellipsoidal cavity form. This form can be essentially different from real cavity for motion of small bodies in the forward part of very large cavities

3.6 Possibilities of compressibility account

The compressibility influence till $M_\infty \approx 0.6-0.7$ is not significant and here all calculations can be made on the basis of verified equations. Physically the zones of supersonic flow near surface of finite cavity are begun jet for subsonic speed of body motion. The flow over slender cavitators even under essentially supersonic motion speed contain large zone of subsonic flow. For the range of $M_\infty \approx 0.6-1$ and it would rather for not high supersonic speed of motion the values k can be not essentially different of 1 and can be estimated by equation (3.11). Values of μ with account of (3.17) can be calculated by equation (3.10). Hopeful enough the estimation drag coefficient of disk type by Eq. (3.2) is. This fact gives the possibility to estimate the cavity form behind disks and slender cavitators for this range on the basis of Eq. (3.5). However, more accurate estimation of the cavity form near disks or cones for motion in the

forward part of very large cavity till now is not possible. For transition into the range $M_\infty > 1$ the cavity very quickly is occurred in the supersonic zone. The theory in case of slender cavitators shows the most high wave loss is taking place namely on the forward part of the cavities. As result even for slender cavitators the cavitating drag coefficients can be increased several times as compared to 1. With account of experimental verification of supersonic asymptotic of streamlines at infinity supersonic cavities behind slender cavitators can be estimated by equations (3.5) with account of equations of type (3.19) and also by equation (3.20). The case of calculation behind disk for $M_\infty > 1$ causes higher complications and is not solved until now.

Shock adiabatic curve for water practically is coinciding with ordinary one and energy loss in the shock in water is not essential. Nevertheless it is need to expect jet more strong wave loss on the cavity in case of the disk as compared to slender cavitators which can appear shortly enough for transition into range of $M_\infty > 1$. More soft factors here for inertial projectiles is type of flow not at initial moment but for final moment under considerable less speed which defines drag and it would rather this moment will be under subsonic speeds. In doing so initial speed can be started for considerable more high supersonic speeds with account of course essentially small sizes of supersonic cavities from point of view of motion in cavity without touching with cavity surface.

4. EXPERIMENTAL RESEARCH

4.1 A typical launch process

The process of successful high-speed supercavitating projectile launch in water is realized in the following way. A projectile is launched into water at a speed of $\sim 1000 : 2000 \text{ m/s}$ or even more. Usually a launch bubble of muzzle gas is created and a cavity considerably longer than the projectile develops.



Fig. 4.1: Experimental launch scheme (not to scale).

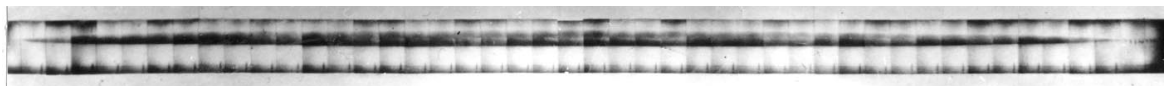


Fig. 4.2: Experimental cavity for $U \sim 1000 \text{ m/s}$ behind disk with $R_n \sim 0.75 \text{ mm}$.

The projectile travels in a nearly straight line, and decelerates ballistically, so that the cavitation number increases and the cavity size decreases. At some point, the cavity boundary impinges on the projectile surface. Eventually most of the projectile surface becomes wetted, viscous drag causes very rapid deceleration and the trajectory is effectively terminated. Although a successful launch results in a nearly straight projectile trajectory, the projectile itself tends to oscillate within the cavity in pitch and yaw and is typically stabilized by a process referred to as “tail-slap,” wherein the afterbody grazes the cavity boundary.

Typical experiments have employed fairly small, slender, metal projectiles of mass on the order of $M \sim 0.1 \div 0.5 \text{ kg}$. The range is maximized by fabricating the projectiles from a heavy material such as tungsten or steel, with a density $\rho \sim 7.8 \div 20 \text{ g/cm}^3$. The projectile is designed to be closely conformal to the forward part of the cavity at the end of the trajectory, at which point the cavitation number is greatest, and the cavity dimensions are smallest. The cavitator size is selected such that the cavity nearly grazes the projectile surface at this moment. A disk-type cavitator is usually used, since it is associated with suitably stable projectile motion, and it is easily fabricated. However, it should be noted that, at very high speeds, such cavitators endure very high stresses that, even at steady speeds, can reach the yield limit of strongest steels. During water entry, under the conditions discussed in connection with Fig.3.1, the stresses are even greater.

4.2 Experimental data

Most experimental data have been obtained at conditions near atmospheric pressure for motion in channels with free boundaries. In the following sections, the data involving the experiments described in references [14, 36, 53] are used. The projectile form and cavitator size are chosen on the basis of a cavity, the forward portion of which is close to a parabolic shape. Projectile stability is provided by sizing the cavitator such that the after body is wetted, or, alternatively by generating a slightly oversized cavity such that a tail-slap occurs.

Typically, for very high-speed experiments at approximately atmospheric pressure with projectiles of small mass on the order of $\sim 0.1 \div 0.5$ kg, the cavities are very large. Under these conditions, for motion at a depth of ~ 0.5 m, the cavitation number is on the order of $\sigma \sim 2.1 \times 10^{-4}$. Ignoring the effects of facility boundaries and the free surface, the cavity length-to-cavitator radius ratio is on the order of $L_c/R_n \sim 29 \times 10^3$. Even for a cavitator as small as 1 mm, the associated cavity length is $L_c \approx 29$ m. In comparison, a steel projectile of mass $M \approx 0.2$ kg with an aspect ratio $\lambda_f \approx 10-15$ has a body length of only $L_b \approx 10-12$ cm. Even if the considerable blockage effect of the test facility is taken into account, the large cavity will allow for considerable motion of the small projectile within it. A rough schematic of the arrangement of the projectile within the cavity (not to scale) is presented in Fig 4.1. A high-speed composite image derived from sequential frames of a high-speed film of an experiment at a launch speed on the order of ~ 1000 m/s is presented in figure 4.2 [36, 53]. Experiments to ranges on the order of several scores of meters have been performed.

The main results of very high-speed supercavitating projectile experiments are as follows: The practicality of stable motion over useful distances of small bodies enveloped in a supercavity has been demonstrated. Very high sub- and supersonic speeds in water have been reached. See Figs. 4.2 [36, 53] and 4.3 [14]. For range of speeds $M_\infty \sim 2$ it was found that cavities have stable clear fixed surfaces.

Theoretically and by experiments the oscillating nature of the projectiles motion and possibility of resonance regimes for motion was discovered, see figure 4.4 [36,53].

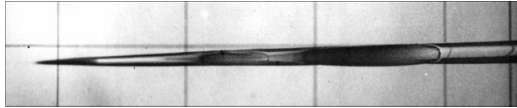


Fig. 4.4: Demonstration of oscillating nature of the motion and projectile stabilization process,

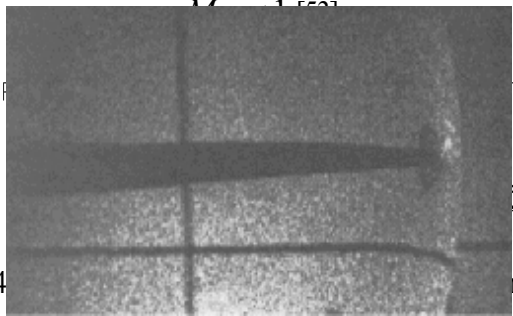


Fig. 4.3: Supersonic cavity behind disk [14].

Points — experimental data for

$\sigma \sim 10^{-4}$, $M_\infty \sim 0.3 - 0.9$,

—— Ellipsoidal cavity form

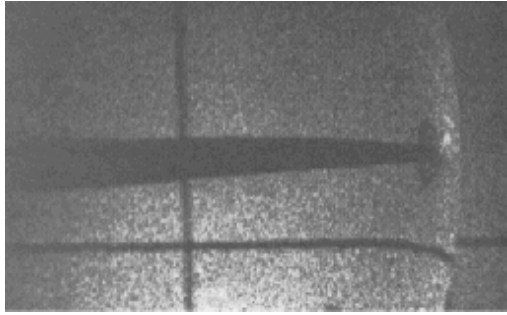


Fig. 4.3: Supersonic cavity behind disk [14].

becomes alike as a mushroom form. Additional lanching experiments may provide considerable more strong properties of metal under such specific of very short term blow processes. This possibility can be verified by further experiments when we could catch projectiles which will not be destroyed for blow against obstacle. A second reason of unsuccessful launch can be too high initial perturbation of projectiles under launch which can lead to considerable lateral forces and bended plastic deformations.

Lack of experiments is also impossibility to reach maximal distances with nature cavity closure at the end under 1 atm pressure so these distances are considerable over as compared to experimental treks. There are also considerable difficulties for the forward part of the cavity near the disk due to too high speed and especially thanks to essential change of optical properties of water under high pressure as it can be evident on figure 4.3. For 1 atm natural pressure and very high speeds the modeling of projectile motion in the cavity with the same as for projectile sizes is not possible too.

4.3 Verification of theoretical models

Experimental cavities are extreme slender like as needle ones. These cases are maximally suitable for approaches on the basis of slender body theory. At the same time nonlinear numerical modeling of alike cases is a very complicated problem which is not solved till now. The sizes of experimental cavities are usually considerable larger as comparison to distances to walls and channel free boundary. For estimation of the interference with boundaries in the range of $M_\infty < 0.6 \div 0.7$ we have dependencies [7]. However, for any case using experimental results for middle parts of cavities for verification of the theory is doubtful, due to considerable influence of boundaries. Especially essential boundaries influence for transonic flows and for this case and for $M_\infty > 1$ models to estimate boundaries interferences do not exist. This is the worse situation, due to the wide zone of perturbations. Here for motion near a free surface this zone action practically is neglected and considerable distortion are made also by the wall influence. The hopeful enough for all cases can be verification of the theory for forward part of cavities for distances of several projectile lengths in spite of problems for photo fixation of the cavity form near disk type cavitators for too high speeds.

Table 4.1

Experimental cavity forward parts validation

x	20	40	80	100	120	160	200	240	300
R experiment: ($M=0.33$)	4.6	6.1	8.2	8.8	9.5	11.2	12.4	13.4	-
R experiment: ($M=0.45$)	-	6.1	7.8	9.1	9.3	11.3	12.7	13.6	14.9
R theory: ($M=0$)	4.37	5.88	7.98	8.82	9.57	10.90	12.1	13.1	14.5
R theory: ($M=0.67$)	4.46	6.00	8.15	9.00	9.77	11.13	12.32	13.39	14.83

As a result of subsonic experiments they had proved closeness of very slender under very high speeds axisymmetric cavities to ellipsoidal form in spite of even considerable boundaries influence and also independence of expansion of the sections of this cavities what is demonstrated by Fig. 4.5. [36, 53], R_c , L_c - cavity maximal radius and length. Comparison of forward parts of cavities with known asymptotic of streamlines expansion at infinity by Gurevich- Levinson [12, 22]:

$$R^2 = 2\sqrt{c_{do}} \frac{x}{\sqrt{\ln x}} \left[1 - \frac{1}{4} \frac{\ln \ln x}{\ln x} + \dots \right] \sim \frac{x}{\ln x^{0.5}} \quad (4.1)$$

was made. In spite of the limited accuracy of the photo fixation, nevertheless this is one the most promising confirmation of this theoretical prediction. Comparison of results [36] of this law are demonstrated by table 4.1.

Data of supersonic experiments [14] give the possibility for verification of the asymptotic of stream line expansion at infinity in supersonic flow:

$$R^2 = \frac{K_S x}{(\ln x)^{1.5}} \left[1 - \frac{9}{4} \frac{\ln \ln x}{\ln x} + \frac{3 \ln K_S m^2 / 4}{2 \ln x} \dots \right] \sim \frac{x}{(\ln x)^{1.5}}, \quad (4.2)$$

where K_S value is defined at present in the case of slender cavitators only.

For verification the photo original of fragment figure 4.3 was used. Cavity form for weakly enough depend on M_∞ which was estimated on the basis of shock wave angle which is clear fixed on the photo. The experimental curves of the supersonic cavity form [14] were compared with sub- and supersonic asymptotic (4.1) and (4.2) Fig. 4.5. For comparison booth theoretical curves are made as reciprocally intersected with experimental curve on the first figure at the section 3, on the second figure at the section 6. Experiments are corresponding to not very high Mach Numbers. The measurement of experimental radii was not as very accurate. On the photo it can be seen the range of the sections 4-6 the lateral blow of the projectile against cavity was occurred which what exited some increasing of the experimental cavity radiuses in for the next sections. Nevertheless, as it can be seen in Fig.4.5, the curve of the experimental cavity is situated considerable more close to supersonic asymptotic as distinguished to the subsonic one. These confirmations give essential assurance and can be regarded as a basis for validation of the equations developed on the basis of the Slender Body theory [44-49, 51].

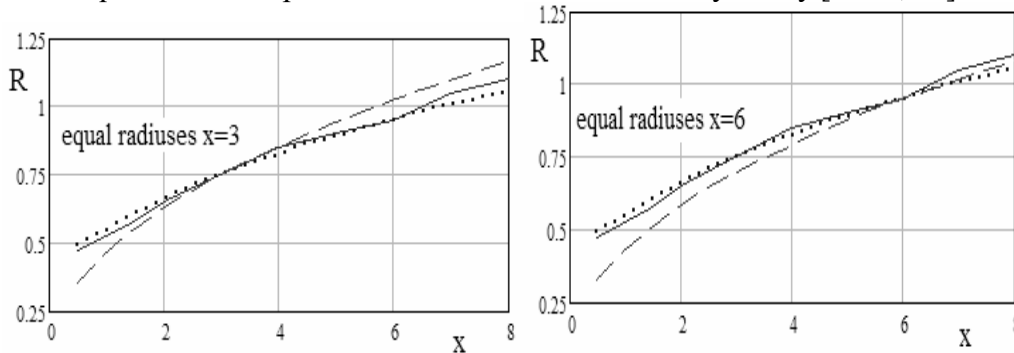


Fig. 4.6: Verification of supersonic asymptotic of streamlines at infinity

———— experiment cavity form
 supersonic asymptotic,
 - - - - subsonic asymptotic

5. AXIAL MOTION

5.1. General equations

The theory of motion in a cavity is described by complicated equations. However, linearization and simple heuristic approaches give the possibility to use here simplified equations which are universally applicable both for continuous and supercavitating flows [11, 15, 31, 37, 43, 46, 49]. For estimation the cavitator drag only is taken into account.

Due to extreme small values of cavitating drag coefficients a very low deceleration of the speed of motion under inertia is observed. This fact gives the possibility to use quasi steady approach for supercavitation modeling. The simplest model of axial axial body motion by inertia in any continuous medium under drag which is proportional of to the speed square is described by:

$$\mathbf{M} \frac{dU}{dt} + \mathbf{K}U^2 = 0, \quad U = \frac{dX}{dt}, \quad \mathbf{K} = c_d \pi R_n^2 \frac{\rho}{2}, \quad U|_{t=0} = U_o, \quad X|_{t=0} = 0, \quad (5.1)$$

where \mathbf{M} , - body mass, $x = X(t)$ - trajectory length, $u = U(t)$ - body speed depend on time, \mathbf{K} accounts for the cavitator drag. This equations can be easily transformed into the system with the simplest solution:

$$\frac{\mathbf{M}}{2} \frac{dU^2}{dx} + \mathbf{K}U^2 = 0, U|_{x=0} = U_o, x = \frac{\mathbf{M}}{2\mathbf{K}} \ln \frac{U_o^2}{u^2} \quad (5.2)$$

5.2 Universal equations for axial motion in cavity

In general case it is supposed that the motion starts in the large cavity and finishes in smaller cavity when the back part of the projectile is connected with the cavity as it is shown in Fig. 4.1. The projectile with aspect ratio λ_f of near parabolic form we consider as given and inscribed in such cavity as we want with help coinciding given cavitator radius R_n . In the case of motion in cavity trajectory length until of reaching of the speed $u = U_c$ is defined in general case on the basis of integral (5.2) by dependency:

$$X_c = \frac{\mathbf{M}}{c_d \pi R_n^2 \rho} \ln \frac{U_o^2}{U_c^2} = A \ln \frac{U_o^2}{U_c^2} \quad (5.3)$$

If the body is designed in such a way in order to do not touch cavity surface for motion that speed values U_c are situated into range of body motion in cavity.

Axial motion of a paraboloidal body

Firstly we consider the most general case when body can move for the final moment both at the forward cavity part of very large cavity Fig. 4.1 or in cavity with sizes what can be near to body sizes. In doing so the body has to be by form what would be close to the forward cavity part closed to paraboloid. The cavitator size have to provide touch of back body with cavity for final moment of motion. On the basis of equations for ellipsoidal cavity and equations (5.2, 5.3) the length of supercavitation part of trajectory in general case is described by formula:

$$X = \frac{8}{9} \frac{1}{\sqrt[3]{\pi}} \frac{\rho_b}{\rho} \frac{\kappa_p^{2/3}}{k_c} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{\mu_c}}{\sigma_o^{4/3}} \frac{9 \left(\frac{\lambda_f^2 \sigma_c}{\mu_c} \right)^{4/3}}{\left[1 + 2 \frac{\lambda_f^2 \sigma_c}{\mu_c} \right]^2} \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_o} = \frac{8}{9} \frac{1}{\sqrt[3]{\pi}} \frac{\rho_b}{\rho} \frac{\kappa_p^{2/3}}{k_c \mu_c} \sqrt[3]{V} \frac{9 \left(\lambda_f^2 \right)^{4/3}}{\left[1 + 2 \frac{\lambda_f^2 \sigma_c}{\mu_c} \right]^2} \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_o} \quad (5.4)$$

This is an universal dependence, applicable both for incompressible and compressible flow in a wide range of M_∞ for coinciding significances of key coefficients $k = k_c$, $\mu = \mu_c$ corresponding their significances for cavity at the trajectory end. Here ρ_b , V - body mass density, volume, κ_f - show what part of volume of final cavity until back body section is filled by body, σ_o , σ_c - cavitation numbers for initial and final moments at the trajectory end.

Optimization along 2 values λ_f , σ_c from point of view of achievement of maximal distance gives 2 equations.

$$\frac{\lambda_f^2 \sigma_c}{\mu_c} = 1 \quad (5.5) \quad \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_o} = \frac{1 + 2\lambda_f^2 / \mu_c}{4\lambda_f^2 \sigma_c / \mu_c} \quad (5.6)$$

Optimization on λ_f only equation (5.5) indicates that maximal distances are achieved for maximally filling by parabolic body the volume of final (ellipsoidal) cavity. The relation of the volumes of paraboloid form V_p close inscribed in ellipsoid cavity with volume V_e and relation of aspect ratios here for cavity and inscribed parabolic form is:

$$\kappa_{pe} = V_p / V_e = 4/9 \sim 0.445, \quad \kappa_{pe}^{2/3} = (4/9)^{2/3} \sim 0.582, \quad \lambda_p = \lambda_c / \sqrt{2} \quad (5.7)$$

With account of Eq. (5.5) the general dependence (5.4) is transformed into optimized dependence for maximal distances:

$$X_p = \frac{2}{\sqrt[3]{\pi}} \frac{4}{9} \frac{\rho_b}{\rho} \frac{\kappa_p^{2/3}}{k_c} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{\mu_c}}{\sigma_c^{4/3}} \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_o}, \quad (5.8)$$

By optimization for σ_c only equation (5.6) indicates that the maximum of the trajectory length can be achieved for motion in the forward part cavity likely as in Fig. 4.1. The maximal trajectory length is defined by the Eq. (5.4) and by a given body aspect ratio λ_f :

$$X_f = \frac{8}{9} \frac{1}{\sqrt[3]{\pi}} \frac{\rho_b}{\rho} \frac{\kappa_p^{2/3}}{k_c} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{\mu_c}}{\sigma_c^{4/3}} \frac{9 \left(\frac{\lambda_f^2 \sigma_c}{\mu_c} \right)^{4/3}}{\left[1 + 2 \frac{\lambda_f^2 \sigma_c}{\mu_c} \right]^2} \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_o}, \quad (5.9)$$

where $\sigma_c = \sigma_{f_opt}(\lambda_f, \sigma_o)$ is defined by Eq. (5.6):

$$\ln \frac{\sigma_{f_copt}}{\sigma_o} = \frac{1 + 2\lambda_f^2 \sigma_{f_opt} / \mu_c}{4\lambda_f^2 \sigma_{f_copt} / \mu_c} \quad (5.10)$$

5.3. The universal case: bodies of parabolic and ellipsoidal forms

If it would consider common optimization both on λ_f and σ_c the solution of the equations system (5.5-5.6) give the condition which defines $\sigma_c = \sigma_{c_opt}$ for both this cases too:

$$\ln \frac{\sigma_{c_opt}}{\sigma_o} = \frac{3}{4} \cdot \sigma_{c_opt} = \sigma_o e^{3/4} \sim 2.12 \sigma_o \quad (5.11)$$

The maximal distance on the base of Eq.(5.8), with account (5.11) is defined as:

$$X_{pm} = \frac{2}{3} \frac{1}{e\sqrt[3]{\pi}} \frac{\rho_b}{\rho} \frac{\kappa_p^{2/3}}{k_c} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{\mu_c}}{\sigma_o^{4/3}} \quad (5.12)$$

Comparison of optimal cavitation numbers for motion end in the forward part of cavity and in closely inserted body in finite cavity is illustrated in Fig. 5.1.

The distance maximization under condition of maximal filling by the body of the cavity volume in the final instant the motion in the cavity is universal. This fact is valid both for bodies close to paraboloid and ellipsoidal form too! The dependence (5.7) for bodies of ellipsoid form the maximal distance is defined by the same as Eq. 5.8 dependence, but with another coefficient:

$$X_e \approx \frac{2}{\sqrt[3]{\pi}} \sqrt[3]{\frac{4}{9}} \frac{\rho_b}{\rho} \frac{\kappa_p^{2/3}}{k_c} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{\mu_c}}{\sigma_c^{4/3}} \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_o}. \quad (5.13)$$

Like this as Eq.(5.12) the dependence for maximal distance of ellipsoid body is:

$$X_{em} \approx \sqrt[3]{\frac{3}{2}} \frac{1}{e\sqrt[3]{\pi}} \frac{\rho_b}{\rho} \kappa_p^{2/3} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{\mu_c}}{\sigma_o^{4/3}}. \quad (5.14)$$

For the range of $M_\infty < 0.7 \div 08$, $\lambda_c \sim 10 \div 20$, $k_c \sim 0.94$ this main equations can be expressed accordingly.

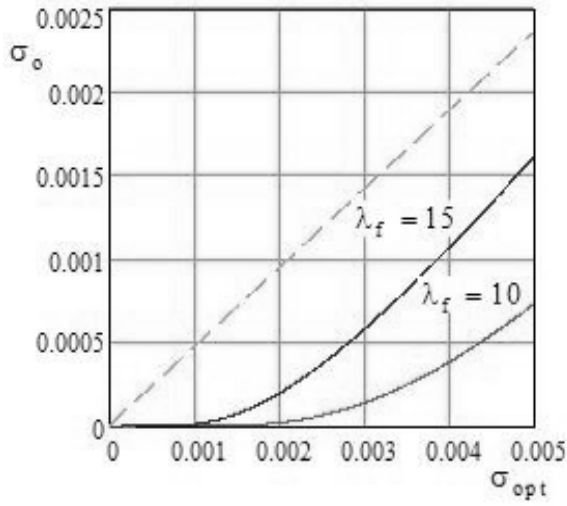


Fig. 5.1: Optimal cavitation numbers
 — motion end in the forward cavity part
 paraboloid form: Eq. (5.10)
 - - - - motion end in the finite cavity: Eq. (5.11)

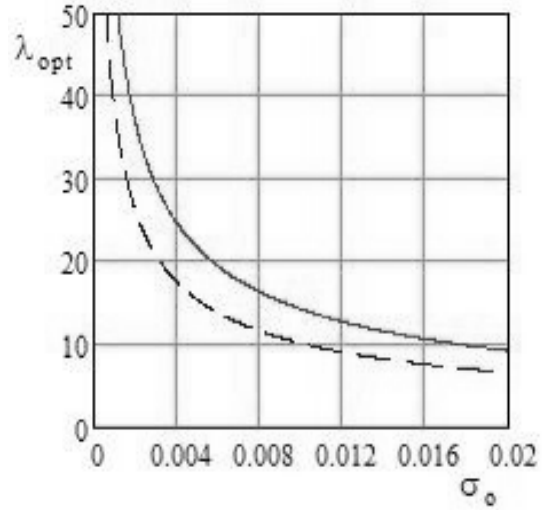


Fig. 5.2: Body optimal aspect ratios depend on cavitation number σ_o
 - - - - - close to paraboloidal form Eq. (5.17)
 ——— - close to ellipsoidal form Eq.(5.20)

In the case of paraboloid form of the body:

$$X_p \approx 0.71 \frac{\rho_b}{\rho} \kappa^{2/3} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{0.5 \ln \frac{1.5}{m^2 \sigma_c}}}{\sigma_c^{4/3}} \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_o}, \quad (5.15)$$

$$X_{pm} \approx 0.167 \frac{\rho_b}{\rho} \kappa_p^{2/3} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{0.5 \ln \frac{0.71}{m^2 \sigma_c}}}{\sigma_o^{4/3}} \quad (5.16)$$

Optimal body aspect ratio:

$$\lambda_{p_opt} \sim 0.49 \sqrt{\frac{\ln 0.71 / m^2 \sigma_o}{\sigma_o}}. \quad (5.17)$$

In the case of near ellipsoid form of body:

$$X_e \sim 1.1 \frac{\rho_b}{\rho} \kappa^{2/3} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{0.5 \ln \frac{1.5}{m^2 \sigma_c}}}{\sigma_c^{4/3}} \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_o}, \quad (5.18)$$

$$X_{em} = 0.288 \frac{\rho_b}{\rho} \kappa_p^{2/3} \sqrt[3]{V} \frac{\sqrt[3]{0.5 \ln \frac{0.71}{m^2 \sigma_c}}}{\sigma_o^{4/3}}. \quad (5.19)$$

The optimal body aspect ratio is:

$$\lambda_{e_opt} \sim 0.69 \sqrt{\frac{\ln 0.71 / m^2 \sigma_o}{\sigma_o}} \quad (5.20)$$

Comparison of optimal cavitation numbers which realize maximal distances for end of motion in the case of closely inserted in finite cavity paraboloidal and ellipsoidal bodies forms is illustrated by Fig. 5.2.

5.4 Maximizing projectile range

Given and not changed are values of ρ and of the gravity field pressure ΔP . The range of change ρ_b/ρ is also limited by values $\sim 8 \div 15$. From the point of view of effective launch most important is to reach a given distances under conservation off sufficient energy of the projectile at final moment, from the point of view of the required impact on the obstacle. With account limitation of reasonable initial launch values of speed the most important possibility of the launch systems efficiency is the possibility of maximal increasing of the reaching distances under given initial speed. This problem can be reformulated as equaling the possibility of receiving a given distance by minimization of the initial speed, too.

There are two possibilities to reach a maximal distance under one parameter optimization. For the parabolic body form this means optimization on the cavitation number at the final moment under given body aspect ratio Maximal range here is defined by equation (5.9, 5.10). The cavitator size here is designed for inscribing parabolic body in the forward part of cavity with cavitation number defined by Eq. (5.10) depending on initial cavitation number. In the second way the one parameter optimization is possible both for parabolic and elliptic body forms the maximal distance is reached in the case when body maximally closely fills the final finite cavity.

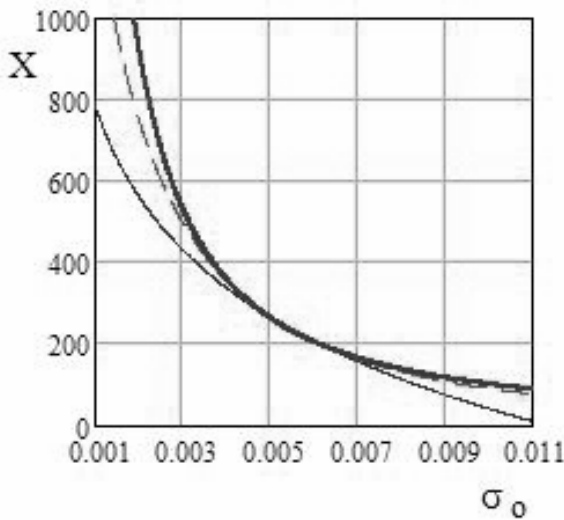


Fig. 5.3: Maximal ranges – paraboloidal form
 ————— Eq. (5.16),
 - - - - - Eq. (5.15) for $\lambda = 15$
 Equations (5.9-5.10) for $\lambda = 15$

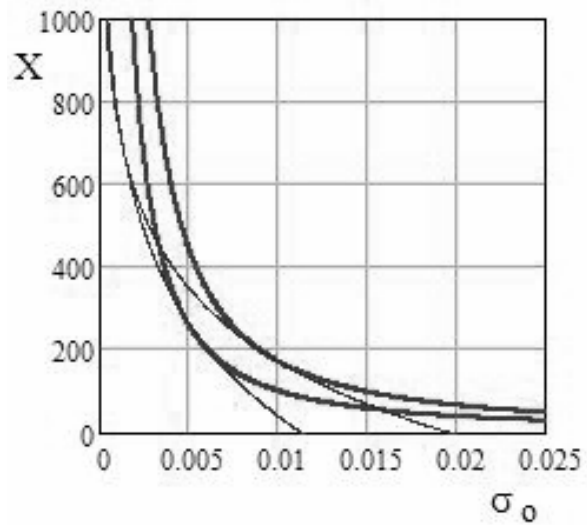


Fig. 5.4: Maximal ranges comparison paraboloid–
 ellipsoid forms paraboloid form curves are below
 ellipsoid ones
 ————— Eq. (5.16, 5.19),
 - - - - - Eq. (5.15, 5.18) for $\lambda = 15$

The maximal distance here is defined by equations (5.8, 5.13) with account of sizes for cavitator which provide close inscribing of the body in final given finite cavity. For both cases of optimization we have to chose the points with characteristic pressures and make optimization for this points so in reality we have hydrostatic pressure changing. Under these conditions our design for typical points of pressure under condition of constant initial speed of pressure will be optimal only for these values of pressure only. For another pressures changing along depth this design will not be optimal and can be near optimal only. For both cases under fixation of ΔP and ρ_b/ρ we have the structure of dependence for length of cavitating part of trajectory (5.21) which physically expresses the dependence (5.22):

$$X \sim X(V, \sigma_c, \sigma_o) \quad (5.21), \quad X \sim X(M, U_c, U_o) \quad (5.22)$$

Under given mass \mathbf{M} and value defined body energy at the final moment U_c the trajectory length can be any long under infinite increasing of initial speed U_o . With account of given characteristic maximal pressure ΔP_m given distance length X , initial speed U_o and energy at the given trajectory end U_c definite defines value of body mass \mathbf{M} :

$$\mathbf{M} = M(X, U_c, U_o)$$

For further using with account of changing of pressure for given values \mathbf{M} , U_c , U_o the length of

distance will be coincide for given point $\Delta P = \Delta P_m$ however will it be more long for less pressures and more short for more high pressures. The values U_c at the end of given trajectory length for $\Delta P = \Delta P_m$ will be the same under more small pressures. Under conditions when we have the possibility to change the initial speed two optimization parameters give the possibility to optimize also parameter of the body form (body aspect ratio λ) from point of view of reaching of maximal distance. Optimal aspect ratios λ are realized depending on σ_o : equations (5.11, 5.17, 5.20) and under considerable increasing of initial speeds can not be over of definite values of λ from point of view body strength. If we choose maximal possible aspect ratio from point of strength as $\lambda \sim 15$ critical values of initial cavitation numbers for parabolic σ_{op} and ellipsoid σ_{oe} forms are estimated by equations ($m \sim 1$):

$$\sigma_{op} = e^{-3/4} \frac{\ln m \lambda \sqrt{2/e}}{\lambda^2} \Big|_{\lambda=15} \sim 0.0054 \quad (5.23)$$

$$\sigma_{oe} = e^{-3/4} \frac{2 \ln m \lambda / \sqrt{e}}{\lambda^2} \Big|_{\lambda=15} \sim 0.0093 \quad (5.24)$$

This cavitation numbers divide range of pressures (depths) on two parts. The part of more high pressures is when optimization is realized for body closely inserted in the cavity at the trajectory end. The part of less pressure when optimization is realized for motion of the body at final moment in the forward part of cavity. Body aspect ratio optimization equation (5.23, 5.24) is occurred as possible for the ranges of $\sigma_{op} > 0.0054$, $\sigma_{oe} > 0.0093$. Under less initial cavitation numbers and given maximal body aspect ratios $\lambda_f \sim 15$ considerable better to use optimization for motion in the forward part of cavity where maximal distance is defined by equation (5.9, 5.10). In doing so the cavitator size is designed under condition of inscribing of body in the forward part of cavity under given characteristic maximal pressure $\Delta P = \Delta P_m$. For less and more high pressures calculation is made on the general equation (5.4) under value of σ_c defined for $\Delta P = \Delta P_m$.

Figs, 5.3 and 5.4 illustrate the comparison of calculated results for maximal ranges under $k \sim 1$, $m \sim 1$, $\kappa = 1$, ρ_b / ρ , $V = 1$ and different ways of optimization under equal body aspect ratios and masses. In Fig: 5.4 the over curves correspond to ellipsoidal form, below – paraboloidal body form. On Figs 5.3, 5.4 touching points correspond to critical values of initial cavitation numbers (5.23, 5.24). In this point for $U_o \sim 1500\text{m/s}$ bodies by mass 0.3kg have reached distance length $\sim 100\text{m}$ in the case of parabolic form under $\Delta P \sim 60\text{bar}$, elliptic form under $\Delta P \sim 100\text{bar}$. Since more small cavitation numbers trajectory length become practically as equal for paraboloidal and ellipsoidal forms with account that paraboloidal form is inscribed in cavity under more small cavitation numbers for the same body aspect ratios. It should be noted that the ellipsoidal body form under the same conditions give the possibility to reach longer distances under high pressures but have essential lack with respect to required additional stabilizer devises and is not good applicable for small pressures. The parabolic form is considerably more universal giving some less long distances for high pressures but it is applicable and for small pressures too, giving the possibility to reach maximal distances under given body aspect ratios. For case of paraboloid form there is possibility in particular of an automatic stabilization with the help of multiple touching by body back part of the cavity under angular oscillations of the projectiles.

5.5 Other constraints

Launch optimization process under given trajectory length and energy at the trajectory length give not the possibility to account additional conditions and limitations if we have no some reserves of values of initial speeds and distances. When we have these reserves they can be used to account for additional conditions. In particular if we have limitation on projectile energy for final moment $E_c = \rho_b V U_c^2 / 2$ which can not be less as a required value we can optimize mass (volume V) of projectile from point of

view maximization of trajectory length under this condition on the basis of equation (5.8, 5.13). The optimal values of V here is defined by dependence (5.25) and corresponds to the dependence (5.26) for cavitation numbers and energies of projectiles for initial and final moments:

$$V = e\sigma_o \frac{\rho}{\rho_b} \frac{E_c}{\Delta P} \quad (5.25), \quad \sigma_c = e\sigma_o, \quad E_c = E_o/e \quad (5.26)$$

This dependencies are not essentially different as compared to conditions of main optimization (5.11). For limitations of the projectile energy at the final moment maximal distance will be reached under some more high initial speeds.

Under limitation of the energy of launch device optimal V is defined by (5.25) what corresponds to equations for the cavitation numbers and energies for the initial and final moments (5.28):

$$V = e\sigma_o \frac{\rho}{\rho_b} \frac{E_c}{\Delta P} \quad (5.27), \quad \sigma_c = e^3\sigma_o, \quad E_c = E_o/e^3 \quad (5.28)$$

Like this conditions for given initial energy were considered also in [11, 37]. Conditions for minimal initial energy and momentum of the projectile under given range and body aspect ratio can be found too for both cases of cavitation trajectory end. This condition defines optimal value (5.29) of projectile volume V_{opt} , where $B(\lambda)$ is defined by dependence (5.30):

$$V_{opt} = \left(\frac{X_c}{3(\lambda^2)^{4/3} B(\lambda)} \right)^3, \quad (5.29)$$

$$B(\lambda) = X_c / \sqrt[3]{V} (\lambda^2)^{4/3} \ln \frac{\sigma_c}{\sigma_o} \quad (5.30)$$

Fig. 5.5 illustrates values of optimal volumes in $(\text{cm})^3$ - Eq.(5.30) for paraboloid form depend on body aspect ratio λ under give trajectory range $X_c \sim 100\text{m}$ in the case of close inserting body in finite cavity at the trajectory end - Eq. 5.8. Two cases of the body mass densities are used, $\kappa \sim 1$, $k_c \sim 0.93$.

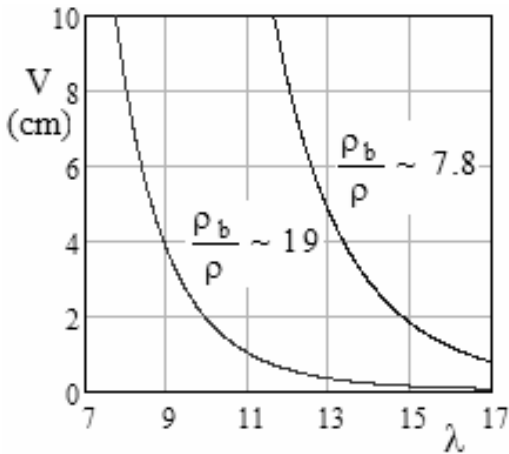


Fig. 5.5: Dependence for optimal volumes depend on body aspect ratio under given range Eq. 5.30. Case of body motion of paraboloidal form and trajectory end with body closely inserted in cavity Eq. (5.8).

It is important to note that for limitation of the initial energy of projectile maximal distances will be reached for considerable more high initial speeds and less projectile volumes but under considerable decrease of the energy at the trajectory end. It is possible to account of other limitations, important from the point of view increasing of efficiency of very high-speed launch systems in water too. It is interesting also possibility of estimation reached distances and their optimization with account motion under angle relay to gravity field. Trajectory length in the most part of cases can be expressed by dependence:

$$X = A \ln \sigma_c / \sigma_o, \quad (5.31)$$

where A is defined by parameters of end cavity and is not changed along motion. For motion in gravity field of pressure with account changing of the pressure along trajectory dependence for trajectory length under given σ_c , (λ_c) is defined by equation:

$$X = A \ln \frac{\sigma_c \rho U_o^2 / 2}{\Delta P_o + \gamma X_c \cos \eta}, \quad (5.32)$$

where $\gamma = \rho g$ weight density of fluid, η is calculated from gravity direction against clock rotation.

Aspect ratio optimization here is made analogously constant pressure but for this case for given trajectory length and after that minimization of needed for it initial speed. In doing so cavitation numbers are considered as per pressure values at the trajectory end. In doing so relations of optimal cavitation numbers (5.11) and other parameters are occurred the same as for motion along trajectory under constant pressure. For motion along direction to free surfaces the bodies can flight out from water due to the cavity will not be closed. Condition of body free flight out from water for $\gamma \cos \eta < 0$ is:

$$\sigma_o \leq \frac{\sigma_c}{1 + \left(1 + \frac{A\gamma \cos \eta}{\Delta P_o}\right)} e^{-[1+(A\gamma \cos \eta) / \Delta P_o]} \quad (5.33)$$

Here ΔP_o - defines given pressure for initial moment.

5.6 Accounting for compressibility

Key moments of compressibility account can be made clear on the basis of general equations (5.9-5.10) and (5.8, 5.13) passing coefficients values μ , k which defines compressibility influence on the trajectory length. It is important her fact that trajectory length is defined by cavity at the trajectory end defined projectile drag coefficient. Under supersonic speed at the final moment this coefficient can occur as it clear on Fig. 3.9 in several times more over as compared motion for subsonic speeds. With account optimal relation initial and end speeds $U_o \sim 2.1U_c$ increasing initial speed till values $U_o \sim 3000 \div 3200\text{m/s}$ for sonic speed in water $a \sim 1500\text{m/s}$ will lead to increase of maximal trajectory lengths. But here it can be possible to have the problems with motion in essentially more small supersonic cavity. Further initial speed increasing can be negative only and can even decrease trajectory length. In doing so the trajectory end for $M_\infty < 1$ in transonic range can some increase the trajectory length thank to compressibility influence.

6. Lateral motion

6.1. Some peculiarities of the motion

The most convenient approach is the application of the equality conditions of all inner forces and moments projected to normal and tangential axes of the trajectory of motion $y = y(x)$. In the case of level motion, the system of equations for the trajectory are:

$$\mathbf{M}U_s \frac{d\theta}{dt} - F_n + \mathbf{M}g \cos \theta = 0, \quad \frac{dy}{dx} = \tan \theta, \quad \mathbf{J} \frac{d^2(\theta + \alpha)}{dt^2} + \mathbf{M} = 0 \quad (6.1)$$

Here \mathbf{M} is the body mass, \mathbf{J} is the longitudinal moment of inertia, t is the time, $U_s(t)$ is the velocity component along the trajectory defined by the addition to equation (6.1), α , θ are the angle of attack and the angle tangential to the trajectory, respectively. Equations (6.1) are written in with F_n as the normal component of the main vector, and \mathbf{M} as the main moment of all inner forces acting on the body, including hydrodynamics forces.

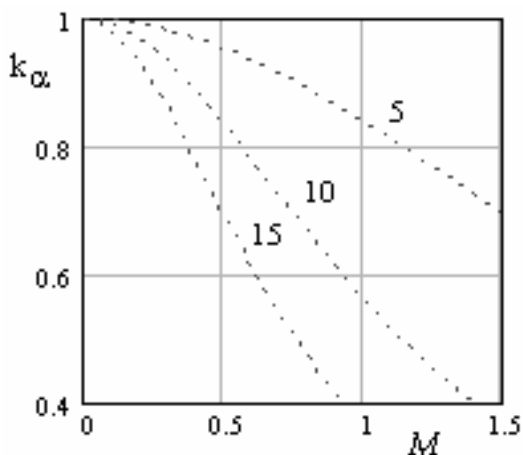


Fig. 6.1: Hydro-elastic effects influence depend on M_∞

----- k_α Eq. (5.3) for body aspect ratios $\lambda_b \sim 5, 10, 15$

In general, the process of motion can be imagined as follows. A moving cavitator creates a cavity surface and after that, the body moves on the surface. The trajectory of the cavitator and the trajectory of all parts or the body interacting by hydrodynamic way with the cavity (planning, stabilization, etc.) do not coincide with the trajectory of the center of mass. The body rotates, oscillates, and bends, and, as a result, the local speeds and angles of attack of its different components that interact with the cavity are significantly different. The cavitator in this system essentially marks the curved trajectory of the centers of expanding cavity sections. In doing so, the cavitator imparts to the sections a definite lateral speed and inertial impulse and after that, the sections and body components interact with finite time lag. Besides, a cavity for motion can be deformed under different external factors, some of the most significant being lateral gravity influence and gas injection, and

even for motion of a rigid body in an empty cavity connected with the possibility of appearance of power oscillation processes. Thus, we have a complicated complex process including rigid and hydro-elastic body oscillations under the action of cavity deformations and waves on its surface which can appear for steady and unsteady motion. The motion problems are considered in the number of publications [6, 9, 15, 19, 30 - 32, 36, 43, 46].

6.2 Fluid-structure interaction effects

A key problem is planning on the cavity surface. Planning theory started from known publications and was developed through many investigations. Planning of a cylinder on a cylindrical free surface in an incompressible fluid for the first time was investigated by E. Paryshev (1973)[30]. Essential to this problem is the application of the strip model for the hydrodynamic interaction with the cavity. In considerable part cases the linear presentation of the lateral force depend on attack angle can be used as based on the added mass m at the body end part coincided with separation section. Given a sufficiently wetted back part of the body, known linear theory for slender body lift here can be applicable. But for some cases, for example in the case of the angle of attack for a disk-type cavitator, this dependence can be nonlinear. It is important for some cases can be account for compressibility for planning for at sub-, trans-, supersonic speeds too [19, 26].

6.3 Hydro-elastic effects

The model problem based on differential equations for an elastic beam is:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[Ei(x) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right] + m(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0, \\
 \text{b) } & \left[Ei(x) \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} - mU_s^2 \frac{\partial y}{\partial x} \right] \Big|_{x=-a} = 0, \quad \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \Big|_{x=a_1} = 0, \\
 \text{c) } & \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=-a} = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \Big|_{x=a_1} = 0.
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Here, $i(x) = i_* \bar{i}(x)$ is the linear moment of inertia and $m(x) = m_* \bar{m}(x)$ is the mass of beam sections. E is the elastic modulus. The center of mass is located at the coordinate, $x = 0$. Distances a and a_1 are measured from the center of mass to the back and front of the beam, respectively. In the model statement, the lift force, for simplicity, is situated at the body back section. m is the separation added mass at the back body section. A linearized solution of the problem (6.2) is determined using a quasi-rigid approximation for $(m_* / Ei_*) \rightarrow 0$ ². Equation (6.2a) is twice differentiated with respect to x and second order terms are neglected. Using integral conditions of conservation, all forces and moments on the beam, (9.2) is solved for $m = \text{const}$ and is transformed to the simple equation

$$\text{a) } J \frac{d^2 \eta}{dt^2} + k_\alpha a m U_s^2 \eta = 0, \quad \text{b) } k_\alpha = \frac{1}{1 + m U_s^2 / K_b}, \quad \text{c) } K_b = \xi_b \frac{Ei_m}{a^2}. \tag{6.3}$$

Here, J is the longitudinal moment of inertia of the beam, i_m is the value of $i(x)$ at the center of mass, and the value of $\eta \approx \alpha$ (i.e., close to the angle of attack of the body at the center of mass). The solution for $m = \text{const}$ have been defined significance of $\xi_b \sim 4,8$ for this case. Physically hydro elastic effects are manifested here by more small attack angles in the back basis of body as compared to it's values for the rigid body.

Fig. 6.1 illustrates the results of hydro-elastic effect action on attack angle at the back body section in case of model case of supercavitation flow of metallic body for $E \sim 4 \times 10^{11} \text{ n/m}^2$ of near parabolic form with wetted back part of body. The estimation data for $k_\alpha = k_\alpha(M_\infty)$ on basis formulas (9.3) depend on Mach Number are presented for three body aspect ratios $\lambda_b \sim 5, 10, 15$ and rough estimation of $\xi_b \sim 11.5$. With account of essential influence of real lift force position shift to forward this data can give to high estimation and can be preliminary oriented only. These equations are on the basic model for

² The equation (6.3) was obtained (1997) together with Yu. Scosarenko.

nearly straight, inertial motion at nearly constant speed, where the problems of vertical and lateral motion can be considered essentially separately. The linearized model applies to very high-speed launching, with subsequent near straight body motion by inertia. The body has a wetted stabilizing part at the back, and the hydro-elastic effects are accounted for based on generalization of the model problem (6.2, 6.3). Neglecting small lateral forces on the disk-type cavitator and accounting for sufficiently slow damping of velocity, the system equation for the trajectory $\bar{y} = \bar{y}(\bar{x})$, $\bar{y} = y/a$, $\bar{x} = x/a$ is given as:

$$\begin{aligned}
\text{a) } & \frac{d^2 \Delta \bar{y}}{d\bar{x}^2} + k_h \bar{m} \frac{d\Delta \bar{y}}{d\bar{x}} + k_h \frac{\bar{m}}{J} \Delta \bar{y} = 0, \\
\text{b) } & \Delta \bar{y}|_{\bar{x}=0} = -\bar{J}(\alpha_o - \bar{J}\bar{\omega}_o), \quad \left. \frac{d\Delta \bar{y}}{d\bar{x}} \right|_{\bar{x}=-\bar{J}\bar{\omega}_o}, \\
\text{c) } & \Delta \bar{y} = \bar{y} - \bar{J}(\alpha_o - \bar{J}\bar{\omega}_o) - (\theta_o + \bar{J}\bar{\omega}_o)\bar{x}, \\
\text{d) } & k_h = 1/[1 + \frac{mU_s^2}{K_h}], \quad \frac{1}{K_h} = [\frac{1}{K_s} + \frac{1}{K_{b\Delta}}], \quad K_{b\Delta} = \xi_{b\Delta} \frac{Ei_m}{a^2},
\end{aligned} \tag{6.4}$$

Here, α_o , θ_o , U_o , ω_o , are the initial angle of attack, the angle tangential to the trajectory of the center of mass, linear velocity, and angular velocity, respectively. a is the distance between centers of mass and pressure. m is the separation-added mass of the back wetted part of the body, combined with any stabilizers interacting with cavity surfaces, M , J are the mass of the body and the longitudinal moment of inertia. E , i_m are the modulus of elasticity and lateral moment of inertia at the section of the center of mass, $K_{b\Delta}$ is the body rigidity (K_b - without influence of lift shift), defined in a special way, K_s is the stabilizer rigidity. For neglecting of the lateral forces on the disk cavitator delay effect for flow action on the back part of body in this model is not accounted. The problem (6.4) defines lateral trajectory coordinates relative to the axis inclined with respect to the direction of initial motion and by using the classical equation of harmonic oscillations with damping, can be solved separately for α , θ , $(\alpha + \theta)$. Physically, this fact corresponds to lateral and angular oscillations of an elastic body, where energy is transformed from one type of oscillation into another, with energy then transformed into lateral energy in the wake behind the body. It is important that this model is significantly unsteady, not quasi-steady. Even this simple linearized model for the case of a rigid body uncovers the most important properties of supercavitation motion connected with the manifestation of intensive oscillations, with definition of key parameters of this process. The amplitude A_{mp} and the frequency of the dying oscillations k_* are given by:

$$A_{mp} = e^{-\frac{k_h \bar{m}}{2} x} \sqrt{\frac{(\Delta \bar{y}_o)^2 + \frac{(\Delta \bar{y}_o \dot{\bullet} + 0.5k_h \bar{m} \Delta \bar{y}_o)^2}{k_h \frac{\bar{m}}{J} - (0.5k_h \bar{m})^2}}{k_h \frac{\bar{m}}{J} - (0.5k_h \bar{m})^2}}, \quad k_* = \sqrt{k_h \frac{\bar{m}}{J} - (0.5k_h \bar{m})^2} \tag{6.5}$$

Oscillations frequency for M_∞ , λ increasing have tendency to be more close to elastic body own frequencies of oscillations and indicate on possibility of resonance processes. This tendency can be enforced in transonic flow where possibility of essential increasing of lateral forces was discovered [26]. In doing so hydro-elastic effects action decreased lateral forces can provide considerable decreasing of these processes. The approach under consideration is essentially model approach so supposes linear dependence lateral forces on attack angle and is not taking into account cavity deformation along motion process. Under other way of stabilization in particular under automatic stabilization process with help multiply touching of the basis part of body the cavity this model for lateral forces will be another one. Nevertheless the simplest model of lateral motion can be considered as qualitative model applicable for estimations for wide enough cases. More accurate and adequate model is considered in particular in the publication [15].

CONCLUSIONS

A number of problems involving the launch of very high-speed supercavitating projectiles in water have been solved, but research overall remains incomplete at this time. One of the remaining challenges is observed instability during repeated launch experiments, which appears to be associated with the very high stresses that occur during water entry. Special experiments are required to verify the underlying physics of this process.

Another important unfinished research topic is compressibility effects at high Mach number. This issue is important for defining reasonable expectations for the maximum launch speed that can be achieved in the attempts to increase range and avoid resonant regimes of motion. One promising approach would be the development and validation of nonlinear numerical models for compressible supercavitating flows past disk-type cavitators, which would allow for reliable predictions over a much greater range of Mach numbers.

Additional important results are desired in the area of experimental research into supercavitating flows and the motion of the projectile within the cavity at very high speeds and under very high pressure.

REFERENCES

1. Aleve G. A., 1983, Separated flow of circular cone by transonic flow of water. J. Proc. of AS USSR, Fluid and Gas Mech. series - № 2, pp.152-154 . (Russ.)
2. Aleve G.A., 1984, Separated flow over circular cone of finite length by supersonic flow of water. In set of papers: Dynamics of continuum with unsteady boundaries, Chuvashian Univ., Cheboksary, pp.3-7. (Russ.)
3. Ashley H., Landahl M., 1969, *Aerodynamics of Wings and Bodies*, Addison-Wesley publ. company, Massachusetts, 318 p.
4. Birkhoff G., Zarantonello E., 1957, *Jets, wakes and cavities*. - New York: Academic Press, 406 p.
5. Bivin Yu. K., Glukhov Yu. M., Permyakov Yu. V., 1985, Vertical bodies water entry. J. Proc. of AS of USSR, series Fluid and Gas Mech., No. 6, pp.3-9. (Russ.)
6. Bisplinghoff R. L., Ashley H., Halfman R.L. *Aero-elasticity*.- 1955, Cambridge: Addison-Wesley publ., 800p.
7. Epshteyn L. A., Lapin V.M., 1980, Approximate calculation of boundaries influence on cavity length in plane problem and behind axisymmetric body. Proc. of CAHI, No. 2060, pp. 3-24. (Russ.)
8. Filippov V. I., 1987, Compressibility influence on geometrical sizes of cavities. In set of papers: "Interactions of bodies in fluid with free boundaries" -, Chuvashian Univ., Cheboksary, pp. 115-122. (Russ.)
9. Fine N. E., Uhlman J. S., 2002, Calculation of the added mass and damping forces on supercavitating bodies. Proc. of the International Sci. School on High-speed Hydrodynamics-HSH-2002, Cheboksary, pp. 127-138.
10. Frankl F. I, Karpovich E.A., 1948, *Gas Dynamics of Slender Bodies*, GOSTECHIZDAT, Moscow, 175 p. (Russ.)
11. Gieseke T., 2001, Optimization of Supercavitating Projectile Performance. Proc. of Forth Int. Symposium on Cavitation: CAV2001, Pasadena, USA.
12. Gurevich M.I., 1978, *Theory of jets of ideal fluid*, NAUKA, Moscow, 356 p.
13. Gusevsky L. G., 1979, *Numerical Analysis of Cavitation Flows*, (Preprint of CO of AS USSR, Institute of Thermophysics, № 40-79), 36p. (Russ.)
14. Kirschner I., 1998, Supercavitating Projectile Experiments at Supersonic Speeds, High-speed Body Motion in Water, Agard-R-827, pp. 35(1-4).
15. Kirschner, I.N., Rosenthal, B.J., Uhlman, J.S. Simplified Dynamical Systems Analysis of Supercavitating High-Speed Bodies, Proc. of Fifth International Symposium on Cavitation - CAV 2003, Osaka, Japan.
16. Kring D., Fine. N., Uhlman J., Kirschner I., Unsteady cavitating model, using three-dimensional method of boundary elements. J. Applied Hydromechanics - 2000, 2(74), 3, pp. 53-59.

17. Korobkin A. A., 1988, Initial asymptotic of three-dimensional problem for enter of blunted body into ideal fluid, J. DAN of AS of USSR - v.283, No.4, pp.838-842. (Russ.)
18. Krasnov V. K., Kuznetsov V.K., 1989, Application of method of boundary integral equations to the calculation of two-dimensional and axisymmetric cavitating flows. In papers set: Actual Problems of Hydrodynamics, Cheboksary, pp. 71-75. (Russ.)
19. Kubenko V. D., 1981, *Penetration of elastic envelopes into compressible fluid* - NAUKOVA DUMKA, Kiev, 160p. (Russ.)
20. Kubenko V.D., 2003, Not steady lateral motion of slender long body under supercavitation flow. J. DAN of Ukraine, No. 6, pp. 41-48. (Russ.)
21. Kuznetsov A. V., Manevich A. Sh., 1979, Vertical enter of inclined slender symmetric profile into compressible fluid. J. Proc. of AS USSR, series of Fluid and Gas Mechanics -No. 5. (Russ.)
22. Levinson N., 1946, On the asymptotic shape of the cavity behind an axially nose moving through an ideal fluid, Annals of Mathematics. vol.47. N.4. pp. 704-731.
23. Logvinovich G. V., 1969, *Hydrodynamics of Flows with Free Boundaries*. - Kiev, NAUKOVA DUMKA, 215 p. (Russ.)
24. Logvinovich G. V., Serebryakov V.V., 1975, On methods of calculations of the form of slender axisymmetric cavities. J. Hydromechanics –No. 32, pp. 47-54. (Russ.)
25. Liepman H. W., Roshko A., 1957, *Elements of Gas Dynamics*. - New York -London: John Willey Sons Inc., Chapman Hall Ltd.- 518p.
26. Mayboroda A. N., 2002, Gliding for sub- and supersonic speeds, Proc. of int. sci. school "High-speed Hydrodynamics": HSH2002, Cheboksary.
27. Mc-Millen J. H., Harwey E. N. A., 1946, Spark Shadow graphic Study of Body Waves in Water. J. Applied Physics, Vol. 17, No. 7, pp. 541-555.
28. Nishiyama T. and Khan O., 1981, Compressibility effects upon cavitation in high-speed liquid flow (Transonic and supersonic liquid flows). "Bulletin of the Japanese Society of Mechanical Engineers - 24, 190.
29. Petrov A. G., 1986, Asymptotic expansions for slender axisymmetric cavities. J. ПИМТФ, 5, pp. 45-49. (Russ.)
30. Paryshev E. V., 2002, The plane problem of immersion of an expanding cylinder trough a cylindrical free surface of variable radius. Proc. of int. sci. school "High-speed Hydrodynamics": HSH2002 -, Cheboksary, pp. 277-285.
31. Putilin S. I., 1998, Stability of Supercavitating Slender Body during Water Entry and Underwater Motion, France: Agard-R-827, pp. 27(1-14).
32. Rand R., Pratap R., Ramani D., Cipolla J., Kirschner I., 1997, Impact dynamics of a supercavitating underwater projectile. Proc. of conference in Rhode Island, USA, pp. 175-183.
33. Sagomonian A.Ya. *Penetration* – 1974, Moscow State Univ, 299p. (Russ.)
34. Poruchikov V. B. Penetration of cone into compressible fluid. 1973, J. Applied Mathematics and Mechanics - v.37, No.1, pp84-93. (Russ.)
35. Saurel R. Cocchi J.P., Butler P.B., 1999, Numerical study of cavitation in the wake of hypervelocity underwater projectile. J. Propulsion and Power. v.15, No. 4, 513-523.
36. Savchenko Yu. N., Semenenko V. N., Serebryakov V.V., 1993, Experimental Research of Subsonic Cavitating Flows. J. DAN of Ukraine, No. 2, pp. 64-68. (Russ.)
37. Nesteruk I.G. Hull optimization for high-speed vehicles: supercavitating and unseparated shapes, Proc. of SuperFAST, 2008, St. Petersburg, Russia, CD-ROM publication.
38. Schnerr, G.H., Schmidt, S.J., Sezal, I.H., Thalhamer, M., 2006, Shock and Wave Dynamics in Compressible Liquid Flows with Emphasis on Unsteady Load on Hydrofoils and on Cavitation in Injection Nozzles, Invited Lecture. In: Proc. CAV2006 - 6th Int. Symposium on Cavitation, Wageningen, The Netherlands, Sept. 11-15, 2006 (ed. Kuiper, G.). CD-ROM publication.
39. Schnerr, G.H., Sezal, I.H., Schmidt, S.J., 2008, Numerical Investigation of 3-D Cloud Cavitation

- with Special Emphasis on Collapse Induced Socks, Dynamics. J. Physics of Fluids 20, 040703 (2008) - online publication 30.4.2008
40. Serebryakov V.V., 1973, Asymptotic solution of the problem on slender axisymmetric cavity, J. DAN of Ukraine SSR, ser. A, 12, pp.1119 - 1122. (Russ.)
 41. Serebryakov V.V., 1976, About one variant of the equations of the principle of independent of cavity expansion. J. Hydromechanics - No.34, pp. 45-48. (Russ.)
 42. Serebryakov V.V., 1981, Calculation of slender axisymmetric cavity forms in unsteady flow for a number of characteristic cases. J. Hydromechanics, 44, pp. 86-94. (Russ.)
 43. Serebryakov V.V., 1996, Investigation of Sub- and Supersonic Motion bodies in Fluid by Inertia. Second Sci. School "Impulse Processes in Mechanics of Continuum Mediums", Nicolayev, Ukraine, pp.50-51. (Russ.)
 44. Serebryakov V.V., 1992, Asymptotic Solutions of Axisymmetric Problems for Sub- and Supersonic Separated Flows for Zero Cavitation Numbers. J. DAN of Ukraine No. 9, pp.66-71. (Russ.)
 45. Serebryakov V.V., 1994, Asymptotic Solutions of the Flows with Developed Cavitation on the Basis of Slender Body Approximation. J. Hydromechanics, No. 68, pp. 62-74. (Russ.)
 46. Serebryakov V.V., 2002, Models of the Supercavitation Prediction for High-Speed Motion in Water. Proc. of int. sci. school "High-speed Hydrodynamics": HSH-2002, Cheboksary, Russia, 71-92.
 47. Serebryakov V., Schnerr G., 2003, "Some Problems of Hydrodynamics for Sub- and Supersonic Motion in Water with Supercavitation. Proc. of CAV2003: Firth Int. Symposium on Cavitation, Osaka, Japan.
 48. Serebryakov V., Schnerr G., 2004, Sub-, Trans-, Supersonic Flows in Water with Supercavitation, Proc. of int. sci. school – High-speed Hydrodynamics: HSH-2004, Cheboksary.
 49. Serebryakov V.V., 2007, Compressibility effects for very high sub-, trans- and supersonic speeds of motion in water. Proc. of APM2007, St. Petersburg, pp.378-390.
 50. Terentiev A.G, Chechnev A.V., 1985, Numerical Investigation of Plate and Disk Enter in Compressible Fluid. J. Proc. of AS USSR, series of Fluid and Gas Mechanics -№2, pp. 104-107. (Russ.)
 51. Varghese A., Uhlman J., Kirschner I., 1997, Axisymmetric slender-body analysis of supercavitation high-speed bodies in subsonic flow. Proc. of conference in Rhode Island - pp. 185-200.
 52. Vasin A.D., 1996, Calculation of axisymmetric cavities behind disk in subsonic flow of compressible fluid, J. Proc. of AS USSR, series of Fluid and Gas Mechanics -No.2, pp. 94-103. (Russ.)
 53. Vlasenko Yu.D., 2002, Experimental investigations of supercavitation flows at subsonic and transonic velocities. Proc. of int. sci. school: "High-speed Hydrodynamics": HSH 2002 - Cheboksary, pp. 197-204.
 54. Woidneck Claus-P., 1986, Rod penetration in liquids. Proc. of 9th international Symposium on ballistics -Part 2, pp. 392-445.
 55. Yakimov Yu.L., Yeroshin V.A., Romanenko No.I., 1978, Modeling of body motion with account of it's compressibility. In paper set: "Some problems of Mechanics of continuous environment" - MSU, Moscow, pp. 29-23. (Russ.)
 56. Yakimov Yu.L., 1987, Flows to limit of water, in book "Mechanics and technical progress", MFG, vol. 2. -Moscow: Nauka, pp. 7-25. (Russ.)
 57. Yakovlev Yu.S., 1961, *Explosion Hydrodynamics*, SUDOSTROYENIE, 312p. (Russ.)
 58. Yeroshin V.A., 1991, *Penetration of elastic cylinder into water with high speed* - Preprint of Institute Mechanics of MSU -No. 5-91, 83p. (Russ.)
 59. Zigangareieva L.M., Kiselev O. M., 1998, Subsonic Flow of Plate by Compressible Fluid under

Small cavitation Numbers. J. Proc. of AS USSR, series of Fluid and Gas Mechanics -No. 4, pp. 94-104.

ОТ АВП ДО ЭХО: ТРАНСФОРМАЦИЯ КОНЦЕПЦИИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

ЖИТНИКОВ В.П., д.ф.-м.н., профессор –

Уфимский государственный авиационный технический университет

(г. Уфа, Россия)

zhitnik@ugatu.ac.ru

АННОТАЦИЯ

Рассмотрены модели ряда гидродинамических процессов или сводящихся к ним. Кроме того предложено для увеличения надежности расчетов включить в компьютерную модель физического процесса модель вычислительного процесса.

ВВЕДЕНИЕ

Целью компьютерного моделирования является получение достоверной информации о моделируемом процессе. Кроме математической составляющей компьютерная модель содержит информацию, дополняющую теоретические построения (базу данных, условия применения различных подмоделей и т.п.). Поскольку в компьютерной модели существенное место занимают сложные вычислительные процедуры, то должна быть разработана и система контроля погрешности. Эта система может быть основана на модели вычислительного процесса и погрешности вычислений, включая погрешность метода, округления и др.

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ АВП

Расчет аэродинамики течений в воздушной подушке (ВП) обычно проводится на основе ряда допущений. Поскольку избыточное давление $P_{\text{п}} - P_{\text{а}}$ в ВП, как правило, невелико, а значение числа Рейнольдса превышает величины, характерные для ламинарного течения, то воздушный поток представляется струей идеальной несжимаемой невязкой и невесомой жидкости. А так как габаритные размеры АВП на один – два порядка больше, чем величина зазора h , то картина пространственного течения строится на основе гипотезы плоских сечений. В равновесном ненаклоненном положении давление под аппаратом распределено по экрану равномерно, струи в струйной завесе работают в одинаковых режимах. При наклонении АВП происходит изменение величины воздушного зазора между нижней кромкой гибкого ограждения (ГО) и экраном по периметру аппарата (рис. 1,а). При этом основным фактором, обеспечивающим статическую устойчивость АВП, является перемещение центра давления относительно центра масс и связанное с этим возникновение восстанавливающего момента. Это обусловлено, главным образом, перераспределением давления под днищем аппарата и ограждением вследствие изменения характера истечения через зазор, а также вследствие вертикального и горизонтального перемещения нижней кромки гибкого ограждения, т.е. из-за перемещения геометрического центра ВП [1].

Расчет характеристик АВП, равномерно движущегося над ровной поверхностью земли или на тихой воде (рис. 2), сводится к решению нескольких стационарных гидродинамических задач.

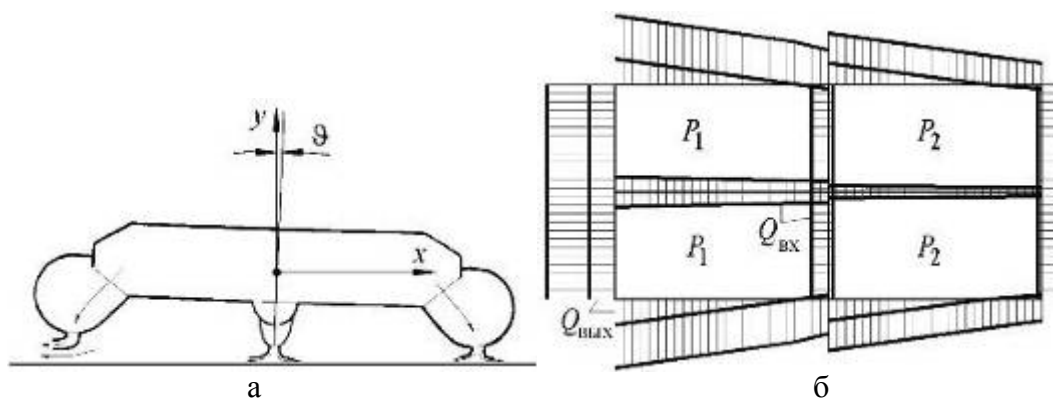


Рис. 1. Схема АВП в наклонном состоянии (а); эпюры расхода воздуха (б).

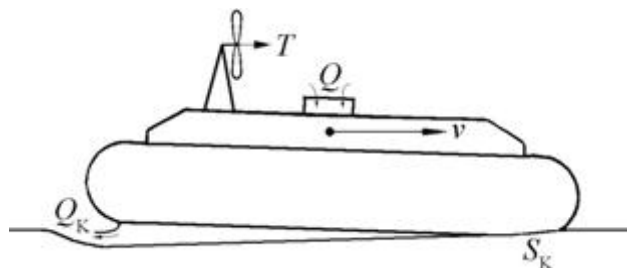


Рис. 2. Схема движения АВП над поверхностью воды.

Взаимодействие набегающего потока воздуха со струями, истекающими из ГО, моделируется задачей о соударении струй с различными константами Бернулли, текущих вдоль экрана навстречу друг другу. Распределение давления по периметру ВП может быть получено расчетным или экспериментальным способом при обтекании тела близкой к АВП формы. Расчет формы поверхности жидкости (волнового склона) сводится к решению гидродинамической задачи о перемещающейся системе давлений. На движущийся АВП действуют силы сопротивления, имеющие аэродинамическую и гидродинамическую природу. При расчете параметров АВП, находящегося в равномерном движении, аналогично задаче о статической устойчивости решается система уравнений расходного баланса в сечениях и весового баланса. В последнем уравнении учитываются вертикальные составляющие всех сил, рассмотренных выше, а также силы тяги и силы взаимодействия ГО с экраном. В отличие от задачи статической устойчивости величина угла дифферента ϑ является неизвестной, в связи с чем система уравнений баланса дополняется уравнением моментов, учитывающим все действующие на АВП силы и их плечи [1].

На рис. 3 приведены типовые зависимости сопротивления $\bar{R} = R/G$ и угла дифферента ϑ от числа Фруда, приведенные в [1]. Точками отмечены результаты эксперимента.

Расчет параметров течения воздуха в АВП со струйной схемой, находящейся в наклонном положении, основан на результатах исследования режимов течения струи (рис. 4).

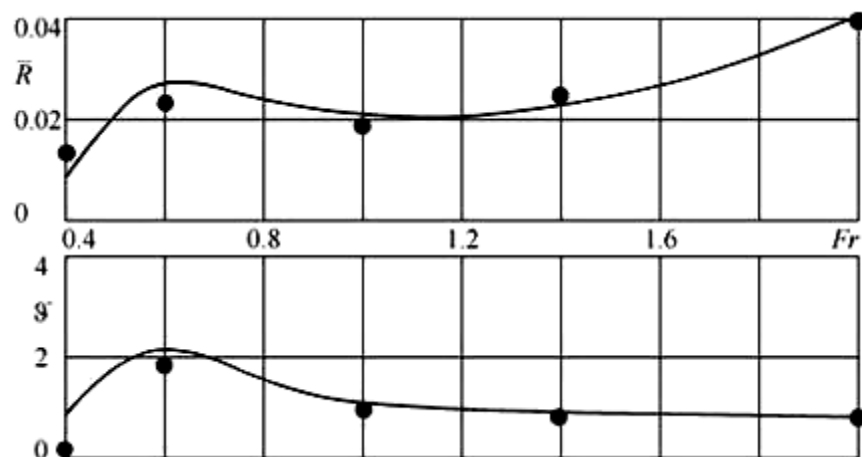


Рис. 3. Зависимости относительного сопротивления \bar{R} и угла дифферента φ от числа Фруда Fr .

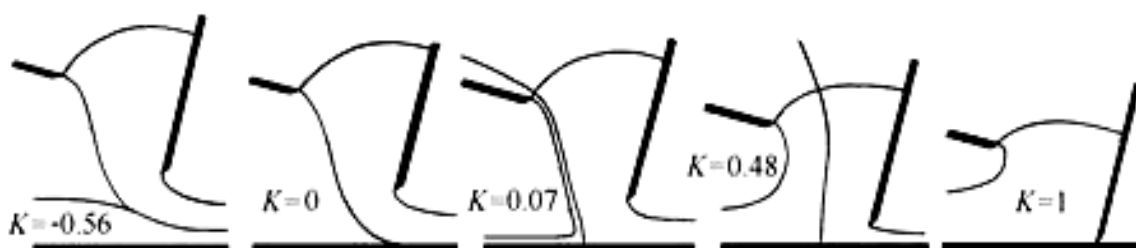


Рис. 4. Режимы течения струй.

При наклоне АВП в силу различных условий на каждом участке периметра ВП периферийная струя в каждом сечении находится в своем режиме, который определяется зазором (расстоянием от кромки сопла до экрана в данном сечении) и перепадом давлений между секцией и окружающей атмосферой. Так на участке с меньшим зазором струя расщепляется, и часть воздуха входит в область ВП (режим расщепления). На других участках (с большим зазором) струйная завеса, будучи приподнятой над экраном, пропускает под собой струю, текущую из подушки в атмосферу (режим подтекания). В сечении, разделяющем области расщепления и подтекания, реализуется равновесный режим (или режим отклоненной струи), играющий более значительную роль при расчетах параметров АВП в равновесном (ненаклоненном положении). На рис. 1,б показаны эпюры распределения расходов в струйной завесе входящего в ВП воздуха $Q_{вх}$. При этом $Q_{вх}$ в режиме подтекания имеет отрицательный знак. Стационарный режим висения АВП при этом осуществляется при нулевом балансе суммарных входящих в ВП расходов. Поскольку толщина струй и зазоры значительно меньше габаритных размеров аппарата, а угол наклона ϑ мал, то течение в каждом сечении струйной завесы будет мало отличаться от плоского течения (исключение составляют угловые точки, вкладом которых в общий баланс, как правило, пренебрегают). Поэтому в первом приближении можно рассматривать плоские задачи, а переход к трехмерной задаче осуществляется интегрированием расходов плоских струй по всем участкам ограждения.

Как следует из исследований задач, величину зазора h в задачах натекания струи на экран можно принять независимым (задаваемым) параметром, который при прочих равных условиях определяет режим течения струи, характеризуемый коэффициентом расщепления струи, равным отношению расхода Q_1 потока, поступающего в область с повышенным давлением h к общему расходу Q . (рис. 5). При $K = 0$ (равновесный режим) вся струя течет наружу.

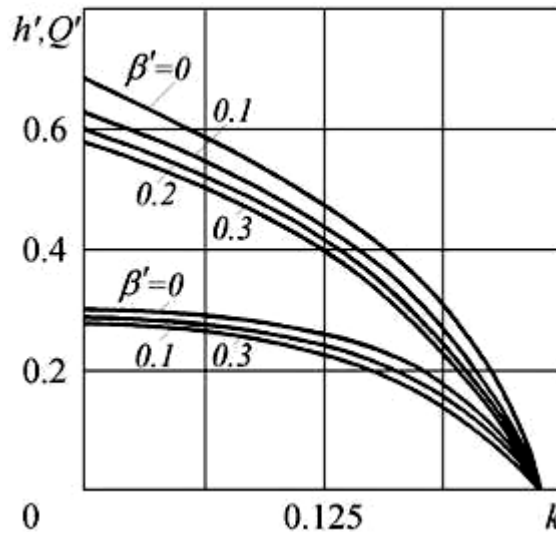


Рис. 5. Зависимости безразмерного расхода Q' и зазора h' от коэффициента расщепления струи.

Следует отметить, что с помощью законов сохранения и некоторых упрощающих допущений возможно построение приближенных методов расчета струйных завес. Приближенные методы не дают полной информации о распределении скоростей и давлений по границе и внутри потока, о форме свободных границ. Методы, основанные на точном решении задачи, позволяют провести подробные исследования различных параметров течения, но, в связи со сложностью расчетных алгоритмов, их непосредственное применение для инженерных расчетов затруднительно.

Возможен следующий подход: аппроксимация результатов точных расчетов и использование в математической модели АВП аппроксимационной формулы. Но в сложных моделях число варьируемых параметров может оказаться большим, и получение аппроксимационных формул из точных оказывается непростой задачей. В ряде случаев, однако, упрощающие допущения и приближенные формулы можно получить на основе результатов численных исследований. Таким образом, на основе результатов точного решения создается приближенная математическая модель АВП, которая согласована с точной.

Полученный таким образом набор характеристик струйных завес является достаточным для разработки модели АВП с простейшими конструкциями ГО. Для более сложных конструкций рассматриваются другие модели (см. рис. 6).

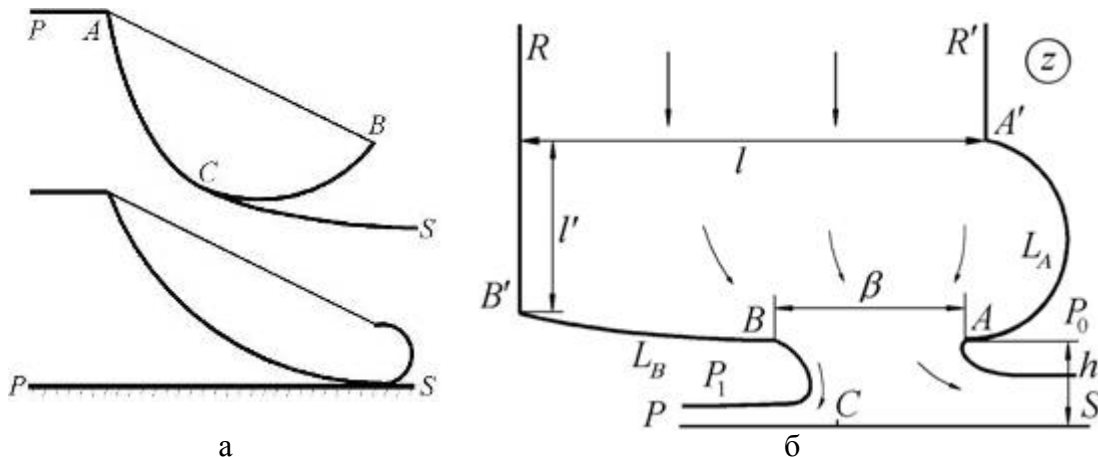


Рис. 6. Модели ГО: а – баллонного типа; б – с отверстием для создания струйной завесы.

То, что получилось в результате решения задач, комбинирования результатов решения, идентификации по результатам физического эксперимента, можно скорее назвать компьютерной моделью, чем математической. Численное решение задач, которые пришлось решать для построения компьютерной модели, поставило много вопросов о точности расчетов: как ее оценивать, с какой точностью нужно получать результаты. Каждый рассчитываемый параметр имеет свою погрешность, и эти погрешности могут отличаться на порядки.

Сравнение численных данных с результатами физических экспериментов дает возможность оценить только погрешность аппроксимации, представляющей собой сумму трех составляющих

$$\Delta_{\text{аппроксимации}} = \Delta_{\text{модели}} + \Delta_{\text{эксперимента}} + \Delta_{\text{вычислений}}$$

В отсутствие оценки вычислительной погрешности, которая может существенно меняться при изменении расчетных параметров, эта сумма не позволяет получить полезную информацию, так как для исследователя представляет интерес погрешность компьютерной модели.

ТЕЧЕНИЯ ВЕСОМОЙ ЖИДКОСТИ

Задачи о течении весоной жидкости (рис. 7) по определенным причинам решаются с большей погрешностью, чем, например, задачи обтекания оболочек.

В табл. 1 представлены результаты разных авторов по задаче о солитоне Стокса (уединенной волне максимальной высоты). В скобках после чисел указаны погрешности в единицах последнего приведенного разряда (там, где она превышает эту единицу). Сравнение результатов разных авторов показывает, что ошибается в оценке погрешности, по меньшей мере, каждый второй, причем иногда ошибается более чем в 10 раз. Поэтому была необходима разработка усовершенствованных методов расчета [2] и обработки результатов решения [3]. Результаты фильтрации и оценки погрешности удобно представлять на графике (рис. 8) в виде зависимости $-\lg \delta$ (десятичного логарифма относительной погрешности), от логарифма n (числа точек коллокаций). Таким образом, точность некоторых параметров была доведена до 13-14 значащих цифр, что было необходимо для анализа быстро затухающих колебаний параметров солитона при приближении высоты солитона к предельной.

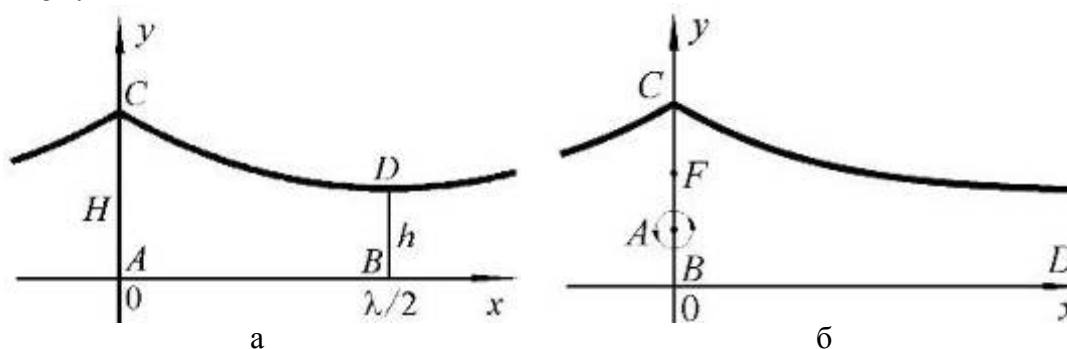


Рис. 7. Схемы течений весоной жидкости: а – волна Стокса (предельной высоты); б – солитон Стокса при обтекании вихря.

ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЕ ФОРМООБРАЗОВАНИЕ

Задачи идеального электрохимического формообразования относятся к задачам Хеле-Шоу со свободными границами и по постановке во многом сходны с задачами движения вязкой жидкости в грунтах. Рассмотрим задачу формообразования обрабатываемой (растворяемой) поверхности движущимся точечным источником – электродом, рассмотренную в [4]. Меридиональное

сечение межэлектродного пространства (МЭП) показано на рис. 9. Здесь ADB – свободная граница, точка C – точечный источник, движущийся со скоростью V_0 к свободной поверхности.

Таблица 1

Значения числа Фруда, полученные разными авторами

$Fr=1.286$ (5)	Longuet-Higgins M.S., Fenton J.D. <i>Proc. R. S. London. A</i> 340. 1974
$Fr=1.2909$	Fox M.J.H. Ph.D. thesis. <i>Cambridge univ.</i> 1977
$Fr=1.290906$ (15)	Hunter J.K., Vanden-Broek J.-M. <i>J.F.M.</i> 1983
$Fr=1.290889$ (1)	Williams J.M. <i>Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.</i> 1981
$Fr=1.29089053$ (8)	Evans W.A.B., Ford M.J. <i>Proc. R. Soc. London</i> 1996
$Fr=1.290890455$	Шерыхалина Н.М. <i>ВИНИТИ. №2550-B95-ден.</i> 1995
$Fr=1.2908904558$	Маклаков Д.В. <i>Euro. Journ. of Applied Math. V. 13,</i> 2002
$Fr=1.29089045586$	Житников В.П., Шерыхалина Н.М. <i>Физика волновых процессов, № 2-3,</i> 1998.
$Fr=1.2908904558634$	Шерыхалина Н.М., Житников В.П. <i>Computational Fluid Dynamics Journ. V. 10, N 3,</i> 2001
$Fr=1.29089045586335$	Шерыхалина Н.М., 2006

Исследование формообразования свободной поверхности в особенности осложняет необходимость длительных расчетов процесса установления предельных конфигураций и параметров зависимостей по времени. Отметим, что при расчете координат поверхности с точностью 12-14 значащих десятичных цифр, параметр λ экспоненциальной зависимости $a+be^{-\lambda t}$ кривизны поверхности в данной точке от времени может иметь всего 2 точных знака. Это связано с тем, что для получения искомых параметров необходимо выполнение вычислительных операций, приводящих к потере точности.

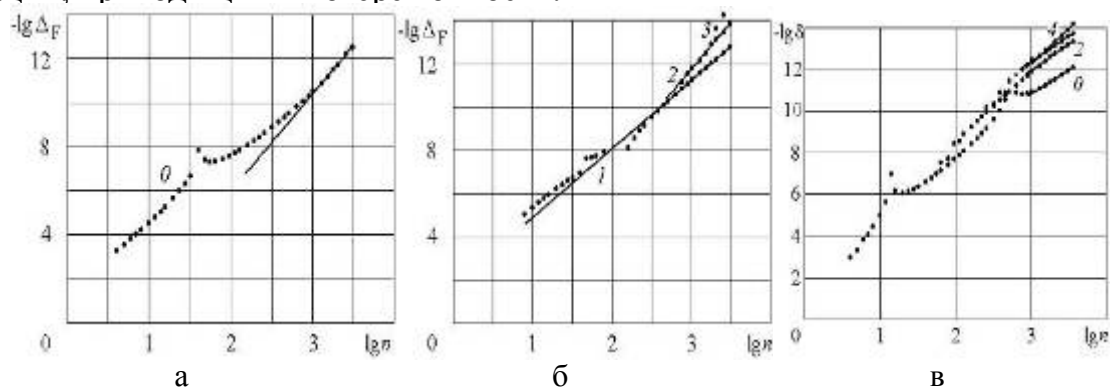


Рис. 8. Оценка погрешности вычисленных значений числа Фруда:
а,б – бесконечная глубина; в – солитон Стокса.

На рис. 10, 11 приведены результаты фильтрации вычисленных значений зависимости кривизны, соответственно, стационарной и финальной форм от времени. Видно, что точность двух форм различается существенно, хотя это разные части одного решения.

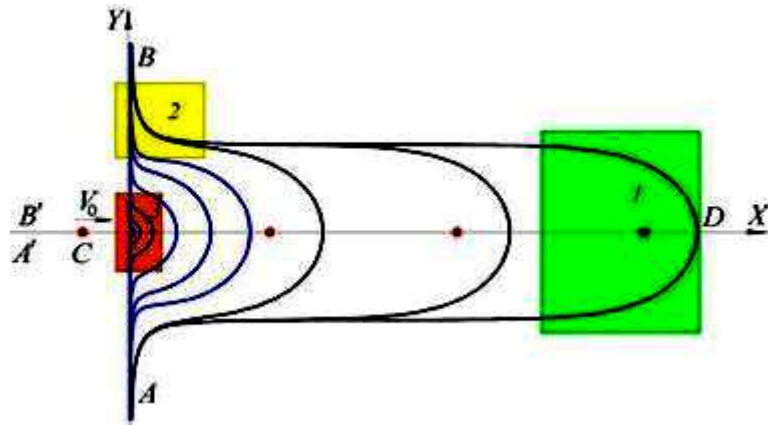


Рис. 9. Схема и выделенные зоны области течения: 1 – зона стационарного процесса; 2 – финальная зона; 3 – зона автомодельности.

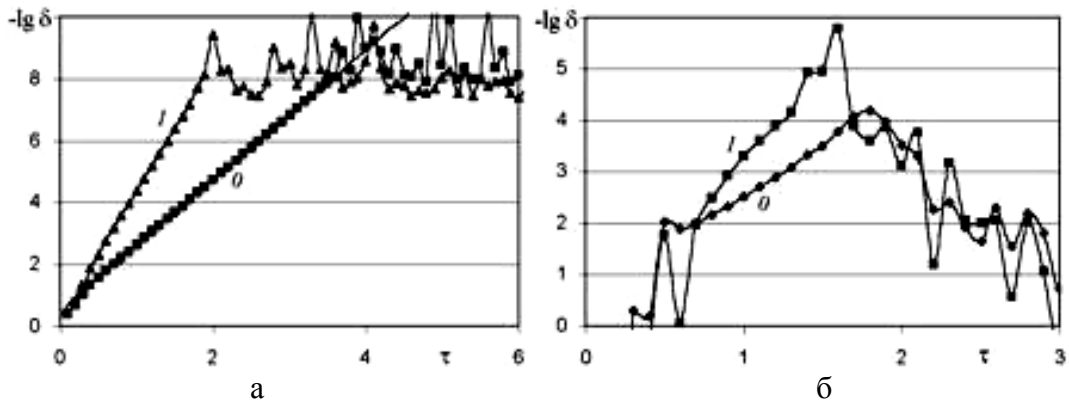


Рис. 10. Зависимости от времени: а – погрешности кривизны нестационарной поверхности; б – углового коэффициента λ .

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

В результате опыта решения различных вычислительных задач был разработан эмпирический подход к решению проблем, связанных с верификацией результатов численного эксперимента, оценкой их точности и достоверности. Результаты численного эксперимента рассматриваются и обрабатываются как результаты эксперимента физического. Строится математическая модель погрешности (в виде суммы различных компонент) и на ее основе выбирается тот или иной способ обработки. В частности, большое развитие получила идея многокомпонентного анализа и численной фильтрации: поочередное или групповое подавление компонент погрешности [3].

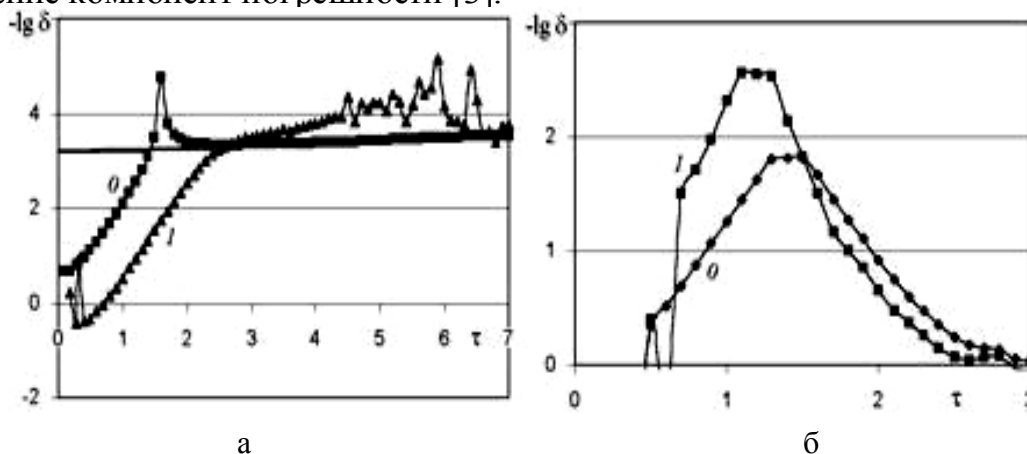


Рис. 11. Зависимости от времени: а – погрешности кривизны нестационарной поверхности; б – углового коэффициента λ .

ЛИТЕРАТУРА

1. Житников В.П. Задачи теории аппаратов на воздушной подушке // Численно-аналитические методы и их приложения: межвуз науч. сб. – М.: МГОУ, 2007. – С. 137 – 152.
2. Sherykhalina N.M., Zhitnikov V.P. Application of extrapolation methods of numerical results for improvement of hydrodynamics problem solution // Computational Fluid Dynamics Journ. – 2001. – V. 10. – N 3. – P. 309 – 314.
3. Шерыхалина Н.М. Применение фильтрации для обработки результатов численного эксперимента // Вестник УГАТУ. – 2007. – Т. 9, – №7 (25). – С. 90 – 96.
4. Житников В.П., Шерыхалина Н.М., Зиннатуллина О.Р. Использование информационных технологий для анализа результатов численного эксперимента с целью повышения их точности и достоверности // Информационные технологии в высшем профессиональном образовании: сб. докладов 2-й межрегиональной науч.-практ. конф. – Самара, 2007. – С. 41 – 44.

ВИХРЕВЫЕ РОТОРНЫЕ ВЕТРОЭЛЕКТРОСТАНЦИИ - БУДУЩЕЕ ВЕТРОЭНЕРГЕТИКИ

ИВАНАЙСКИЙ А.В., д.т.н., профессор; ИВАНАЙСКАЯ Т.С., инженер;

ИВАНЬСКИЙ В.А., к.т.н. – Московский государственный
открытый университет (г. Москва, Россия);

КАСТОНЬЯРО А., президент «Фоксэнерджи» с.р.л. (г. Верона, Италия)

iva-vlad@mail.ru

АННОТАЦИЯ

В работе даётся представление о новом направлении в ветроэнергетике за счет применения вихревых роторных ветроэлектростанций.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время, в связи с сокращением запасов природных источников топлива (нефти, газа, угля), повышенный интерес как в России, так и за рубежом проявляется к ветроэнергетике, являющейся одним из перспективных источников электроэнергии для энергоснабжения поселков, отдельных жилых домов, удаленных хозяйственных и технологических объектов. Ветроэлектростанции могут использоваться как для автономного энергоснабжения, так и в рамках единой энергосистемы.

Перспективным направлением в развитии ветроэнергетики является создание вихревых роторных ветроэлектростанций (ВРЭС), в которых учтены недостатки известных типов и модификаций ветряных электростанций (ВЭС). Сейчас главным образом широко распространены ВЭС пропеллерного типа, в отличие от которых ВРЭС отличаются прежде всего намного более высоким коэффициентом использования энергии воздушного потока и коэффициентом полезного действия, низкой пусковой скоростью, отсутствием оборудования для ориентации станции согласно направлению ветрового потока и пр.

К тому же, ВЭС пропеллерного типа сложны в производстве, эксплуатации и ремонте. Генераторы тока расположены высоко, что неудобно для ремонтных работ при отказах механических узлов и генераторов. Станции пропеллерного типа имеют высокие аэродинамические шумы в большом диапазоне частот, в том числе, ультразвуковом, что требует создания специальных зон, так называемых «полей ветряков», располагая их на большом удалении от потребителей электроэнергии и жилых инфраструктур. В существующих роторных ветроэлектростанциях полнота использования энергии ветра недостаточна, что является их недостатком.

Современные ВРЭС [1] имеют два блока: механический, состоящий из вихревого ротора, находящегося внутри кожуха с вертикальными узкими окнами, служащими направляющими для воздушного потока, и редуктора (или без него) с помощью которого ротор кинематически соединен с электроблоком, состоящим из установленных в нижней части ВРЭС электрогенератора, аккумуляторов и автоматической системы управления. В свою очередь, система управления снабжена тахогенератором, блоками включения и регулировки возбуждения электрогенераторов, блоком управления частотой тока и блоком аварийного отключения внешней сети и включения питания от батареи аккумуляторов.



Рис. 1

Все узлы и компоненты ВРЭС унифицированы, что позволяет без труда наращивать мощность станции путем увеличения количества модулей, выстраивая их в схему «плотина» мощностью от 1000 кВт и более.

Основной принцип действия ВРЭС заключается в следующем: воздушный поток через окна-отверстия кожуха направляется на ротор, использующий вихревые потоки, обязательно возникающие при обтекании тел воздушным потоком. Закрутка воздушного потока вдоль вертикальной оси ротора с помощью лопастей специальной конструкции позволяет устранить торможение противоположной от его входа лопасти и одновременно ускоряет поток воздуха. Коэффициент использования энергии ветра в этом случае выше, чем у пропеллерных ВЭС более чем на 30% в диапазоне скоростей ветра от 3 до 25 метров в секунду. Образовавшийся на валу момент передается на генератор, и возникший ток поступает на выпрямитель, затем на инвертор, откуда – к потребителю. Преобразование ветровой энергии с помощью инвертора обеспечивает высокое, соответствующее европейским стандартам качество электроэнергии. Теоретический график зависимости вырабатываемой мощности от скорости ветра действия ВРЭС (диаметр ротора 1 м).

На рис. 2 показана вихревая роторная ветроэлектростанция состоящая из трёх модулей высотой по 2 м и диаметром ротора 1 м.

Генераторная часть и система управления ветроэлектростанцией находится в ее нижней части, что позволяет проводить сервисное обслуживание без использования специальных устройств. При этом упрощается монтаж станции, так как она построена по модульному принципу. Производство подобных ветроэлектростанций возможно на любом машиностроительном предприятии имеющем механообрабатывающие и сварочное оборудование. При этом используются широко применяемые в машиностроении материалы и комплектующие. Срок окупаемости от 1 года до 10 лет в зависимости от скорости ветра. Объем затрат на создание и испытание ветростанции до 220 тыс долл. США.

ВИХРЕВАЯ ВЕТРОЭЛЕКТРОСТАНЦИЯ ДЛЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НА ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВАХ

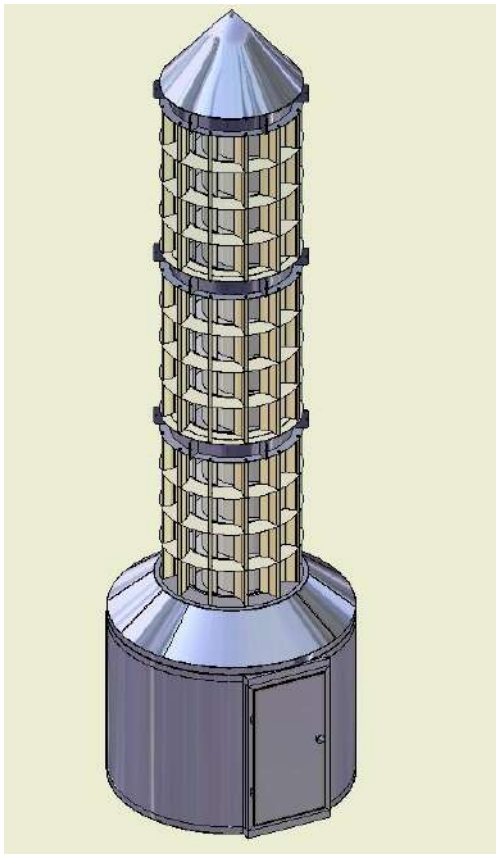


Рис. 2 Вихревая роторная ветроэлектростанция

Работа электростанции осуществляется следующим образом. Поток набегающего ветра, во время движения транспорта, поступает на лопатки направляющего аппарата, ускоряется на них и поступает на лопасти ротора, где преобразуется в вихревой поток, который отдав свою энергию лопастям покидает объём ротора в обе стороны, в горизонтальном положении через отверстия ротора и отверстия подшипниковых опор.

Как известно, при обтекании геометрических тел потоком ветра всегда возникают вихри, а при образовании вихревого воздушного потока его ротора, тогда как вдоль оси ротора (в центральной его части) скорость воздушного потока равна нулю, что и использовано для удаления отработанного потока воздуха в горизонтальном направлении - вдоль оси установки в обе стороны. Использование вихревого потока позволит максимально повысить КПД преобразования энергии ветра в механическую энергию, а установка генераторов на обеих сторонах модуля обеспечивает высокий КПД на всех скоростях набегающего воздушного

потока (рис. 3)

ВЫВОДЫ

Использование вихревых роторных ветроэлектростанций позволит решить проблему их размещения вблизи жилых объектов, т.к. уровень излучаемого шума находится в допустимых пределах.

ВРЭС имеют высокий коэффициент полезного действия по сравнению с пропеллерными ВЭС.

Для изготовления возможно использование широко применяемых материалов и комплектующих.

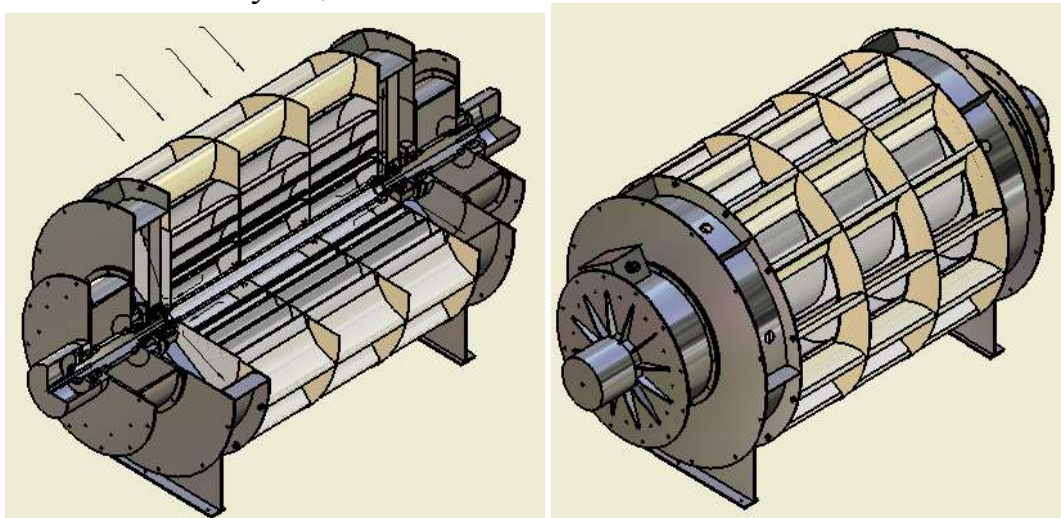


Рис. 3 Ветроэлектростанция для использования на транспортных средствах

ВРЭС удобны при монтаже и сервисном обслуживании.

Возможно увеличение электрической мощности за счёт увеличения общего количества модулей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патент РФ 2215898 Роторная ветроэлектростанция / А.В. Иванайский, Т.С. Иванайская, В.А. Иванайский. Оpubл. 19 ноября 2003. Бюл. № 31.
2. Патент РФ 2249722 Роторная ветроэлектростанция / А.В. Иванайская, Т.С. Иванайский, В.А. Иванайский. Оpubл. 05 мая 2004. Бюл. № 10
3. Патент РФ 2270359 Роторная ветроэлектростанция / А.В. Иванайский, Т.С. Иванайская, В.А. Иванайский. Оpubл. 18 января 2005. Бюл. № 5.
4. РСТ WO 03/040554 A1 Роторная ветроэлектростанция / А.В. Иванайский, Т.С. Иванайская, В.А. Иванайский. Оpubл. 15.мая 2003.
5. Патент РФ на полезную модель 45787 Роторная ветроэлектростанция./ А.В. Иванайский, Т.С. Иванайская, В.А. Иванайский. Оpubл. 27 мая 2005. Бюл. № 15.

БИОЭТАНОЛ И БИОДИЗЕЛЬНОЕ ТОПЛИВО КАК АЛЬТЕРНАТИВА НЕФТЯНЫМ ТОПЛИВАМ ДЛЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

ЛИХАНОВ В.А., академик РАТ, д.т.н., профессор;

РОССОХИН А.В., к.т.н., ст. преподаватель –

Вятская государственная сельскохозяйственная академия

(г. Киров, Россия)

lihanow.fsp@kirov.ru

АННОТАЦИЯ

Рассматриваются различные аспекты применения топлив растительного происхождения (биоэтанола и биодизельного топлива) в поршневых ДВС. Приведены преимущества и недостатки таких топлив по сравнению с традиционными, особенности их использования, влияние на процессы сгорания и образования токсичных веществ в цилиндре ДВС.

ВВЕДЕНИЕ

Применение этанола в качестве топлива и кислородосодержащих компонентов присадок широко и давно известно. Среди различных спиртов и их смесей наибольшее распространение в качестве моторного топлива получили метанол и этанол. Еще Н. Отто в последней четверти восемнадцатого века сконструировал четырехтактный двигатель, работавший на спирте, а первая советская баллистическая ракета Р-1, испытанная в 1948 году, в создании которой участвовал С.П. Королев, работала на смеси кислорода и 75 % водном растворе этилового спирта. Генри Форд в 1908 году создал модель Т, работающую на этаноле.

Обычный топливный этанол представляет собой высокооктановый спирт, получаемый путем ферментации сахара, который получают из крахмала зерновых культур. Биоэтанол получают ферментацией сахаров, добываемых из растительного волокна из возобновляемых источников сырья, таких как древесина или солома.

Биоэтанол - это жидкое спиртовое топливо, который производится из сельскохозяйственной продукции, содержащей крахмал или сахар, например, из кукурузы, зерновых или сахарного тростника. В отличие от спирта, из которого производятся алкогольные напитки, топливный этанол не содержит воды и производится укороченной дистилляцией (две ректификационные колонны вместо пяти) поэтому содержит метанол и сивушные масла, а также в него добавляется бензин, что делает его непригодным для пищевых целей. Топливный этанол можно также производить из всего, что содержит целлюлозу (солома, опилки, трава), но себестоимость такого биоэтанола из биомассы пока выше, чем из зерна или тростника. Считается, что именно биоэтанол имеет наибольший потенциал в связи с неисчерпаемыми источниками его получения, хотя и здесь есть свои особенности. Сырьем для производства биоэтанола могут быть, как уже было отмечено, травянистые растения и древесина, отходы сельского хозяйства и деревообрабатывающей промышленности, бытовой

мусор и т.д. Этиловый спирт (этанол) может быть использован при производстве моторных топлив в следующих видах:

1. Непосредственно как моторное топливо для специальных двигателей с содержанием этилового спирта до 85 % (так называемые смеси Е 85) с содержанием легких фракций углеводородов (бензина) 15 %.

2. Как компонент моторных топлив для обычных двигателей с искровым зажиганием при содержании этанола от 5 до 24 % (в России - бензолы, на западе - так называемый «газохол»).

3. Как октаноповышающая добавка для повышения октанового числа и очистки топливной системы.

При использовании биоэтанола в качестве топлива необходимо иметь в виду, что в существующих и выпускаемых ДВС использование спирта в качестве компонента топлива ограничено 10 %. Более высокое содержание биоэтанола требует переделки двигателя.

Поэтому «чистый» этанол крепостью 95 % и более используется в качестве моторного топлива в очень небольших объемах. Чаще применяются различные смеси бензина с этанолом, содержащие от 5-10 до 85-95 % этанола, при этом в основном используется биоэтанол, полученный из возобновляемых источников растительного сырья. Департамент сельского хозяйства США, проанализировав жизненный цикл этанола, пришел к выводу, что он вырабатывает 134 % энергии, затрачиваемой при выращивании, уборке и переработке кукурузы. В то время, как бензин же возвращает лишь 80 % энергии, используемой при его производстве.

Сравнительная характеристика этанола и других видов топлива представлена в таблице 1. С энергетической точки зрения преимущества спиртов заключаются главным образом в более высоком к.п.д. рабочего процесса и высокой детонационной стойкости. Величина к.п.д. спиртового двигателя выше бензинового во всем диапазоне рабочих смесей, благодаря чему удельный расход энергии на единицу мощности снижается.

Если сравнивать биоэтанол с бензином по основным показателям, можно сказать, что, спирт обладает высокими антидетонационными качествами (октановое число 110), что определяют преимущественное использование этанола в ДВС с принудительным (искровым) зажиганием. Кроме того, в состав молекулы этанола входит кислород, благодаря чему и теоретически необходимое количество воздуха для его сгорания меньше. При этом основные мероприятия по переводу автомобилей для работы на чистых спиртах сводятся к увеличению вместимости топливного бака (в случае необходимости сохранения беззаправочного пробега), увеличению степени сжатия двигателя до 12-14 с целью полного использования детонационной стойкости топлива и перерегулировки карбюратора или ЭБУ на более высокие расходы топлива (в соответствии со стехиометрическим коэффициентом) и большую степень обеднения смеси.

Недостатки биоэтанола как моторного топлива следующие: во-первых, он обладает меньшей в 1,8 раза теплотой сгорания, т.е. расход такого топлива

соответственно будет выше. Во-вторых, этанол имеет гораздо более высокую теплоту парообразования и низкое давление насыщенных паров, что делает практически невозможным запуск двигателей работающих на этаноле уже при температурах ниже +10°C, меньшее по сравнению с бензином содержание углерода. Но в целом по моторным свойствам этанол лучше метанола.

Для улучшения пусковых качеств в спирт добавляют 4-6 % изопентана или 6-8 % диметилового эфира, что обеспечивает нормальный пуск двигателя при температуре окружающего воздуха до -25°C. Для этой же цели двигатели, работающие на спиртовом топливе оборудуются специальными пусковыми подогревателями. При неустойчивой работе двигателя на повышенных нагрузках из-за плохого испарения спирта требуется дополнительный подогрев топливной смеси с помощью, например, отработавших газов (ОГ). При использовании обводненного этанола в условиях пониженных температур окружающей среды для предотвращения расслоения в смесь необходимо вводить стабилизаторы.

Однако, при использовании спиртовых топлив снижается содержание контролируемых вредных компонентов (ОГ) двигателя. Благодаря более низким максимальным температурам горения спиртов выделяется значительно меньше, чем у бензиновых ДВС оксидов азота (NO_x). Одновременно вследствие улучшения полноты сгорания спиртовых смесей выбросы СО и СН также уменьшаются. Выбросы ПАУ также на порядок ниже, чем при работе двигателя на бензине.

Исследования, проведенные в Канаде, показали, что использование топлива Е 85 позволяет снизить выбросы газов, вызывающих парниковый эффект, на 37 % (для Е 10 - только на 4 %), содержание токсичных веществ в отработавших газах: оксида углерода - на 25-39 %, оксидов азота NO_x - на 30 %, канцерогенных ароматических углеводородов - на 50 %, летучих органических соединений - на 30 %.

Таблица 1

Сравнительная характеристика нефтяных и спиртовых топлив

Параметры	Сжиженный газ		Метанол	Этанол	Бензин
	Пропан	Бутан			
H _u , МДж/кг	46,35	45,75	19,5	25	44
ρ, кг/м ³ при T = 293 К	502	578	790	810	750
Цетановое число	5	12	5	8	-
Температура самовоспламенения, °С	504	431	450	420	415
Октановое число	111,5	95	111	108	92
I _o , кг/кг	15,8	15,6	6,52	9	14,96
H _u / I _o , МДж/кг	2,93	2,93	3	2,78	2,94
Точка (пределы) кипения	-42	-0,6	65	78	35-190
Теплота парообразования, кДж/кг	426	385	1110	904	285
Пределы взрывоопасности (% газа в воздухе)	2,05-11,38	1,68-10,3	5,5-26	3,5-15	1,5-5,9

Параметры	Сжиженный газ		Метанол	Этанол	Бензин
	Пропан	Бутан			
Каж. молек. масса, μ	44,097	58,124	32	46	110-120
Массовая доля углерода	0,817	0,827	0,375	0,522	0,855
Массовая доля водорода	0,183	0,173	0,125	0,13	0,145
Массовая доля кислорода	0	0	0,5	0,348	0
μ_0 при $\alpha = 1$ при внешнем смесеобразовании	1,041	1,047	1,061	1,065	1,086

При сгорании этанола из растительного волокна выделяется в 10 раз меньше диоксида углерода CO_2 , чем при сгорании бензина.

Наряду с положительной экологической эффективностью использования спиртовых топлив следует отметить и такие негативные явления, как повышенные выбросы альдегидов и испарения углеводородных соединений. Содержание альдегидов растет с увеличением концентрации спиртов в топливной смеси. И если для метанола характерны выбросы формальдегида, то при сгорании этанола образуется преимущественно ацетальдегид. Минимальные выбросы альдегидов соответствуют стехиометрическому составу топливной смеси и возрастают при ее обеднении или обогащении. В среднем выбросы альдегидов при работе на спиртах примерно в 2-4 раза выше, чем при работе двигателя на бензине. Их снижения добиваются при добавке к спиртам воды (до 5 %) и присадок к топливу до 0,8 % анилина, подогреве воздуха на входе в двигатель.

Исходя из вышеизложенного, можно констатировать, что при использовании биоэтанола в качестве топлива для ДВС существуют как положительные, так и отрицательные стороны, и говорить о том, что это топливо сможет вытеснить традиционный бензин в ближайшие десятилетия по крайней мере преждевременно. Хотя работы в этом направлении ведутся достаточно активно, особенно в тех странах, которые импортируют нефтяные энергоносители. Так, доля автомобилей, использующих этанол в качестве добавок к моторному топливу постоянно возрастает. Об этом свидетельствует и статистика мирового производства этанола и доли в нем топливного этанола для ДВС (см. рис. 1), но основная его доля используется как добавка к бензинам в количестве до 10 %.

Следует отметить, что с 1975 г. в мире сложилась устойчивая тенденция к увеличению объемов производства топливного этанола и к середине девяностых годов его производство составило уже около 20 млрд. л в год. А с начала 2000-х годов доля топливного этанола в общем объеме производства и сами объемы производства резко возросли и с каждым годом продолжают увеличиваться. По прогнозам специалистов в 2010 году будет произведено около 60 млрд. л топливного этанола (по данным Российской биотопливной ассоциации). Из всего мирового объема производимого этилового спирта в пищевых целях расходуется около 8 %, около 12 % потребляет химическая

промышленность, а основная доля (80 %) идет на производство топлива для автомобилей, но основная его часть используется лишь как добавка к бензинам (до 10 %).

Другим топливом, которое можно использовать уже в дизелях, является биодизельное топливо (БДТ) на основе растительных масел.

Растительные масла, в принципе, можно использовать в качестве топлива. В этих случаях необходима их очистка от примесей путем фильтрации и центрифугирования или рафинация. В качестве моторного топлива для дизелей можно применять подсолнечное, рапсовое, соевое, хлопковое, льняное, пальмовое, сафлоровое, арахисовое и др. растительные масла.

По элементному составу растительные масла близки друг к другу, а от нефтяного ДТ отличаются присутствием кислорода (9,6-11,5 %). Но в то же время, растительные масла как топлива обладают рядом существенных недостатков по сравнению с нефтяными топливами: меньшая теплота сгорания (на 7...10 %), значительно более высокая вязкость (в 10 и более раз), повышенная склонность к нагарообразованию, низкая испаряемость и др. По сравнению с ДТ у рапсового масла плотность выше на 9 %, вязкость – в 25 раз, но содержание серы меньше в 10 раз, температура застывания также выше. Рапсовое масло имеет более высокую молекулярную массу и более длинную углеродную цепь по сравнению с ДТ, что обуславливает их различные физико-химические свойства. Поэтому на растительных маслах современный дизель работать не может.

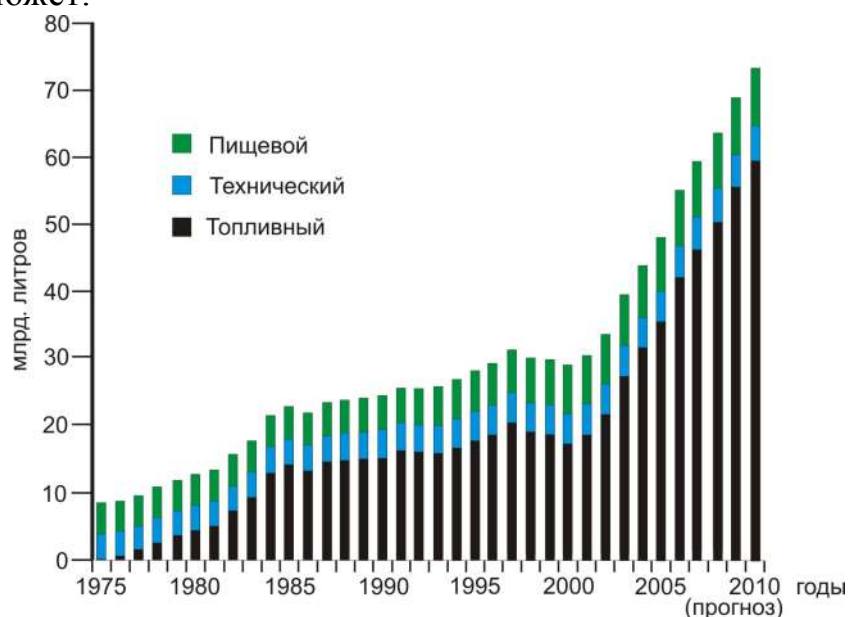


Рис. 1. Динамика мирового производства этанола в зависимости от его назначения

Сравнительная характеристика ДТ и топлив на основе растительного сырья представлена в таблице 2.

Одним из способов устранения указанных недостатков растительных масел является их химическая переработка, позволяющая получать продукты со свойствами, полностью отличными от исходного сырья - перэтерификация (производство БДТ).

В чем же заключается процесс производства БДТ из растительного масла. В очищенное от механических примесей масло добавляют метиловый спирт (метанол) и щелочь, которая служит катализатором реакции переэтерификации. Полученную смесь нагревают до 50°С.

После отстоя и охлаждения жидкость расслаивается на две фракции – легкую и тяжелую. Легкая фракция представляет собой метиловый эфир или БДТ, а тяжелая – глицерин. Исходя из стоимости, доступности и физико-химических характеристик, наиболее подходящим для производства топлива является рапсовое масло, которое может быть использовано в качестве основы или компонента топлива. Так, из 1 тонны семян рапса можно получить 300 кг рапсового масла, а из этого количества масла – около 270 кг БДТ. Но и получившееся топливо необходимо смешивать с нефтяным ДТ, если мы хотим использовать его в существующих дизелях.

Поэтому, наиболее простой способ использования рапсового масла – добавление его в ДТ. Такая смесь получила название биодизельной. Экспериментальными исследованиями отечественных и зарубежных ученых установлено, что с ростом содержания растительного масла в биодизельной смеси продолжительность ее сгорания увеличивается, и при содержании масла более 60 % процесс сгорания не успевает закончиться к моменту открытия выпускного клапана двигателя. Для уменьшения общей продолжительности сгорания в биодизельную смесь вводят активаторы сгорания, например ферроцен.

Таблица 2

Сравнительная характеристика ДТ и топлива на основе растительного сырья

Показатели	Рафинады растительных масел					ДТ
	подсолнечное	соевое	рапсовое	хлопковое	пальмовое	
Плотность, кг/м ³	924	923	915	916	913	839
Вязкость при 20°С, мм ² /с	63	25	78	84	-	4
Низшая теплота сгорания, МДж/л	36	39	37,2	34	38	42
Цетановое число	32	21	41	41	-	45-50
Температура вспышки, °С	320	220	305	318	295	60
Температура застывания, °С	-16	-11	-18	-4	-8	-22
Содержание серы, %	0,005	0,005	0,005	-	-	0,5

Несмотря на существующие недостатки США и ЕС все больше внедряют

эти виды моторного топлива. Так, в США до 60 % товарного бензина уже используется с добавками этанола от 5 до 10 % (так называемый бензин E 10, или «Газохол» с содержанием этанола 10 %). В 2002 г. в США было выработано около 6,5 млн. т этанола, главным образом, из возобновляемого сырья - кукурузы. В соответствии с «Законом о возобновляемых топливах для обеспечения энергетической безопасности США» содержание этанола во всем бензине к 2010 г. должно быть увеличено с 1,3 до 5 %, что при производстве 380-400 млн. т бензина потребует производства 15-20 млн. т этанола.

В США уже работает более 100 заводов по производству этанола в 20 штатах, в 2004 г. ими было произведено более 13 млрд. л, в 2006 году производство топливного этанола составило уже 16 млн. т в год, а к 2012 г. планируется увеличение объемов производства до 36 млн. т в год.

В 1999 г. был издан Приказ Президента США № 13134, который установил национальную приверженность США принципам биоэнергетики, в 2000 г. создан технический комитет, который занимается вопросами внедрения биотоплив. В 2002 г. принят закон «О сельском хозяйстве», который в разделе «Энергия» прописывает необходимость строительства заводов по производству биотоплив, а также устанавливает налоговые и иные льготы производителям и потребителям топлив растительного происхождения. Параллельно с ним работает национальная программа по поддержке научных исследований в области переработки биомассы в биотоплива, на что выделяются значительные бюджетные средства. Более того, в 2007 г. внесен на рассмотрение «Закон о биотопливе», который предусматривает увеличение производства биотоплив до 190 млн. т. к 2030 году.

К этому времени количество АЗС, на которых будет продаваться спиртосодержащее топливо должно быть увеличено до 50 %, а автопроизводители будут обязаны увеличивать производство автомобилей, способных ездить на смеси этанола и бензина. Уже разработан стандарт на топливный этанол для автомобилей с искровым зажиганием (ASTM D 5798-99). При этом согласно стандарту ASTM, разработанному национальной комиссией по спиртовым топливам США, газохол с 10 % этанола характеризуется следующими показателями: плотность 730-760 кг/м³, температурные пределы выкипания 25-210°C, теплота сгорания 41,9 МДж/кг, теплота испарения 465 кДж/кг, давление насыщенных паров (при 38°C) 55-110 кПа, вязкость (при -40°C) 0,6 мм²/с, стехиометрический коэффициент 14. Таким образом, по большинству показателей газохол соответствует автомобильным бензинам. По данным исследования, проведенного компанией AUS Consultants, благодаря введению новых стандартов на содержание этанола в автомобильных бензинах импорт сырой нефти в США к 2012 г. сократится более чем на 250 млн. т. Производство БДТ в США в 2005 году составило 0,07 млн. т. При этом по прогнозам в 2020 г. в США производство БДТ достигнет 23 млн. т. в год.

В странах Евросоюза, принимая во внимание увеличивающиеся выбросы CO₂ и рост цен на нефтепродукты было издано Распоряжение Европейского парламента и Совета Европейского союза от 8 мая 2003 года № 30 «О мерах по

стимулированию использования биологического топлива и других видов возобновляемого топлива в транспортном секторе».

В указанном Распоряжении отмечается, что основным источником выбросов CO₂ в атмосферу в Европе является автомобильный транспорт, на долю которого приходится 84 % всех транспортных выбросов CO₂, при этом транспортный сектор потребляет более 30 % от общего энергопотребления Европейского сообщества и продолжает расти.

В связи с этим Комиссией Евросоюза принят документ «О мерах по обеспечению бесперебойности энергоснабжения стран Европы», в котором поставлена цель заменить 20 % традиционного топлива альтернативными видами топлива в транспортном секторе к 2020 году. Основной упор при этом делается на этанол, производимый из биомассы, и дизельное биотопливо, производимое из масел растительного или животного происхождения. Увеличение доли биотоплива планируется за счет проведения таких мер, как освобождение от налогов, финансовая поддержка предприятий, производящих биотопливо и введение обязательной квоты на производство биологического топлива для нефтеперерабатывающих компаний.

В странах Евросоюза производство биодизельного топлива в 2000 году составляло 0,2 %, а в 2003 году уже 0,6 % от общего баланса потребления нефтяного топлива.

Директивой Евросоюза 2003/30 ES от 08 мая 2003 года доля биотоплива к 2010 году должна быть не менее 5,75 % в общем балансе энергопотребления. Планируемый объем годового производства БДТ в 2010 году должен составить 12 млн. т. На эти цели уже выделено 3,27 млрд. евро для строительства 40 новых заводов по производству БДТ.

Аналогичные программы приняты в Бразилии, Австралии и ряде других стран, в которых себестоимость получения топлив на основе растительного сырья достаточно низкая.

В России также разработаны национальные стандарты на топлива с добавками растительного происхождения: ГОСТ Р 52201-2004 «Этанольное моторное топливо для автомобильных двигателей с принудительным зажиганием. Бензанол. Общие технические требования» с долей этанола до 10 % и ГОСТ Р 52368-2005 (ЕН 590:2004) «Топливо дизельное евро. Технические условия», который допускает использование до 5 % БДТ, хотя на деле применение добавок растительного происхождения в топливо не используется.

Но следует иметь ввиду, что все проекты, направленные на производство и потребление биотоплив в значительной степени поддерживаются за счет экономических льгот, преференций, компенсаций и т.д. со стороны европейских государств и США. К тому же вопрос о замене нефтяных топлив альтернативными сильно политизирован и является одним из рычагов воздействия на страны производители нефти.

Помимо отрицательных свойств биотоплив с точки зрения протекания рабочего процесса, есть ряд вопросов, связанных с их производством. Для

выращивания сырья необходимо освобождать посевные площади, т.е. либо вырубать леса, либо сокращать площади сельскохозяйственных посевов, а это приводит к значительному росту цен на сельскохозяйственную продукцию и продукты питания. Поэтому и с этой точки зрения необходимо соблюдать баланс между количеством продукции производимой для питания и на производство топлива.

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ОТОПЛЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕПЛОВОГО НАСОСА И ВЕТРОЭНЕРГОУСТАНОВКИ

БАЙРАМОВ Ф.Д., д.т.н., профессор; ХАРЧУК С.И., к.ф.-м.н., доцент;
ЛЕГОШИН А.А., аспирант –

Камская государственная инженерно-экономическая академия
(г. Набережные Челны, Россия)
sergey@kampi.ru

Теплоснабжение в условиях России с ее продолжительными и достаточно суровыми зимами требует весьма больших затрат топлива, которые превосходят почти в 2 раза затраты на электроснабжение. Основными недостатками традиционных источников теплоснабжения являются низкая энергетическая (особенно на малых котельных), экономическая и экологическая эффективность (традиционное теплоснабжение является одним из основных источников загрязнения крупных городов). Кроме того, высокие транспортные тарифы на доставку энергоносителей усугубляют негативные факторы, присущие традиционному теплоснабжению.

Одним из таких методов является полезное использование рассеянного низкотемпературного ($5-30^{\circ}\text{C}$) природного тепла или сбросного промышленного тепла для теплоснабжения с помощью тепловых насосов. Преимущества тепловых насосов:

- производят в 2-4 раз больше тепловой энергии, чем потребляют электроэнергии на привод компрессора
- применение ТН в 1,2-2,5 раза выгоднее самых эффективных газовых котельных;
- стоимость выработанного ТН тепла в 1,6-2,0 раза ниже стоимости централизованного теплоснабжения и в 2-3 раза ниже, чем в угольных и мазутных котельных малой и средней мощности;
- отсутствует загрязнение окружающей среды;
- не требуется значительная территория для котельной с подъездными путями и склада топлива;

На рис. 1 приведена принципиальная схема ПТН типа «вода-вода» с наименованиями основных элементов, а на рисунке 2 изображен упрощенный термодинамический цикл ПТН в T-S диаграмме. Состояния рабочего тела после процессов, происходящих в основных элементах ПТН, обозначены соответствующими цифрами цикла. Принципиальная схема парокомпрессионного теплового насоса состоит из: К – компрессор; КД – конденсатор; П – переохладитель; РГ – регенеративный теплообменник; РУ – регулирующее устройство; И – испаритель; Ts1 и Ts2 – низкотемпературная вода; Tw1, Tw2 – нагреваемая вода.

Упрощенный термодинамический цикл парокомпрессионного теплового насоса с процессами: 1-2 – сжатие паров рабочего тела (хладона) в компрессоре; 2-3 – охлаждение и конденсация паров хладона в конденсаторе; 3-4 – переохладение жидкого хладона в переохладителе; 4-5 – охлаждение жидкого хладона в

регенеративном теплообменнике; 6-1 – кипение (испарение) хладагента в испарителе; 1-1' – подогрев паров хладагента в регенеративном теплообменнике.

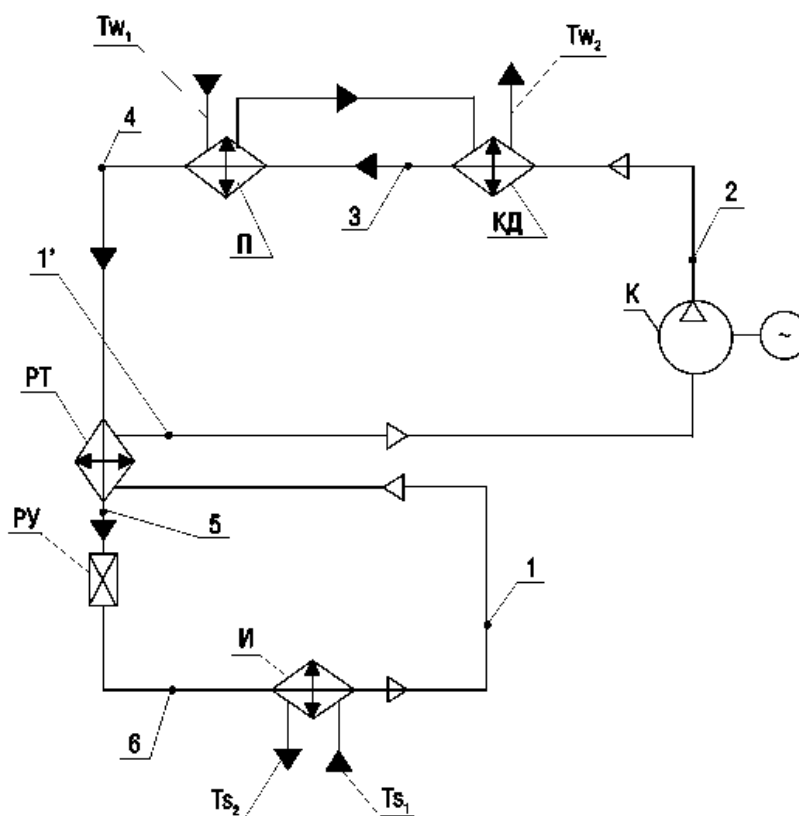


Рис. 1

ПТН работает следующим образом: в межтрубное пространство испарителя И подается низкотемпературная вода, нагревая хладагент (рабочее тело - низкокипящие фторхлорсодержащие углеводороды, т.н. фреоны), протекающий в трубном пространстве испарителя И. Хладагент испаряется и пары хладагента поступают в компрессор К, проходя регенеративный теплообменник РТ и, вследствие теплообмена с протекающим внутри труб теплообменника жидким хладагентом, увеличивают свою температуру. Компрессор К сжимает подогретые пары хладагента до давления конденсации, еще больше нагревая их, и затем, подает в межтрубное пространство конденсатора КД. В трубное пространство конденсатора КД поступает нагреваемая вода теплосети. За счет теплообмена в межтрубном пространстве КД, вода нагревается, а пары хладагента охлаждаются и конденсируются, превращаясь в жидкость, которая затем поступает в переохладитель П жидкого хладагента, где охлаждается за счет теплообмена с обратной водой теплосети. Далее жидкий хладагент проходит внутри труб регенеративного теплообменника РТ, охлаждаясь дополнительно за счет теплообмена с парами хладагента. При дросселировании в регулирующем устройстве РУ, понижается давление рабочего тела и, соответственно, температура до давления и температуры в испарителе И. Парожидкостная смесь, образующаяся вследствие дросселирования, кипит (испаряется) в испарителе, получая тепло через стенки труб с низкотемпературной водой. Образующиеся пары хладагента отсасываются компрессором, цикл рабочего тела ПТН замыкается.

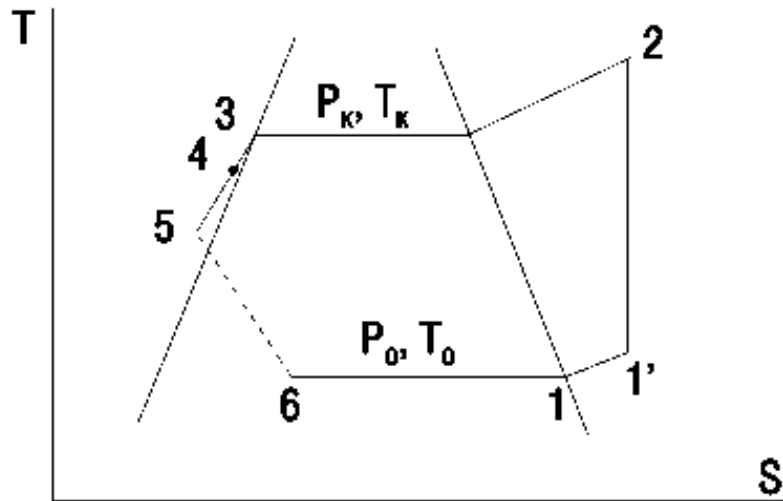


Рис. 2

Таким образом, рабочее тело (хладон), постоянно циркулирует в замкнутом контуре ПТН, претерпевая изменения агрегатного состояния в его аппаратах и перенося теплоту от возобновляемого низкотемпературного источника теплоты к потребителю теплоты среднего потенциала за счет затраты энергии высокого потенциала в компрессоре. Отношение полученной потребителем тепловой энергии к затраченной (в тепловом эквиваленте) определяет эффективность работы ТН и носит название коэффициента преобразования:

$$\varphi = \frac{Q_{\Pi} + Q_{\text{кл}}}{Q_K} \quad (1)$$

где $Q_{\Pi} + Q_{\text{кл}}$ – теплота, полученная потребителем из переохладителя и конденсатора, [Вт]; Q_K – мощность в тепловом эквиваленте, затраченная на привод компрессора, [Вт]. Величина коэффициента преобразования реального обратного цикла Ренкина, реализуемого в ПТН, в основном, зависит от температур холодного и горячего источников теплоты:

$$\varphi = \varphi_{\text{ид}} \cdot \mu \quad (2)$$

где $\varphi_{\text{ид}} = \frac{T_K}{T_K - T_0}$ – коэффициент преобразования идеального цикла Карно, осуществляемого в диапазоне температур (по шкале Кельвина) конденсации T_K и кипения T_0 рабочего тела цикла; $\mu = \mu_1 \cdot \mu_2 \cdot \mu_3 \cdot \mu_4 \cdot \mu_5$ – коэффициент, учитывающий реальные процессы, осуществляемые рабочим телом в ПТН. Коэффициенты μ_1 – μ_5 учитывают необратимые потери реального цикла соответственно: μ_1 – замену среднетермодинамической температуры отвода теплоты $T_{\text{КСР}}$ в цикле Ренкина на температуру конденсации рабочего тела T_K ; μ_2 – потери в процессе дросселирования; μ_3 – изменение значения коэффициента преобразования цикла, связанное с перегревом паров рабочего тела перед сжатием в компрессоре в регенеративном теплообменнике; μ_4 – потери от необратимого сжатия в компрессоре; μ_5 – дополнительные затраты мощности компрессора на преодоление сил трения в нагнетательной и всасывающей сторонах.

Практические значения μ в диапазоне реальных температур конденсации (50–70°C) и температур кипения (0–20°C) рабочего тела составляют 0,55–0,70, при

этом более низкие значения соответствуют крупным ПТН. Например, в ПТН тепловой мощностью 1 МВт при температуре низкотемпературного источника теплоты (НИТ) 7°C и температуре нагретой воды среднетемпературного потребителя теплоты (СПТ) 60°C коэффициент преобразования φ составляет 3,0. Это значит, что из трех единиц полученной СПТ тепловой энергии одна единица – за счет энергии привода ПТН, а две единицы – за счет теплоты НИТ. При повышении температуры НИТ и понижении температуры СПТ, т.е. при сокращении разности температур НИТ и СПТ (что соответствует снижению разности температур $T_K - T_0$), коэффициент преобразования повышается, при увеличении разности температур коэффициент, соответственно, снижается. Реально достигаемые на практике разности температур – от 70°C до 30°C, при этом коэффициент преобразования изменяется от 2,0 до 5,0 соответственно. Т.о., как отмечалось выше, мощность необходимая на привод компрессора определяется из выражения 1 и в упрощенном виде записывается:

$$N_{\text{э}} = Q_{\text{тп}} \cdot \varphi \text{ [Вт]} \quad (3)$$

где $Q_{\text{тп}}$ – тепловой поток (тепло полученное потребителем), [Вт].

Для привода компрессора обычно используются электрические или дизельные двигатели. Перспективным является использование ветроэнергетических установок (ВЭУ). В качестве преобразователя энергии ветра предлагается ветроэнергоустановка роторного типа с вертикальной осью вращения по патенту № 2168060. На рис. 3 представлена схема одного модуля. Он представляет собой ротор 1 с вогнутыми лопастями 2, установленный на валу 6 и помещенный внутри статора 3 с направляющими 4 сопловой системы воздухозаборника, но концах, которого установлены эжекторы 7. Применение направляющих сопловой системы воздухозаборника и эжекторов заметно повышают эффективность ветродвигателя. Для прекращения поступления ветра внутрь статора и остановки ротора установлены жалюзи 5.

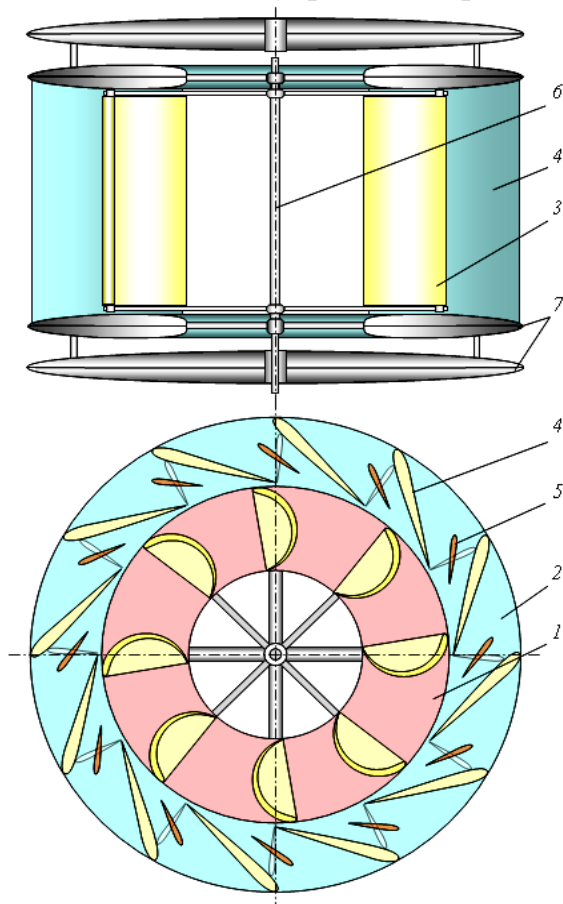


Рис. 3. Схема ветродвигателя с вертикальной осью вращения:
1 – ротор; 2 – статор; 3 – лопасти ротора; 4 – направляющие статора; 5 – жалюзи; 6 – вал ротора; 7 – эжекторы

Установка бесшумна и безопасна, так как ротор вращается внутри воздухозаборника или защитного полуцилиндра. Использование ВЭУ вблизи жилых домов и населенных пунктов в отличие от пропеллерных ветродвигателей не оказывает негативного влияния на окружающую среду.

Предложенная схема ВЭУ, по сравнению с существующими, имеет ряд весомых преимуществ для применения в приводах технологических машин: достаточно высокое значение коэффициента использования энергии ветра ξ ; отсутствие необходимости системы

ориентации на ветер; упрощенный механизм передачи механической энергии; малый гироскопический момент; возможность применения в конструкции легких композиционных и тентовых материалов.

Мощность развиваемая ВЭУ, определяется:

$$N_{ВЭУ} = \xi \cdot N_B, \quad [\text{Вт}] \quad (4)$$

где N_B – мощность ветра, [Вт]; ξ – коэффициент использования энергии ветра. Согласно формулам (3) и (4), тепловой поток, полученный потребителем:

$$Q_{ТП} = K \cdot \frac{\xi}{\varphi} \cdot N_B, \quad [\text{Вт}]$$

где K – коэффициент, учитывающий потери мощности при преобразовании энергии ветра в тепловой поток.

Для того чтобы ВЭУ роторного типа с вертикальной осью вращения развивала максимальную мощность, нагруженный ротор ветродвигателя должен вращаться в 3 раза медленнее, чем ротор свободно вращающегося анемометра, т.е.

$$\omega_A = 3\omega_P, \quad (5)$$

где ω_P – угловая скорость ротора ветродвигателя, зависящая от скорости ветра и нагрузки; ω_A – угловая скорость ротора анемометра, свободно насаженного на валу ротора ветродвигателя и определяющего скорость ветра. Ниже предлагается механический регулятор слежения за скоростью ветра, который автоматически поддерживает соотношение (5) при любых изменениях скорости ветра, путем управления нагрузкой, подключенной к ветродвигателю (рис. 4).

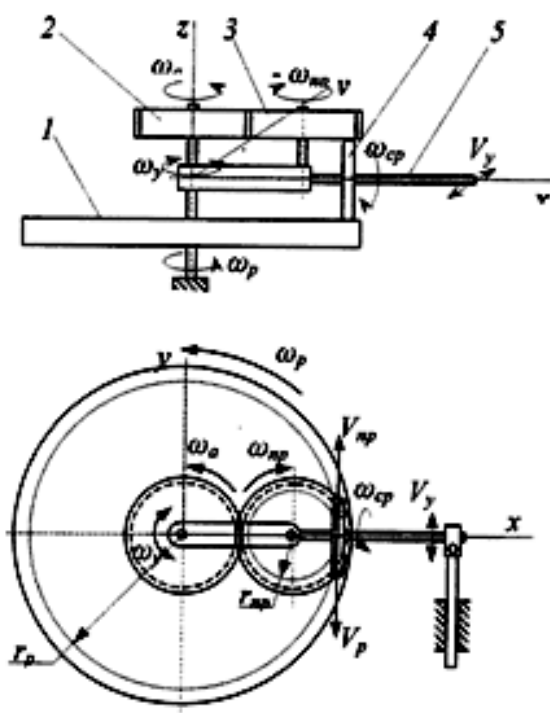


Рис. 4. Схема регулятора с промежуточным колесом:

- 1 – колесо ротора;
- 2 – зубчатое колесо анемометра;
- 3 – промежуточное зубчатое колесо;
- 4 – гладкий ролик управляющего рычага;
- 5 – управляющий рычаг

Он состоит из ротора 1 ветродвигателя, зубчатого колеса анемометра 2, промежуточного зубчатого колеса 3, ролика 4, свободно насаженного на ось рычага 5 управления нагрузкой и играющего роль сравнивающего элемента. Колесо 3 и анемометр имеют одинаковые радиусы r_A . Радиусы ротора и анемометра подбираются так, чтобы при выполнении соотношения (5) ролик 4 совершал чисто вращательное движение, т.е. чтобы ось управляющего рычага 5 оставалась в покое. Это требование будет достигнуто при соблюдении условия

$$|V_P| = |V_{ПП}|, \quad (6)$$

где V_P и $V_{ПП}$ – окружные скорости точек сцепления колеса ротора и промежуточного колеса 3 с роликом 4. Т.к. радиусы и угловые скорости анемометра и колеса 3 равны, то условие (6) запишется в виде:

$$\omega_P \cdot r_P = \omega_A \cdot r_A$$

отсюда, учитывая соотношение (5), получим

$$r_A = r_P / 3,$$

т.е. для поддержания соотношения (5) радиусы анемометра и промежуточного

колеса должны быть в 3 раза меньше радиуса колеса ротора.

Нарушение соотношения (5), а следовательно, и равенства (6) приведет к повороту рычага 5 и изменению нагрузки так, чтобы соотношение (5) восстанавливалось. Одной из задач построения ветрокомпрессорной (ВК) установки является выбор типа и схемы ветроколеса, привода, компрессора и обеспечение соответствия их характеристик между собой. Проблема оптимального соответствия ВД и компрессора заключается в том, чтобы с помощью привода соединить эти разнотипные устройства в одно целое для эффективной совместной работы, обеспечивающей наименьшие затраты при конструировании, требуемую долговечность установки, выполнение технологического процесса и удобство в эксплуатации. Это в первую очередь связано со спецификой ВД, отличием его характеристик и режимов работы от аналогичных показателей, например ДВС или электродвигателя. Во-вторых, вращающий момент ВД вследствие изменения скорости ветра и частоты вращения ВД, постоянно меняется в широких пределах. Поэтому ВД наиболее эффективно можно укомплектовать с компрессором, характеристики которого изменяются плавно или остаются постоянными.

Совмещение ветродвигателя с регулируемым компрессором пластинчатого типа, облегчает оптимизацию режимов работы ВК, особенно если применить регулятор максимальной мощности ВД (рис. 4). Начальный момент сопротивления у такого компрессора может быть снижен до нуля.

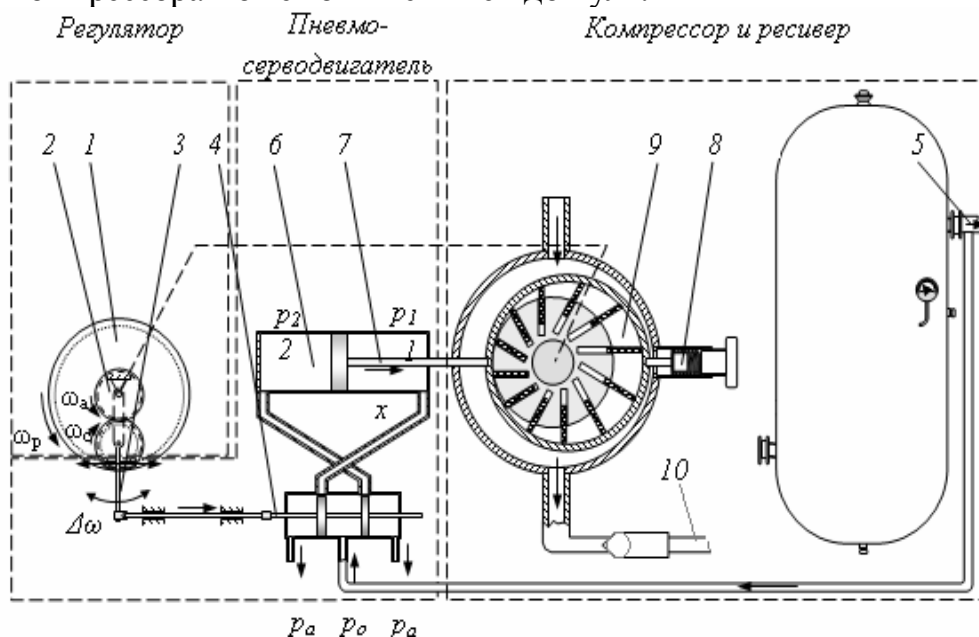


Рис. 5. Схематичное исполнение автоматизированной ветрокомпрессорной установки на базе ВЭУРС:

- 1 – зубчатое колесо ротора; 2 – зубчатое колесо анемометра; 3 – рычаг сумматора;
- 4 – золотник; 5 – магистраль; 6 – серводвигатель; 7 – шток серводвигателя;
- 8 – пружина настройки; 9 – регулируемый пластинчатый компрессор;
- 10 – трубопровод с обратным клапаном

Схема управления компрессором показана на рис. 5. Ротор ветродвигателя 1 механически соединен с ротором пластинчатого компрессора 9. Управление моментом сопротивления на валу компрессора и ротора ВД осуществляется изменением производительности компрессора путем изменения его эксцентриситета. При уменьшении скорости ветра для уменьшения производительности компрессора эксцентриситет его уменьшается путем

воздействия на подвижный корпус со стороны пружины настройки 8 из-за уменьшения давления на шток 7 серводвигателя 6. Уменьшение давления воздуха в полости серводвигателя 6 осуществляется путем перемещения штока 4 золотникового устройства влево, при котором воздух из левой полости серводвигателя выходит в атмосферу.

Это перемещение контролируется регулятором и прекратиться, когда восстановиться соотношение (5). Регулятор содержит зубчатое колесо 1 ротора ветродвигателя, ротора анемометра 2 и рычаг сумматора 3. Усилие, создаваемое в полостях серводвигателя, обеспечивается за счет давления сжатого воздуха в ресивере.

Если же ветер усиливается, то восстановление частоты вращения ротора ветродвигателя и компрессора происходит в обратном порядке. Этим обеспечивается эффективность работы ВК установки.

Таким образом, применение ветроэнергоустановки совместно с тепловым насосом, является перспективным направлением в использовании теплоснабжения зданий. Прорабатывается вопрос, о параллельном использовании ветродвигателя с другими типами двигателей (электрические или дизельные).

ПРИНЯТЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

ТН – тепловой насос; ПТН – парокompрессионный тепловой насос; НИТ – низкотемпературный источник теплоты; СПТ – среднетемпературный потребитель теплоты; ВЭУ – ветроэнергоустановка; ВЭУРС – ветроэнергоустановка роторного типа с вертикальной осью вращения и сопловой системой воздухозаборника; ВД - ветродвигатель

МОДЕЛЬ РОССИЙСКОГО БАКАЛАВРИАТА ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ВОЛКОВ О.Г., к.х.н., доцент – ЧПИ МГОУ (г. Чебоксары, Россия)
volgamgou@mail.ru

АННОТАЦИЯ

В статье представлена возможная модель реформирования системы высшего профессионального образования России в условиях перехода на двухуровневую систему подготовки инженерно-технических кадров. Модель предполагает значительное сокращение сроков обучения на первой ступени в вузе – бакалавриату за счет активного использования новых педагогических технологий.

ВВЕДЕНИЕ

Д.А. Медведев, избранный Президент России, выступая на Красноярском экономическом форуме 15 февраля 2008 г., определил концептуальные направления социально-экономического развития страны. Базовым направлением названо профессиональное образование. Определено, что сегодняшние выпускники «придя на рабочее место, не просили бы в очередной раз рассказать им, как всё устроено в жизни, а чтобы они были самостоятельными носителями новых знаний и технологий, которых ждут на производстве, были бы на шаг впереди своих коллег» [1].

Законодательно определено, что с 2009 года, в рамках Болонского процесса, все наши вузы должны перейти на двухуровневую подготовку специалистов: бакалавров и магистров. Давайте на время задумаемся, какой результат предполагает этот переход. Да, конечно, мы принимаем общие мировые (европейские) правила игры. А что дальше? Сегодня любой руководитель мало-мальски рыночной организации говорит о значительном отставании в практической подготовке специалистов в вузах.

Следует признать, что наши советско-российские стандарты ВПО не сработали в условиях перехода страны на рыночные механизмы. И что в этих условиях можно ожидать от стандарта по первой ступени – «бакалавриата»? Что в него заложили, и чем он будет отличаться от 3 поколения ГОС ВПО? Только лишь тем, что из известных стандартов уберут 5 год обучения? А может быть отсутствие российского стандарта на, общепризнанный в мире, уровень бакалавриата и есть наше стратегическое преимущество? Мы имеем в виду то, что в условиях игры под названием «догонялки», у нас должны быть исключительные преимущества. И главными преимуществами могут быть качество образования и скорость нашего движения. А значит, время обучения бакалавров должно быть сокращено. То есть время обучения на первой ступени ВПО, в лучшем случае, должно быть один – два года! Таким образом, нужны программы, после освоения которых студент сможет быстро получить необходимые профессиональные умения, практические навыки и компетенции специалиста, готового работать с первых дней после приема на работу.

Но за счет чего можно достичь такого сокращения? Нам кажется только за счет изменения вузовских учебных программ с теоретического на практическое обучение. Вот в чем, по нашему мнению, основной тактический смысл предлагаемой нами российской модели бакалавриата. А это значит, что цикл гуманитарных и социально-экономических дисциплин (за исключением

иностранный язык и физкультуры) и цикл общих математических и естественнонаучных дисциплин следует перенести на уровень магистратуры. Постоянное развитие технологий и изменения всех привычных, и казавшихся вечными, социальных устоев и форм производственной деятельности требуют от образования коренных реформ и инноваций. Основным новшеством в образовании, как и в бизнесе, должна явиться смена философии государственного культа планового производства в соответствии со стандартами подготовки специалистов и с лицензированными программами вуза, на идеологию ценностей потребителя в рыночной экономике.

Мы твердо полагаем, что вуз в условиях рынка должен готовить только тех и столько, сколько надо потребителю, конкретным работодателям. Чебоксарский политехнический институт МГОУ уже более 50 лет является одним из основных центров непрерывного образования в Чувашии. Миссия Чебоксарского политехнического института (филиала) ГОУ ВПО «Московский государственный открытый университет» – гарантия доступного качественного инженерно-экономического образования для самореализации личности и формирования достойного будущего России в 21 веке. При этом под непрерывным образованием мы понимаем, в первую очередь, возможность продолжения профессионального образования в вузе на базе уже имеющегося начального, среднего или высшего образования. Это может быть как получение высшего образования по различным формам (полное или сокращенное), так и все виды различных программ дополнительного профессионального образования (ДПО): переподготовка, повышение квалификации, курсы и краткосрочные программы (конференции, семинары, тренинги и др.).

Данные наших исследований деятельности и развития экономикообразующих отраслей и предприятий, убеждают нас в том, что первозначимым и основным в их конкурентоспособности в условиях наступившей, но пока плохо осознаваемой глобализации в условиях России, является современное техническое мышление. То есть, степень инновационности и современности зависит от уровня современного технологического мышления менеджмента организации. Руководству факультетов и выпускающих кафедр важно знать и понимать – специалисты с какими знаниями и компетенциями нужны сегодня работодателю. А для этого сначала мы определились со списком наших основных потребителей. Только за последние два года институтом было заново заключено более 80 договоров с организациями, предприятиями и компаниями, заинтересованными в подготовке специалистов по нашим программам.

Совместно с ними мы ежегодно проводим исследования, какими должны быть наши образовательные программы, в том числе программы ДПО, а также какими общими и специальными для данной компании компетенциями должен обладать специалист для соответствующей работы на данном предприятии. На основании анализа результатов проводимых исследований постоянно корректируется модель выпускника нашего института. Ранжируются профессиональные и ключевые компетенции молодого специалиста. Определяются конкретные различия между запросами работодателя и результатами обучения студентов и выпускников, требующие необходимых специальных изменений.

Такие значимые качества, как базовые знания, знания иностранного языка и

персонального компьютера оцениваются примерно одинаково как вузом – уровень «приемлемо», так и работодателями – «в целом приемлемо». Но вот по компетентным параметрам: «знания по специальности», «навыки к самообучению», «способность практически применять знания», «коммуникативные навыки», «нацеленность на карьеру», «готовность к быстрому включению в работу» наблюдаются значительные различия. В основном работодатели отмечают низкий уровень этих компетенций. Работодатели в основном говорят о недостаточной «широте охвата» выпускников, об отсутствии у будущих руководителей современных экономических и юридических знаний. Главная и наиболее часто звучащая претензия работодателей к выпускникам вузов – оторванность полученных затеоретизированных знаний от современной практики деятельности компаний:

- неумение применять знания для решения практических задач;
- неспособность обращаться с современным оборудованием;
- психологическая неподготовленность к реалиям производства;
- неспособность к руководству работниками;
- отсутствие представлений об этике поведения в бизнес-среде.

Сегодня в институт на программы ДПО по сокращенной форме обучения стал приходить взрослый абитуриент. Работник осознанно подходящий к выбору программы, с конкретными запросами по дисциплинам курса, готовый к напряженному обучению новым технологиям и мотивированный на трудоустройство.

Выбирая наш институт, студент, по сути, выбирает устраивающую его образовательную программу. Можно с большой вероятностью говорить, что общество и, в первую очередь, работодатели уже насыщены дипломированными выпускниками. Сейчас формируется устойчивый спрос на специалистов, подготовленных под заказчика по специальным образовательным программам. Образовательная программа, представленная конкретными личностями преподавателей, и есть тот продукт, с которым инновационный вуз должен выходить на рынок. В этом направлении нам помогли наши опытные европейские партнеры. В 2006 г. ЧПИ МГОУ активно включился в международный российско-шведский проект ДПО «Развитие рынка труда в Российской Федерации», курируемый Федеральным агентством по образованию. Цель проекта: адекватное реформирование системы российского профессионального образования запросам работодателей и регионального рынка труда. Реформирование через обучение преподавателей-практиков из сферы экономики, переподготовка мотивированных вузовских педагогов, а также администраторов и консультантов из соответствующих сфер экономики в области практико-ориентированного образования.

Шведские партнеры (Национальное агентство по ДПО, Шведский институт и Фолькуниверситет, Упсала) предложили на выбор любую из 650 своих государственных программ дополнительного образования. Задача российского вуза-партнера определить, на основании результатов маркетинговых исследований рынка труда, такую программу, на которую есть устойчивый заказ региональной российской экономики [2].

В институте успешно прошел этап обучения первых экспериментальных

групп по коротким европейским программам. Руководил образовательным процессом, как это требует шведская модель ДПО, Совет программы. Который формируется из работодателей (70 %), представителей органов власти (министерства, служба занятости, муниципалитеты), администрации программы и вуза, студентов и преподавателей программы.

Вообще для эффективного развития экономики России важны все три составляющих: власть, бизнес и образование. Мы об этом говорим с конца 90-х годов прошлого века. Но и до сих пор эти составляющие все еще пока не треугольник социальных партнеров, а веер разнонаправленных и почти не пересекающихся векторов. В современных условиях политических перспектив государственного развития новой России, исполнительная власть и рынок в лице работодателей и заказчиков должны сформулировать и профинансировать заказ системе профессионального образования на новые программы обучения. Это создаст надежную основу современной парадигмы образования и науки – быть опережающим по времени и служить направляющим в прогрессе для бизнеса и власти.

ЛИТЕРАТУРА

1. Стенограмма выступления Первого заместителя Председателя Правительства России Дмитрия Медведева на V Красноярском экономическом форуме.
2. Материалы конференции по дополнительному профессиональному образованию – [электронный документ] - Архангельск, 2006.

ГИДРОДИНАМИКА БОЛЬШИХ СКОРОСТЕЙ

ПОДВОДНЫЕ КРЫЛЬЯ, ВИНТЫ И СУДА

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛЕДА ЗА ГРЕБНЫМ ВИНТОМ, РАБОТАЮЩИМ В СОСТАВЕ КОМПЛЕКСНОГО ДВИЖИТЕЛЯ

БУШКОВСКИЙ В.А., к.т.н., с.н.с.; МУХИНА Л.А., к.т.н., с.н.с.;

ЯКОВЛЕВ А.Ю., к.т.н., доцент –

ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)

krylov@krylov.spb.ru

АННОТАЦИЯ

Необходимость моделирования следа за гребным винтом возникла для движителей, элементы которых взаимодействуют с этим следом. В работе представлены основные принципы такого моделирования для так называемых комплексных движителей. Расчет ведется в рамках невязкой жидкости, при этом влияние вязкости учитывается с помощью специальных поправок. Основное внимание в ходе расчета уделяется определению формы вихревых пелен за лопастями винта. В работе приведено сопоставление расчета с экспериментом, рассмотрены случаи тянущей поворотной колонки, соосных гребных винтов и гребного винта в насадке.

ВВЕДЕНИЕ

Понятие комплексного движителя (КД) введено в научную практику Международной конференцией опытовых бассейнов [1]. Под КД понимается движитель, в состав которого помимо гребного винта (ГВ) входят другие элементы, непосредственно участвующие в формировании потока и восприятии упора движителя. К числу подобных движителей можно отнести поворотные колонки, ГВ в насадках, а также соосные ГВ.

Как видно, основным активным элементом КД служит ГВ, который формирует вокруг себя поле вызванных скоростей. Это поле может быть легко определено всюду, кроме следа ГВ. След ГВ представляет особую область, для которой характерно присутствие пелен свободных вихрей (ПСВ) и вязких следов, возникающих за лопастями ГВ. Принято считать, что влияние формы ПСВ, простирающихся за лопастями ГВ, на силовые характеристики самого ГВ не велико. Как показывают исследования [2], это допущение справедливо при умеренных нагрузках ГВ. Поскольку расчет формы ПСВ достаточно трудоемкая задача, для одиночного ГВ им вполне допустимо пренебречь. В то же время, для комплексных движителей справедливость этого допущения становится сомнительной, поскольку ГВ в их составе испытывает существенное гидродинамическое воздействие со стороны других элементов КД и сам, в свою очередь, активно воздействует на них. В результате, с одной стороны, форма ПСВ за лопастями ГВ претерпевает изменения вследствие влияния элементов КД. С другой стороны, ПСВ приводит к перераспределению скоростей на элементах КД, оказавшихся в области следа ГВ. Следовательно, при разработке методов расчета КД необходимо специальное численное моделирование следа за ГВ и в частности – расчет ПСВ. Принципы подобного моделирования и примеры их применения для расчета различных КД представлены ниже.

1. МЕТОД РАСЧЕТА ФОРМЫ ПСВ

Расчет ГВ, работающего в составе КД, осуществляется с помощью метода несущей поверхности [3], который позволяет определить интенсивность вихревых особенностей на срединной поверхности лопастей S_B и поверхности ПСВ ГВ S_W и интенсивность источников, располагаемых в пределах лопастей (рис. 1). Форма поверхности ПСВ S_W неизвестна заранее и определяется в процессе расчета, что делает задачу нелинейной. Для ее решения в случае одиночного ГВ ранее был применен метод [4], обеспечивающий перенос вихрей с частицами жидкости. Однако он требует заметных временных затрат, которые значительно возрастают при расчете КД.

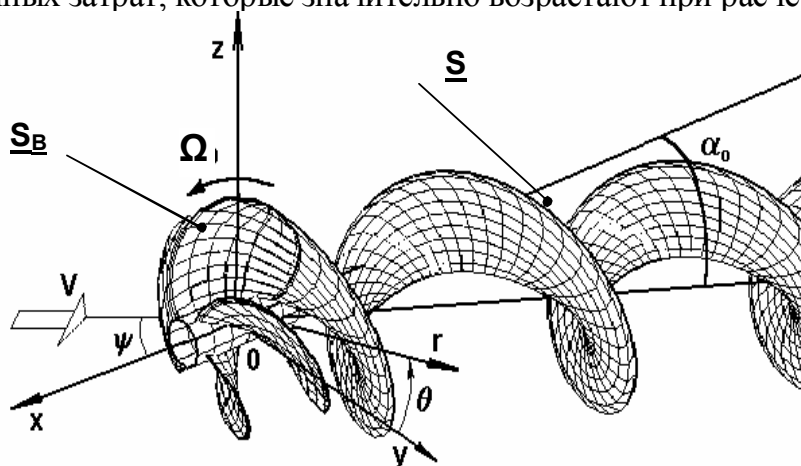


Рис.1. К построению математической модели следа за ГВ

С целью ускорения расчета в данной работе форма ПСВ определяется из условия перемещения вихрей вдоль линий тока, отвечающих скорости осредненной по угловой координате и времени \vec{V}_E . Подобный подход был предложен отечественными исследователями для ПСВ изолированного ГВ [5]. Ускорение расчета в данном случае достигается за счет того, что метод [3], будучи основан на раздельном расчете гармоник разложения скорости в ряд Фурье, позволяет ограничиться для расчета \vec{V}_E только нулевыми гармониками. Осреднение по угловой координате, кроме того, позволяет избавиться от особенности, возникающей при расчете скорости в точках на поверхности ПСВ, и служит эффективным средством сглаживания ПСВ, не позволяющим развиваться неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. В [5] показано, что в рамках введенного упрощения форма ПСВ однозначно описывается двумя функциями

$$r_\Gamma = r_\Gamma(x, r_0) \quad \theta_\Gamma = \theta_\Gamma(x, r_0) \quad (1)$$

где r_Γ , θ_Γ – радиус и угловая координата вихревой нити, сошедшей с лопасти ГВ на радиусе r_0 , полученные при продольной координате x . В этом случае получаем следующую систему уравнений переноса ПСВ:

$$dr_\Gamma = \frac{V_{E r}}{V_{E x}} dx \quad d\theta_\Gamma = \frac{\Omega r + V_{E \theta}}{r \cdot V_{E x}} dx \quad (2)$$

где $V_{E x}$, $V_{E r}$ и $V_{E \theta}$ – продольная, радиальная и тангенциальная компоненты скорости \vec{V}_E , включающие скорости, вызванные всеми элементами КД, Ω – угловая скорость вращения ГВ. В ряде случаев ГВ в составе КД работает в условиях сильного скаса потока, что приводит к изменению формы следа за ГВ, не учитываемому с помощью представления (1). В соответствии с [6] считается, что учитывать закрутку струи и криволинейность ее формы надо при углах скаса потока ψ , больших 30° . При углах ψ , меньших 30° , изменением формы ПСВ можно пренебрегать.

Как показали практические расчеты, хорошие результаты достигаются, если

использовать понятие начального угла скоса ПСВ за гребным винтом α_0 . Этот угол определяется по аппроксимационным зависимостям, полученным в работе [6], как функция угла ψ , шагового отношения и нагрузки ГВ.

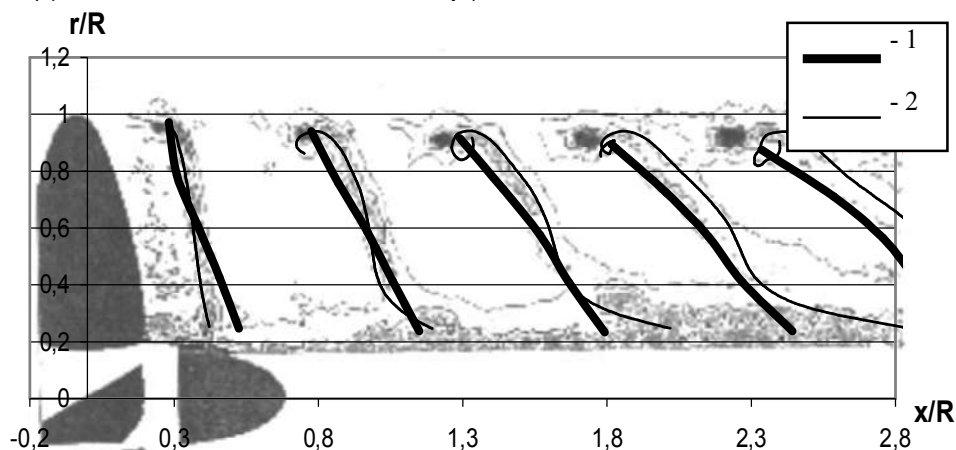


Рис. 2. Сопоставление продольных сечений расчетной и экспериментальной ПСВ изолированного ГВ. 1 – расчет по представленному методу, 2 – расчет по методу [4], экспериментальные данные [8] представлены линиями уровня турбулентных пульсаций. Режим работы ГВ соответствует относительной поступи $J=0.88$, R – радиус ГВ.

Задача определения формы ПСВ является нелинейной, поэтому ее решение ведется последовательными приближениями. На каждом шаге осуществляется расчет полей скоростей, создаваемых всеми элементами КД и строится новая форма ПСВ на основе соотношений (2). Расчет завершается, когда изменение полей скоростей становятся меньше некоторой заданной величины, что обычно достигается после 3-4 итераций. Зная окончательную форму ПСВ, по известной интенсивности источников, свободных и присоединенных вихрей можно вычислить скорости в следе за ГВ, без учета вязких эффектов. Эти эффекты существенны в узкой области следа за лопастью, где вводится локальная поправка. Величина поправки выбирается на основе соотношений теории струй [7] для плоского профиля, соответствующего профилю цилиндрического сечения лопасти ГВ.

2. ТЕСТОВЫЕ РАСЧЕТЫ

Тестовый расчет формы ПСВ выполнен на примере ГВ E779A [8]. Сопоставление с экспериментом показало, что представленный расчетный метод позволяет с достаточной точностью определять форму ПСВ (рис. 2). Отсутствие учета сворачивания ПСВ сказывается несущественно и только на большом удалении от ГВ. Данный вывод подтверждается сопоставлением с расчетами, выполненными по методу, моделирующему сворачивание ПСВ [4]. Эффективность разработанного метода в случае скошенного потока подтверждена сопоставлением результатов расчета сил с экспериментальными данными работы [9] (рис.3). Точность расчета скоростей в следе за ГВ проверяется на примере ГВ DTRC4119 [10]. Винт работает в однородном потоке на поступи $J=0.833$. Как показало сопоставление с экспериментом, расчетный метод дает вполне приемлемые оценки распределения скорости по угловой координате θ (рис. 4) и радиусу [11].

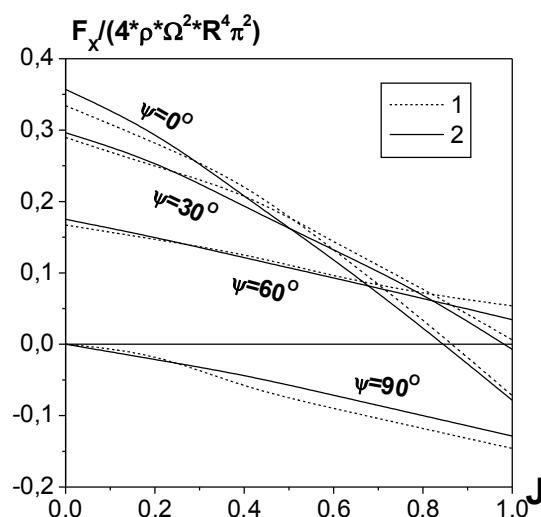


Рис.3. Сопоставление расчетных и экспериментальных зависимостей силы на ГВ В4.70 [9], действующей в направлении набегающего потока, при различных ψ . 1 – расчет, 2 – эксперимент.

3. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛЕДА В СЛУЧАЕ СООСНЫХ ГВ И ДВИЖИТЕЛЯ CRPOD

Для ряда КД имеет место взаимодействие пары ГВ. Простейший случай представляют соосные ГВ. На рис. 5 представлено сужение ПСВ переднего ГВ соосной пары, происходящее в результате взаимодействия с задним ГВ. Сопоставление с экспериментом (рис. 5) подтверждает достоверность получаемых результатов.

Значительно большие сложности, по сравнению с соосными ГВ, представляет случай движителя CRPOD (Contra rotating podded propulsor), включающего передний ГВ на валу и расположенную соосно с ним поворотную колонку. При повороте колонки поле скорости в диске ее ГВ существенно изменяется. Подобное изменение, происходящее при повороте колонки на 15° , продемонстрировано на рис. 6. Расчеты выполнялись для условий работы движителя в неоднородном поле скорости, характерном для потока за кормовой оконечностью одновального транспортного судна.

Представленные на рис. 6 картины распределения скоростей отражают конкретный момент времени. В последующие моменты они будут изменяться в результате вращения переднего ГВ. Сильная неоднородность и периодическое изменение потока в диске заднего ГВ приводит к тому, что силы и моменты на его лопастях меняются во времени сложным образом. Перекладка поворотной колонки усиливает этот процесс, приводя к более резким изменениям силы. Подробный анализ этого явления был проведен ранее в [13].

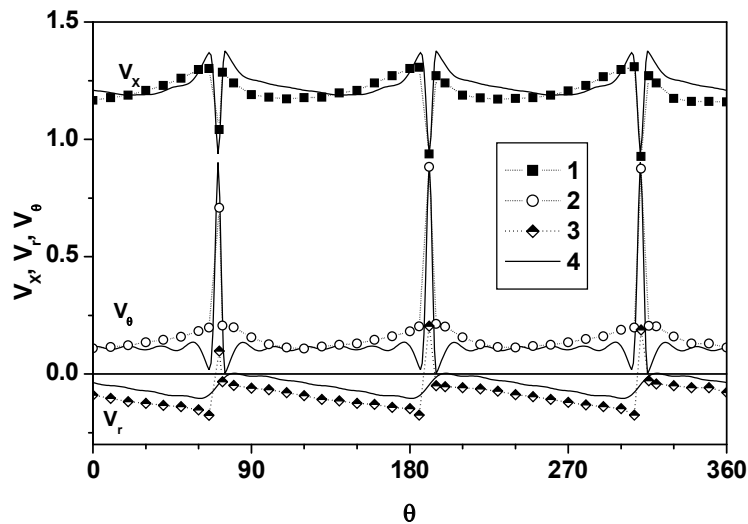


Рис. 4. Сопоставление распределения расчетных и экспериментальных компонент скорости по угловой координате в следе ГВ DTRC4119 ($x/R=-0.3281$, $r/R=0.7$). Эксперимент [10]: 1 – V_x , 2 – V_θ , 3 – V_r . 4 – расчет для соответствующих компонент скорости.

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛЕДА ПРИ РАСЧЕТЕ ГВ В НАСАДКЕ

Обычно предполагается, что форма ПСВ за лопастями ГВ в насадке может считаться такой же, как и в случае изолированного ГВ. Расчеты подтверждают справедливость этого предположения для пропульсивных насадок. В то же время, в насадке с поджатием, ПСВ ГВ должна изменять свою форму, иначе она пересечет поверхность насадки.

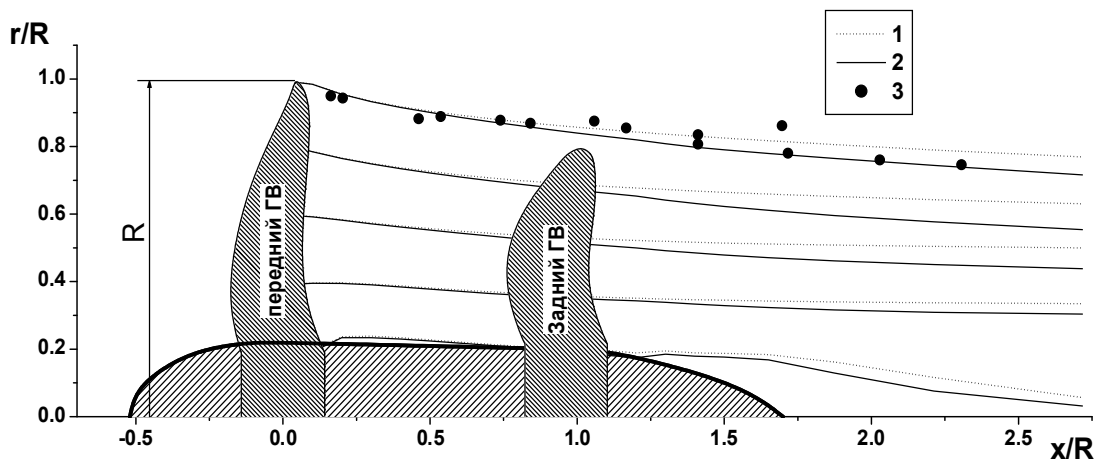


Рис. 5. Сопоставление расчетных и экспериментальных траекторий вихрей для соосных ГВ. 1 – расчет для одиночного ГВ, 2 – расчет для соосной пары, 3 – эксперимент для соосной пары [12].

Использование выражений (2) для ПСВ ГВ в насадке, если предполагать, что распределение скорости в поперечном сечении насадки однородно, позволяет получить зависимость радиуса ПСВ от геометрии насадки и ступицы ГВ. Зависимость от режима работы КД существенна для угловой координаты ПСВ θ_Γ , но зато скорость изменения θ_Γ вдоль насадки изменяется слабо. Правильность расчета силовых характеристик подобных движителей подтверждена сопоставлением с экспериментальными данными [14].

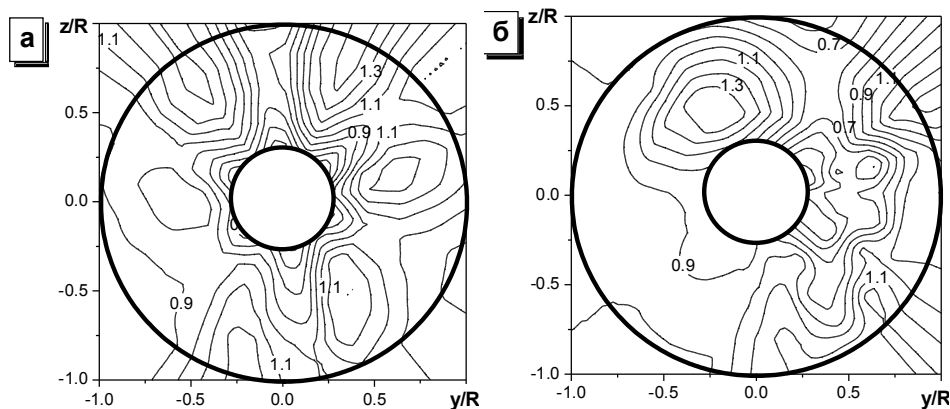


Рис.6. Поле осевой скорости в диске заднего ГВ движителя CRPOD при соосном расположении ГВ (а) и в случае поворота колонки ($\psi=-15^\circ$) (б).

5. ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ СЛЕДА ГВ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЯНУЩЕЙ ВИНТОРУЛЕВОЙ КОЛОНКИ

При расчете поворотной колонки считается возможным пренебречь скоростями, обусловленными обтеканием стойки. Это связано с тем, что в разработанной методике используются скорости, осредненные по угловой координате (2), величина которых для стойки мала. В действительности колебания скорости вблизи поверхности стойки приводят к изменению формы ПСВ, но эти изменения имеют локальный характер. Сопоставление с экспериментом (рис. 7) подтверждает правильность расчетного метода.

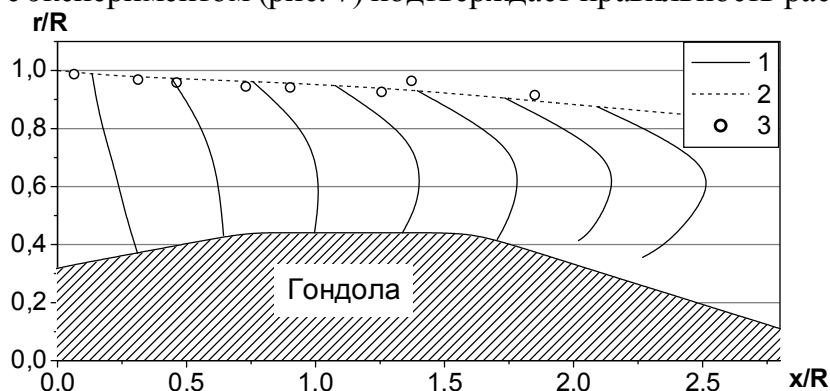


Рис. 7. Сопоставление расчетной формы ПСВ ГВ в составе тянущей поворотной колонки с экспериментом. 1 – расчетная форма ПСВ, 2 – расчетная траектория переноса концевых вихрей, 3 – положение концевых вихрей по экспериментальным данным [12].

На рис. 8 построена расчетная форма ПСВ для одной из лопастей ГВ. Видно, что форма ПСВ по мере удаления от ГВ претерпевает существенные изменения. Разработанный алгоритм расчета приводит к плавному огибанию ПСВ гондолы и «перерезанию» ею стойки колонки, что соответствует экспериментальным наблюдениям.

На рис. 8 представлено распределение абсолютной величины скорости на поверхности гондолы и стойки. Попадание стойки в область следа ГВ приводит к повышению скорости. Распределение скорости находит отражение в распределении давления и обусловленных им силах. Таким образом, след ГВ оказывает непосредственное воздействие на силовые характеристики поворотной колонки. Изменение формы ПСВ обуславливает нелинейный характер зависимости сил на колонке от ее геометрии, поступи ГВ и угла ψ , а так же приводит к возникновению заметной по величине поперечной составляющей силы на колонке [15].

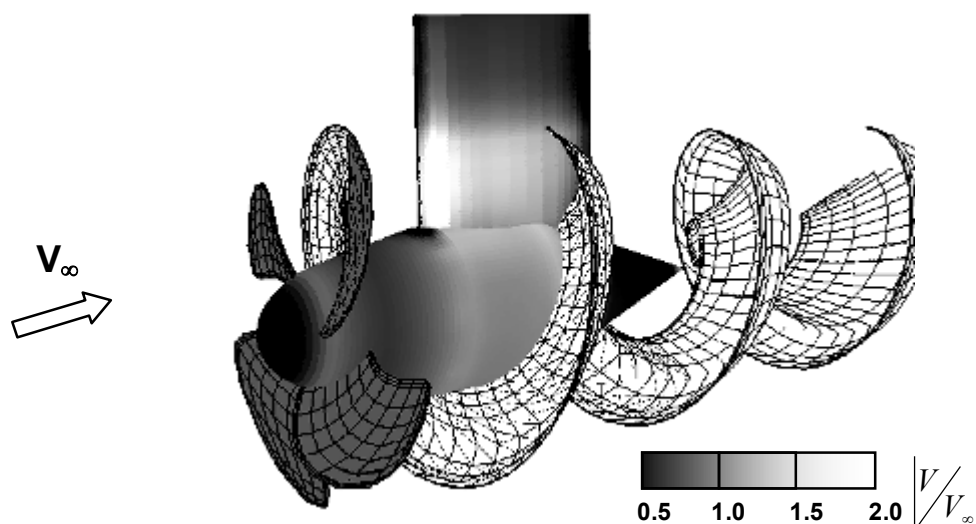


Рис. 8. Скорость на поверхности поворотной колонки и форма ПСВ сходящей с лопасти ГВ.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные выше материалы подтверждают, что при разработке методов расчета КД необходимо использовать нелинейные математические модели следа за ГВ. Геометрические и гидродинамические особенности, характерные для конкретного типа КД, позволяют вносить в эти модели упрощения. Важнейшими из таких упрощений, общими для всех рассмотренных типов КД, являются использование модели невязкой жидкости и расчет формы ПСВ на основе скоростей, осредненных по угловой координате.

Разработанная численная модель следа за ГВ была применена для расчета следующих КД: соосных ГВ, движителя CRPOD, ГВ в насадке и тянущей поворотной колонки. Во всех случаях переход к нелинейной модели следа позволил повысить точность расчета.

ЛИТЕРАТУРА

1. Proceedings of the 24th ITTC. Propulsion committee. UK, Sept.4–10, 2005.
2. Liu P., Colbourne B. A study of wake discretization in relation to the performance of a propeller panel method // SP2001: Lavrentiev Lectures, paper 5, 2001, pp.59-67.
3. Мухина Л. А. Гидродинамический расчет гребного винта на персональном компьютере//Труды ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова. 1998. вып.7(291). С. 30-32.
4. Яковлев А. Ю. Расчет изменения формы вихревых пелен в следе гребного винта//Труды ЦНИИ им.акад. А.Н.Крылова, вып.31,2007, с.55-68.
5. Липис В. Б., Петров А. А. Расчетное определение геометрических характеристик вихревого следа гребного винта // Крыловские чтения 1987. Тезисы докладов. Л.: "Судостроение", 1987, С. 39.
6. В.Ф.Бавин, В.Б.Липис, Л.А.Мухина. Применение численных методов теории потенциала двойного слоя к расчету гребного винта при качке судна - В трудах конференции по гидродинамике судна. Доклады БИГС, т.3, с 87-1 ÷ 87-5. Варна, 1984.
7. Елизаров А. М., Ильинский Н. Б., Поташев А. В. Обратные краевые задачи аэрогидродинамики. - М.: Наука. Издательская фирма "Физико-математическая литература", 1994.
8. Di Felice F., Di Florio D., Felli M., Romano G. P. Experimental investigation of the propeller wake at different loading conditions by particle image velocimetry // J. of Ship Res. June 2004. Vol.48. No.2. pp.168-190.

9. Binek H., Müller E. *Steurpropeller - Schiff und Haffen*, 1975, v.27, №12.
10. Koyama K. Comparative calculations of propellers by surface panel method // *Papers of ship research institute, Suppl. No. 15, Sept. 1993*.
11. Мухина Л.А., Яковлев А.Ю. Применение теории вихревой поверхности к расчету поля скорости и формы вихревых пелен за работающим гребным винтом // *Четвертые Поляховские чтения. Избранные труды, С.-Пб., 2006, с.384-393*.
12. Яковлев А.Ю., Мореншильдт К.В. Экспериментальное исследование формы концевых вихрей за лопастями гребных винтов движительных комплексов // *Тезисы докладов научно-технической конференции «XLII Крыловские чтения», С.-Пб., 2006, с. 34 – 36*.
13. Яковлев А.Ю. Метод расчета и численное исследование движителей с гребными винтами противоположного вращения // *Судостроение, №2, 2008*.
14. Bushkovsky V.A., Moukhina L.A., Yakovlev A.Yu. Evaluation of duct shape influence on hydrodynamic characteristics // *ISC'2002 Proceedings, S.-Petersburg, Russia, pp.145-152*.
15. Яковлев А.Ю., Коваль А.А., Маринич Н.В. Расчет гидродинамических характеристик тянущей винторулевой колонки // *Тезисы докладов. Всероссийский семинар по аэрогидродинамике, посвященный С.В. Валландеру, 5 – 7 февраля 2008 г., С.-Пб., СПбГУ*.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ УСЛОВИЕ МИНИМУМА ПОТЕРЬ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ КОМПЛЕКСА КОРПУС-ДВИЖИТЕЛЬ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

АЧКИНАДЗЕ А.Ш., д.т.н., профессор –

Санкт-Петербургский государственный морской
технический университет (г. Санкт-Петербург, Россия)

ВВЕДЕНИЕ

Названная проблема рассматривалась в работах В.М. Ивченко 1962 и 1963 годов [1, 2]. Как указывает сам автор в работе [2], задача была предложена ему профессором В.М. Лаврентьевым. Использование в проектировании гребных винтов условия оптимума, полученного В.М. Ивченко, было осуществлено В.Г. Мишкевичем позже [3, 4]. Надо отметить, что в работах В.М. Ивченко использовалась сильно упрощенная математическая модель течения, например, течение вязкой жидкости за корпусом и гребным винтом предполагалось цилиндрическим, т.е. пренебрегалось имеющим место в действительности размывом следа. Это привело, в частности, к введению нереальной величины «коэффициента попутного потока трения на бесконечности за комплексом» и к соответствующим проблемам его экспериментально – теоретического определения в инженерных расчетах. Появление в настоящее время программных комплексов для расчета вязких турбулентных течений жидкости дало принципиальную возможность использовать эти расчеты для уточнения величин типа упомянутого «коэффициента попутного потока трения на бесконечности за комплексом». Однако, оказалось невозможным проводить указанные расчеты без учета размыва следа, который на бесконечности за комплексом стремиться расширяться до бесконечности.

В настоящей работе получено условие оптимума с использованием более адекватной математической модели течения. Найденное условие оптимума подобно тому, которое получил В.М.Ивченко, но в отличии от последнего не содержит величин, которые не могут быть найдены непосредственно путем расчета вязкого турбулентного течения жидкости. Прежде всего полученное условие оптимума не использует «коэффициента попутного потока трения на бесконечности за комплексом», а также не использует и понятие вызванных движителем скоростей, которые невозможно непосредственно выделить из физически измеримой суммарной относительной скорости в следе за комплексом.

1. ОСНОВНЫЕ ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

Идеальный движитель, работающий в вязкой жидкости, это математическая модель произвольного реального движителя, в которой учитываются только два вида потерь механической энергии, возникающие на имеющем конечные размеры комплексе корпус – движитель при их поступательном и равномерном движении в безграничной невесомой несжимаемой вязкой жидкости. Указанные выше два вида потерь состоят, во-первых, из потерь на преодоление сопротивления движению корпуса, возникающего при обтекании корпуса вязкой жидкостью, и, во-вторых, из потерь на осевые вызванные скорости, имеющие место далеко позади комплекса в пределах струи движителя и гидродинамического следа, образующихся за комплексом. Эти потери связаны с физическим процессом образования турбулентного гидродинамического следа за комплексом корпус – движитель и характеризуются изменением поля осевых скоростей далеко за комплексом, т.е. скоростей жидкости направленных главным образом против направления движения. Существо рассматриваемой модели заключается в допущении о том, что тяга и потребляемая мощность комплекса полностью определяются полем осевых скоростей в поперечном сечении гидродинамического следа, образующегося за комплексом, т.е. в пределах ограниченной поверхности F_W расположенной поперек направления движения далеко, но на конечном расстоянии, за рассматриваемым комплексом. В дальнейшем понятие гидродинамического следа, образующегося за комплексом, включает в себя и струю движителя, т.к. на достаточно большом расстоянии за комплексом невозможно объективно отличить струю движителя от гидродинамического следа. Переход механической энергии в тепловую, т.е. процесс диссипации механической энергии, при этом не учитывается. Таким образом рассматриваемая математическая модель (см. рис.1) характеризуется следующим:

O, x, y, z - подвижная связанная с рассматриваемым комплексом правая прямоугольная система координат с началом в центре диска движителя и осью x направленной против направления равномерного поступательного движения комплекса;

ГДС – гидродинамический след, который предполагается турбулентным и который образуется за рассматриваемым комплексом корпус – движитель из вязкостного следа за корпусом и струи за работающим движителем;

$S \cup F_W$ - контрольная замкнутая поверхность, состоящая из двух частей: сферической S и плоской F_W , замыкающей сферу плоским диском, который совпадает с поперечным сечением ГДС;

S - часть контрольной поверхности, представляющая собой усеченную плоскостью сферу большого радиуса r , с центром в центре диска движителя, усечение сферы выполнено нормальной к оси x плоскостью, так что контрольная замкнутая поверхность $S \cup F_W$ представляет собой непрерывную поверхность с плоским дном в виде круга радиуса $(r^2 - x_F^2)$, который

предполагается совпадающим с поперечным сечением ГДС F_W (интегрирование по замкнутой поверхности содержащей S и F_W будет обозначаться как интегрирование по замкнутой контрольной поверхности $S \cup F_W$ с дифференциальным элементом dS , а при интегрировании только по F_W будут использоваться дифференциальные элементы dS и dF_W как эквивалентные);

F_W - нормальное к оси x плоское поперечное сечение гидродинамического следа далеко за комплексом (расположенное при большом положительном значении x_F и неподвижное относительно подвижной системы координат O, x, y, z);

U_0 - абсолютная величина скорости равномерного поступательного движения комплекса в направлении отрицательной оси x (переносная скорость начала подвижной системы координат O, x, y, z);

\bar{w} - осредненная по времени абсолютная скорость, т.е. осредненная по времени скорость частиц жидкости, измеренная относительно неподвижной (абсолютной) системы координат, в которой жидкость впереди на бесконечности неподвижна.

\bar{u} - осредненная по времени относительная скорость, т.е. осредненная по времени скорость частиц жидкости, измеренная относительно связанной с комплексом корпус-двигатель подвижной системы координат O, x, y, z ;

u_W - осевая (x -ая) составляющая осредненной по времени относительной скорости \bar{u} для точек области F_W ;

p - давление в жидкости, осредненное по времени;

p_0 - давление на бесконечности, т.е. далеко впереди комплекса, точнее при $x \rightarrow -\infty$;

p_W - давление для точек области F_W , осредненное по времени;

\vec{F} - главный вектор сил, действующих на ограниченную контрольной поверхностью $S \cup F_W$ массу жидкости;

\vec{R} - вектор силы сопротивления корпуса без учета присутствия двигателя (сопротивление «голового» корпуса);

R - осевая (x -ая) составляющая вектора силы сопротивления корпуса без учета присутствия двигателя;

\vec{T}_E - вектор силы тяги двигателя, по модулю равный упору двигателя минус сила засасывания (сила дополнительного сопротивления на корпусе, обусловленная работой двигателя);

T_E - осевая (x -ая) составляющая вектора силы тяги двигателя;

\vec{T}_E^Σ - вектор «тяги на гаке», т.е. суммарная сила, действующая на рассматриваемый комплекс корпус – двигатель со стороны вязкой жидкости (тяга двигателя \vec{T}_E минус сопротивление корпуса \vec{R}), предполагается, что «тяги на гаке» компенсируется внешней к рассматриваемой системе силой с

тем, чтобы условия равномерного и прямолинейного движения комплекса не нарушались даже в случае ненулевой величины «тяги на гаке», для обычного движущегося равномерно и прямолинейно самоходного объекта «тяги на гаке» равна нулю;

P_D - мощность, подводимая к движителю из вне;

P_R - мощность, расходуемая движителем на компенсацию потерь мощности, имеющих место в процессе образования силы сопротивления голого корпуса,

η_D - пропульсивный коэффициент;

\vec{n} - внешняя к рассматриваемому объему жидкости единичная нормаль к контрольной поверхности $S \cup F_W$;

dS - элемент контрольной поверхности, эквивалентный элементу dF_W на поверхности F_W .

ρ - плотность рассматриваемой несжимаемой жидкости;

Относительно рассматриваемого течения делаются следующие предположения:

Движение комплекса началось бесконечно давно и рассматривается относительно движение жидкости в подвижной системе координат O, x, y, z . Рассматриваемое движение можно считать стационарным, т.е. независимым от времени.

Предполагается, что жидкость является несжимаемой, вязкой, безграничной, невесомой, и что на бесконечности за комплексом образуется ГДС, имеющий определенное поперечное сечение F_W и содержащий относительные скорости только осевого направления $u_W = u_x$, т.е. $u_y = u_z = 0$ на F_W . Кроме того, давление в поперечном сечении ГДС далеко за диском движителя (на F_W) p_W постоянно и мало отличается от давления далеко впереди комплекса.

Рассмотрим абсолютное движение жидкости, т.е. поле абсолютных скоростей \vec{w} , измеренное в абсолютной системе координат, для которой жидкость на бесконечности впереди покоится. Для точек контрольной поверхности S вне ГДС, т.е. вне F_W , имеет место условие

$$|\vec{w}| \approx 1/r^2 \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (1)$$

Это условие отличается от используемого Шлихтингом [5] при определении сопротивления «голового» корпуса с использованием теоремы импульсов, когда степень при r равна минус 3, и это отличие связано с рассмотрением комплекса, в котором кроме корпуса имеется работающий движитель, который, как известно [6], [7], в дальнем поле эквивалентен диску стоков. Указанное обстоятельство делает необходимым в дальнейшем при использовании теоремы импульсов учитывать отличие величины давления p на части контрольной поверхности S от давления на бесконечности p_0 .

Поле скоростей абсолютного движения \vec{w} связано с полем скоростей

относительного движения общепринятой формулой [8]

$$\vec{w} = \vec{u} - U_0 \vec{i}, \quad (2)$$

где \vec{i} орт оси x .

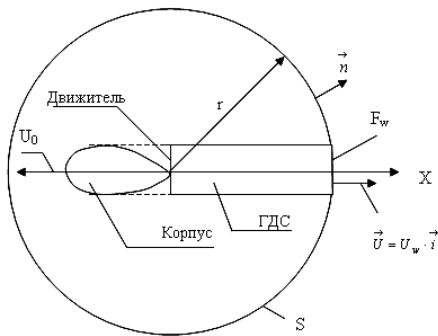


Рис. 1. Схема течения

Так как рассматриваемый комплекс имеет конечные размеры, вне тела вытеснения и гидродинамического следа (см. Рис.1) жидкость мало возмущена (по причине того, что до начала рассматриваемого движения комплекса жидкость в абсолютной системе координат покоилась), и вязкостью можно пренебречь. Тогда на части контрольной поверхности S применимо уравнение Бернулли [7], [8] записанное в связанной с комплексом подвижной системе координат O, x, y, z с

использованием вектора скорости абсолютного движения \vec{w} , а именно

$$p = p_0 - \rho \vec{w}^2 / 2 - \rho \vec{w} \vec{i} U_0. \quad (3)$$

Замечание. Уравнение (3), с учетом (2), эквивалентно обычному уравнению Бернулли, записанному с использованием вектора скорости относительного движения \vec{u} , которое справедливо для рассматриваемого стационарного течения для области, где вязкими потерями по принятому предположению можно пренебречь, т.е. для области вне пограничного слоя и гидродинамического следа.

Закон сохранения массы несжимаемой жидкости в объеме, ограниченном замкнутой контрольной поверхностью $S \cup F_w$, имеет вид

$$\int_{S \cup F_w} \vec{u} \cdot \vec{n} dS = 0. \quad (4)$$

Из третьего закона Ньютона очевидно вытекает

$$\vec{T}_E^\Sigma = -\vec{F}. \quad (5)$$

2. ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ИМПУЛЬСОВ

Применение теоремы импульсов [6], [7] к рассматриваемому объему жидкости, ограниченному контрольной поверхностью $S \cup F_w$, с учетом стационарности поля относительных скоростей дает для «тяги на гаке», т.е. для силы действующей на рассматриваемый комплекс со стороны жидкости, заключенной внутри контрольной поверхности $S \cup F_w$, следующее исходное выражение

$$\vec{T}_E^\Sigma = - \int_{S \cup F_w} (p \vec{n} + \rho u_n \vec{u}) dS, \quad (6)$$

где u_n - нормальная составляющая относительной скорости для точек замкнутой контрольной поверхности $S \cup F_w$.

Подставляя в (6) соотношения (2), (3) после преобразований можно получить

$$\bar{T}_{EX}^{\Sigma} = \rho \int_{F_W} u_W (U_0 - u_W) dF_W . \quad (7)$$

Эта формула для случая определения сопротивления «голового корпуса» R совпадает с формулой (25.1) на стр.701 из монографии Шлихтинга [5], хотя интегрирование в (7) выполняется уже по расположенным на конечном расстоянии от корпуса и поэтому ограниченной площади поперечного сечения гидродинамического следа далеко за комплексом F_W .

Эта формула для случая определения тяги идеального движителя T_E в невязкой жидкости, когда сопротивление «голового корпуса» R равно нулю, с точностью до знака совпадает с формулой (3.10) на стр.10 из статьи Лаврентьева [6], если заметить, что в этой статье принято обозначать осевую вызванную скорость для точек F_W как w_a , при этом согласно принятым в данной работе обозначениям, смотри в частности (2),

$$w_a = w_{xW} = u_W - U_0 . \quad (8)$$

Интегрирование ведется в указанной статье по поперечному сечению струи движителя на бесконечности за комплексом, что оказывается возможным, т.к. в невязкой жидкости из-за отсутствия турбулентного перемешивания струя движителя имеет ограниченное поперечное сечение вплоть до бесконечности. Знак тяги по полученной формуле (7) получается отрицательным при положительных значениях осевых вызванных скоростей w_{xW} , что соответствует принятой выше системе координат и оказывается противоположным правилу знаков, принятому в цитированной статье.

3. ПРИМЕНЕНИЕ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

Через рассматриваемую контрольную поверхность $S \cup F_W$ каждую секунду переносится кинетическая и потенциальная энергия, величина которой должна быть равна энергии каждую секунду передаваемой объему жидкости, ограниченному рассматриваемой контрольной поверхностью, в процессе образования силы сопротивления корпуса и в процессе подвода механической энергии из вне к движителю. Детали механизма передачи энергии не рассматриваются, т.к. важен лишь сформулированный выше ее баланс. В процессе образования силы сопротивления голового корпуса рассматриваемый объем жидкости теряет каждую секунду механическую энергию равную P_R . Одновременно, к движителю, а следовательно и к рассматриваемому объему жидкости через движитель каждую секунду подводится механическая энергия равная P_D , которая должна прежде всего погасить заданную величину P_R , а кроме того восстановить баланс механической энергии подводимой и теряемой через контрольную поверхность $S \cup F_W$. Таким образом в вязкой жидкости баланс механической энергии можно записать следующим образом

$$P_D - P_R = \int_{S \cup F_W} (p u_n + 0.5 \rho \bar{u}^2 u_n) dS . \quad (9)$$

Подставляя в (9) соотношения (2) и (3) можно после преобразований

получить

$$P_D = P_R + 0.5\rho \int_{F_W} u_W(u_W^2 - U_0^2) dF_W. \quad (10)$$

Полученная формула совпадает с соответствующей формулой Шлихтинга на стр.152 [5] для потерь мощности в частном случае плоского вязкого потока у обтекаемого твердого тела.

Эта формула для случая определения потребляемой идеальным двигателем мощности P_D в невязкой жидкости, когда сопротивление «голового корпуса» R равно нулю, с точностью до знака совпадает с формулой (3.14) на стр.12 из статьи Лаврентьева [6], если заметить, что в этой статье принято обозначать осевую вызванную скорость для точек F_W как w_a , при этом согласно принятым в данной работе обозначениям, смотри в частности (2),

$$w_a = w_{xW} = u_W - U_0. \quad (11)$$

Интегрирование ведется в указанной статье по поперечному сечению струи двигателя на бесконечности за комплексом, что оказывается возможным, т.к. в невязкой жидкости из-за отсутствия турбулентного перемешивания струя двигателя имеет ограниченное поперечное сечение вплоть до бесконечности.

4. НЕОБХОДИМОЕ УСЛОВИЕ ОПТИМУМА

Искомое условие оптимума это аналитическое выражение для определения такого распределения u_W по поперечному сечению гидродинамического следа F_W , которое является необходимым для получения минимума подводимой к двигателю мощности ($\min P_D$) при заданной величине тяги на гаке \bar{T}_{EX0}^Σ и при заданных ρ, U_0, P_R, F_W . При этом предполагается: $\rho > 0, U_0 \geq 0, P_R \geq 0, F_W \neq \emptyset$.

Замечание. Сопротивление корпуса R и мощность P_R , расходуемая двигателем на компенсацию потерь мощности, имеющих место в процессе образования силы сопротивления голого корпуса, считаются заданными, т.к. геометрия корпуса и равномерная поступательная скорость U_0 полагаются неизменными в процессе решения сформулированной вариационной задачи.

Математически имеем изопериметрическую вариационную задачу.

Найти распределение u_W на F_W в качестве необходимого условия минимума интеграла

$$P_D = P_R + 0.5\rho \int_{F_W} u_W(u_W^2 - U_0^2) dF_W \quad (12)$$

при заданном значении интеграла

$$\bar{T}_{EX}^\Sigma = \rho \int_{F_W} u_W(U_0 - u_W) dF_W \quad (13)$$

и при заданных ρ, U_0, P_R, F_W . Выписанные интегралы соответствуют полученным выше (10) и (7).

Необходимое условие оптимума для этой вырожденной

изопериметрической задачи вариационного исчисления состоит в одновременном равенстве нулю первых вариаций от подводимой к двигателю мощности P_D и от тяги на гаке \vec{T}_{EX}^Σ , а именно:

$$\delta(P_D) = 0, \quad (14)$$

$$\delta(\vec{T}_{EX}^\Sigma) = 0. \quad (15)$$

Замечание: Кроме того рассматриваемая задача является вырожденной (т.к. от искомой функции не требуется обращение в нуль на границе области интегрирования) и, поэтому, для ее решения некорректно использовать уравнение Эйлера-Лагранжа, а надо использовать следствие леммы Дюбуа - Реймона из классического вариационного исчисления [9] (см. стр.177, т.1), которое состоит в следующем

Если $\varphi(x)$ является некоторой кусочно-непрерывной функцией на отрезке $[x_0, x_1]$ и если выполняется равенство

$$\int_{x_0}^{x_1} \varphi(x)\eta(x)dx = 0 \quad (16)$$

для произвольной кусочно-непрерывной на отрезке $[x_0, x_1]$ функции $\eta(x)$, удовлетворяющей условию

$$\int_{x_0}^{x_1} \eta(x)dx = 0, \quad (17)$$

то

$$\varphi(x) = \text{const.} \quad \text{на } [x_0, x_1]. \quad (18)$$

Применим сформулированную лемму к рассматриваемой вариационной задаче. Подставляя в (14) и (15) соответствующие выражения из (12) и (13) и выполняя операцию взятия первой вариации (и сокращая на 0.5ρ и ρ соответственно), можно найти

$$\int_{F_W} (3u_W^3 - U_0^2)\delta u_W dF_W = 0, \quad (19)$$

$$\int_{F_W} (U_0 - 2u_W)\delta u_W dF_W = 0. \quad (20)$$

Напомним, что эти равенства должны выполняться одновременно и, поэтому, полагая u_W кусочно-непрерывной функцией положения точки на F_∞ , используем в рассматриваемом случае сформулированную выше лемму. Для этого примем

$$\eta = (U_0 - 2u_W)\delta u_W, \quad (21)$$

$$\varphi = (3u_W^2 - U_0^2)/(U_0 - 2u_W). \quad (22)$$

Важно отметить, что для корректного применения упомянутой леммы необходимо обеспечить непрерывность функции φ для всех точек рассматриваемой области интегрирования F_W , т.е. необходимо принять дополнительное условие, обеспечивающее неравенство знаменателя φ нулю

для точек F_W . Так как, пока u_W считалось произвольным, указанное дополнительное условие неизбежно сужает множество допустимых функций, в пределах которого справедливы полученные ниже результаты, а именно

$$u_W > U_0/2 \quad (23)$$

Замечание: В принципе можно рассмотреть еще случай, когда $u_W < U_0/2$, но этот случай не имеет практического значения для рассматриваемой задачи, в которой исследуется комплекс корпус-двигатель, а не корпус-турбина.

Теперь (19) и (20) можно переписать с использованием (21) и (22) в следующем виде

$$\int_{F_W} \varphi \eta dF_W = 0, \quad (24)$$

$$\int_{F_W} \eta dF_W = 0. \quad (25)$$

Применяя к (24) и (25) приведенную выше лемму (16), (17), (18), которая применима при выполнении дополнительного условия (23), можно непосредственно получить искомое необходимое условие оптимума

$$\varphi = (3u_W^2 - U_0^2)/(U_0 - 2u_W) = c_1 = const. \quad \text{на } F_W. \quad (26)$$

Получается квадратное уравнение относительно u_W . Решение этого квадратного уравнения имеет вид

$$u_W = [-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 3U_0(U_0 + c_1)}]/3 \quad \text{на } F_W. \quad (27)$$

Здесь использовано дополнительное условие (23) для выбора одного из двух корней квадратного уравнения, т.е. знака перед корнем квадратным в (27). Замечая далее, что в правой части (27) все величины являются постоянными, можно записать искомое необходимое условие оптимума в следующем виде

$$u_W = c = const. \quad \text{на } F_W. \quad (28)$$

Величина постоянной c в этом условии оптимума отличается от c_1 и определяется из условия равенства тяги на гаке заданной величине \bar{T}_{EX0}^Σ .

Достаточность полученного необходимого условия оптимума для получения искомого минимума может быть доказана вполне строго, но в данной статье это громоздкое доказательство не приводится.

5. ПРОПУЛЬСИВНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ

Пропульсивный коэффициент для самоходного комплекса, когда сила тяги на гаке равна нулю, т.е. $\bar{T}_{EX0}^\Sigma = 0$, а сопротивление по модулю равно тяге, в произвольном и в оптимальном случаях соответственно может быть представлен, с учетом (10) и (28), следующим образом

$$\eta_D = RU_0/P_D = RU_0/[P_R + 0.5\rho \int_{F_W} u_W(u_W^2 - U_0^2)dF_W], \quad (29)$$

$$\eta_{DOPT} = RU_0/P_{DOPT} = RU_0/[P_R + 0.5\rho u_{WOPT}(u_{WOPT}^2 - U_0^2)F_W]. \quad (30)$$

Согласно полученной теореме при выполнении всех сопутствующих

условий очевидно, что $\eta_{ДОПТ}$ является наибольшим значением пропульсивного коэффициента из всех возможных.

Сопротивление «голого корпуса» R и мощность P_R , расходуемую двигателем на компенсацию потерь мощности, имеющих место в процессе образования силы сопротивления голого корпуса, можно найти, зная соответствующее поле относительных скоростей u_W^* для точек поперечного сечения следа F_W , с использованием (7) и (10),

$$R = \rho \int_{F_W} u_W^* (U_0 - u_W^*) dF_W, \quad (31)$$

$$P_R = -0.5\rho \int_{F_W} u_W^* [(u_W^*)^2 - U_0^2] dF_W. \quad (32)$$

Замечание. Величину пропульсивного коэффициента η_D нельзя называть пропульсивным коэффициентом полезного действия, т.к. эта величина, в принципе, может быть больше единицы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные выше результаты можно сформулировать в виде ниже следующей теоремы.

Условие оптимума (28), заключающееся в постоянстве относительной скорости по поперечному сечению гидродинамического следа далеко за равномерно и прямолинейно движущимся в вязкой несжимаемой безграничной жидкости комплексом корпус – двигатель, является необходимым и достаточным условием минимума подводимой к двигателю мощности при заданной силе тяги на гаке, при выполнении дополнительного условия (23), ограничивающего множество сравниваемых распределений относительной скорости, а также при выполнении четырех основных предположений: 1) учитываются только осевые составляющие относительной скорости в поперечном сечении гидродинамического следа далеко за комплексом; 2) удаление рассматриваемого поперечного сечения гидродинамического следа от комплекса конечно, но достаточно велико для того, чтобы статическое давление в сечении оказалось разумно близким к его величине на бесконечности впереди; 3) для точек контрольной поверхности, вне гидродинамического следа, потери на вязкость при использовании уравнения Бернулли не учитываются; 4) для точек контрольной поверхности, расположенных вне гидродинамического следа, оценка модуля вызванных скоростей содержит радиус рассматриваемой точки в степени минус два [см. условие (1)].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ивченко В.М., 1962, Возможности повышения пропульсивных качеств судна. Труды ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова. Вып.185, СУДПРОМГИЗ, сс.16-33.
2. Ивченко В.М., 1963, О наивыгоднейшем двигательном комплексе. Материалы по обмену опытом. Теория корабля. НТО судпрома, ЦП, Ленинград, сс.72-76.

3. Мишкевич В.Г., 1975, Проблемы проектирования гребных винтов. В сборнике: Проблемы прикладной гидромеханики судна. Ленинград, «Судостроение», сс.179-207.
4. Мишкевич В.Г., 1985, Справочник по теории корабля. Том 1, Оптимальный движительный комплекс корпус-двигатель. Ленинград, «Судостроение», сс.531-534.
5. Шлихтинг Г., Теория пограничного слоя. Перевод с немецкого, Москва, «НАУКА», 1969, с.742.
6. Лаврентьев В.М., 1961, Общая теория судового гидравлического движителя. Труды ЦНИИМФ, вып.35, Ленинград, сс.3-39.
7. Копецкий В.В., Теория идеального движителя. Конспект лекций, Тип.ЛКИ, Ленинград, 1960, с.204.
8. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В., Теоретическая гидромеханика. Часть 1, ФМ, Москва, 1963. с.583.
9. Курант Р., Гильберт Д. Методы математической физики. Том 1, Перевод с немецкого, М-Л, 1951, с.476.
10. Achkinadze A.S., 2003, Theoretical Estimation of the Upper Efficiency Boundary for an Arbitrary Isolated Hydraulic Propulsor. Proc.: SNAME Symposium "Propellers/Shafting'2003", 17-18 September 2003, Virginia Beach, USA. pp.11/1-11/13 (in English).
11. Ачкинадзе А.Ш., 1999, Теория оптимального идеального движителя. Материалы юбилейной НТК, посвященной 100-летию СПбГМТУ, 18-21 мая 1999, Часть 2, Издательство СПбГМТУ, сс.145-150.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ БЕСКАВИТАЦИОННЫХ ГИДРОПРОФИЛЕЙ ПО ЗАДАННОЙ КАВИТАЦИОННОЙ ДИАГРАММЕ

МАКЛАКОВ Д.В., д.ф.-м.н., профессор –

Казанский государственный архитектурно-строительный университет
(г. Казань, Россия)

dmitri.maklakov@ksu.ru

АННОТАЦИЯ

В работе кратко изложены основные положения теории кавитационных диаграмм и представлены результаты модификации серии гидропрофилей Эпплера. Модификации основаны на пропорциональном растяжении (сжатии) и сдвигах функции максимальной скорости на поверхности профиля от угла атаки.

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании гидропрофилей под кавитационной диаграммой понимается зависимость $F(\alpha)$ коэффициента минимального давления, взятого с обратным знаком, от угла атаки α :

$$F(\alpha) = -C_{p\min}(\alpha) = 2 \frac{p_\infty - p_{\min}(\alpha)}{\rho v_\infty^2},$$

где p_{\min} – минимальное давление на контуре профиля, p_∞ – давление на бесконечности, v_∞ – скорость набегающего потока, ρ – плотность жидкости. Функция $F(\alpha)$ – одна из важнейших характеристик гидропрофилей, позволяющая определить диапазон углов атаки, в котором будет отсутствовать кавитация. Классическое условие бескавитационного обтекания состоит в том, что давление p всюду в потоке должно быть больше давления p_v насыщенного пара (см., например, [1]). Через функцию $F(\alpha)$ условие бескавитационности обтекания запишется так:

$$F(\alpha) < Q, \quad Q = 2 \frac{p_\infty - p_v}{\rho v_\infty^2},$$

где Q – число кавитации.

В работах Ф.Г. Авхадиева и Д.В. Маклакова разработан метод проектирования гидропрофилей, кавитационная диаграмма которых совпадает с заранее заданной функцией (см. [2-4]). Изложение этого метода можно найти в монографии [5]. В статье [6] тех же авторов метод решения основного уравнения теории кавитационных диаграмм был дополнен явной формулой обращения, что по-новому осветило большинство ранее полученных результатов. Этот новый подход к проблеме позволяет весьма просто строить гидропрофили с пропорционально растянутой (сжатой) или сдвинутой вдоль оси абсцисс функцией $f(\alpha) = \sqrt{1 + F(\alpha)}$. Результаты подобных модификаций для известной серии гидропрофилей Эпплера (e816, e817, e836, e837, e838, e874, см. [7]) представлены в данной работе.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ

Рассмотрим в плоскости z потенциальное обтекание одиночного профиля с единственной острой кромкой $z = 0$ потоком идеальной несжимаемой жидкости. Пусть функция $z = z(t)$ осуществляет конформное отображение внешности единичного круга в параметрической плоскости t на внешность профиля в плоскости z с соответствием точек $z(\infty) = \infty$, $z(1) = 0$ (см. рис. 1, а, б). Пусть γ – полярный угол в параметрической плоскости t , α – угол атаки относительно линии нулевой подъемной силы. Обозначим через $v(\gamma, \alpha)$

распределение скорости вдоль параметрической окружности при угле атаки α . Скорость на бесконечности положим равной единице.

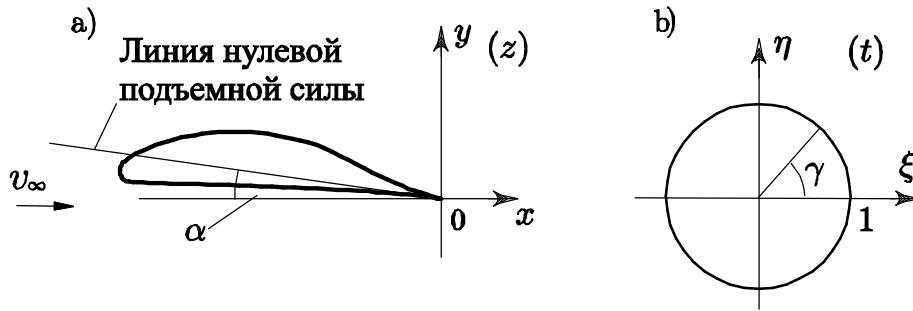


Рис.1. а) Физическая плоскость z ; б) параметрическая плоскость t

Функцию $z(t)$ можно представить в виде $z(t) = e^{-i\alpha} z_0(t)$, где $z_0(t)$ конформно отображает область $|t| > 1$ на внешность профиля, имеющего нулевую подъемную силу, при этом $\text{Im } z_0'(\infty) = 0$. В работах [2] – [6] показано, что

$$v(\gamma, \alpha) = |\cos(\gamma/2 - \alpha)| g(\gamma), \quad (1)$$

где функция

$$g(\gamma) = \frac{4u_0 |\sin \gamma/2|}{|z_0'(e^{i\gamma})|} \quad (2)$$

является 2π -периодической и непрерывной, $u_0 = z_0'(\infty)$.

Если функция $g(\gamma)$ известна, то форма профиля может быть легко восстановлена. В самом деле, из (2) найдем функцию $P(\gamma) = \ln |z_0'(e^{i\gamma})/u_0|$. Она является вещественной частью аналитической во внешности единичного круга функции $\chi(t) = \ln(z_0'(t)/u_0)$. Следовательно, $\chi(t)$ может быть восстановлена с помощью интеграла Шварца. Далее, проинтегрировав $z_0'(t) = u_0 \exp[\chi(t)]$, получим в параметрическом виде при $t = e^{i\gamma}$ уравнения контура профиля. Постоянная u_0 при этом играет роль множителя пропорциональности и подбирается так, чтобы профиль имел заданную хорду.

Так как $z_0'(\infty) = u_0$, то $\chi(\infty) = 0$. Отсюда и из формулы Шварца найдем условие, обеспечивающее единичную величину скорости на бесконечности:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \ln g(\gamma) d\gamma - 2\pi \ln 2 = 0. \quad (3)$$

Контур профиля должен быть замкнутым, а это означает, что в разложении функции dz/dt по степеням $1/t$ должен отсутствовать член в первой степени. Условия замкнутости, выраженные через $g(\gamma)$, имеют вид

$$\int_{-\pi}^{\pi} \ln g(\gamma) \cos \gamma d\gamma + \pi = 0, \quad \int_{-\pi}^{\pi} \ln g(\gamma) \sin \gamma d\gamma = 0. \quad (4)$$

Введем функцию

$$f(\alpha) = \max_{\gamma} v(\gamma, \alpha). \quad (5)$$

Функцию $f(\alpha)$ будем называть огибающей скоростей. Из уравнения Бернулли следует, что кавитационная диаграмма $F(\alpha)$ и огибающая скоростей $f(\alpha)$ связаны между собой простым соотношением $f(\alpha) = \sqrt{1 + F(\alpha)}$.

Математическая постановка задачи проектирования профиля по заданной кавитационной диаграмме состоит в определении 2π -периодической функции $g(\gamma)$ из уравнения

$$\max_{\gamma} g(\gamma) |\cos(\gamma/2 - \alpha)| = f(\alpha) \quad (6)$$

при заданной функции $f(\alpha)$.

Это уравнение будем называть основным. При решении его предположим, что огибающая скоростей $f(\alpha)$ задана в интервале $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$. Из (6) следует, что $f(\pi/2) = f(-\pi/2)$, значит, функцию $f(\alpha)$ можно периодически продолжить на всю числовую ось, положив $f(\alpha + \pi) = f(\alpha)$. Поэтому считаем в дальнейшем, что $f(\alpha)$ задана на всей числовой оси и является π -периодической функцией. Точку на профиле, в которой достигается наибольшее значение скорости при углах атаки $\alpha = \pm\pi/2$, назовем гидродинамическим носиком профиля. Вообще говоря, определенный таким образом гидродинамический носик профиля не совпадает с его геометрическим носиком, за исключением профилей, симметричных относительно хорды, но очень близок к последнему. Пусть γ_g – образ геометрического носика на параметрическом круге, а γ_n – образ гидродинамического. Как показали расчеты, для гидропрофилей Эппелера отношение $|\gamma_n - \gamma_g|/\gamma_g$ составляет десятые доли процента.

Функция $g(\gamma)$ связана с модулем производной конформного отображения $z_0'(\gamma)$ формулой (2). Из соображений гладкости контура профиля вытекает, что решение уравнения (6) следует искать в классе 2π -периодических, неотрицательных, непрерывных функций, которые могут обращаться в нуль лишь в точках $\gamma = 2n\pi$, n – целое число. Множество таких функций обозначим через G .

Обозначим через T множество, состоящее из строго положительных, π -периодических и тригонометрически выпуклых функций. Напомним (см. [8]), что функция $f(\alpha)$ называется тригонометрически выпуклой (порядка 1), если для любых α_1 и α_2 , $0 < \alpha_2 - \alpha_1 < \pi$, выполняется неравенство

$$f(\alpha) \leq H(\alpha) \quad \alpha_1 < \alpha < \alpha_2, \quad (7)$$

где

$$H(\alpha) = \frac{f(\alpha_1)\sin(\alpha_2 - \alpha) + f(\alpha_2)\sin(\alpha - \alpha_1)}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)}. \quad (8)$$

Геометрически неравенство (7) означает, что график функции $y = f(\alpha)$ над отрезком $[\alpha_1, \alpha_2]$ лежит не выше "тригонометрической хорды", определяемой уравнением (8). Пусть $f \in T$. Введем функции

$$q(\alpha) = 2 \left[\alpha + \operatorname{arctg} \frac{f'(\alpha)}{f(\alpha)} \right], \quad g_m(\gamma; f) = \min_{\alpha} \frac{f(\alpha)}{|\cos(\gamma/2 - \alpha)|} \quad (9)$$

Кроме того, введем следующие константы, являющиеся функционалами от функции $f(\alpha) \in T$:

$$K_0 = \int_{-\pi}^{\pi} \ln g_m(\gamma; f) d\gamma - 2\pi \ln 2, \quad (10)$$

$$K_1 = \int_{-\pi}^{\pi} \ln g_m(\gamma; f) \cos \gamma d\gamma + \pi, \quad K_2 = \int_{-\pi}^{\pi} \ln g_m(\gamma; f) \sin \gamma d\gamma, \quad (11)$$

где $g_m(\gamma; f)$ определяется второй формулой формулы в (9), а константы получаются подстановкой $g_m(\gamma; f)$ в левые части условий (3), (4), обеспечивающих единичную скорость на бесконечности и замкнутость контура профиля.

Определим носовую часть произвольного профиля как совокупность точек на его контуре, где расположены максимумы скорости, когда угол атаки α изменяется в пределах $-\pi/2 \leq \alpha \leq \pi/2$. Соответствующее множество на параметрической окружности обозначим через N . В общем случае носовая часть состоит из изолированных точек и дуг. Пусть множество N представляет собой отдельную связную дугу. Из результатов работ [2] – [6] вытекает следующая

Теорема. 1) Для разрешимости уравнения (6) в классе G необходимо и достаточно, чтобы $f \in T$. Функция $g_m(\gamma; f)$, определенная второй формулой в (9), принадлежит классу G , строго положительна и является решением уравнения (6), функция $1/g_m(2\gamma, f) \in T$.

2) Если функция $f(\alpha) \in T$ и является огибающей скоростей для некоторого профиля, то $f(\alpha) > 1$, и существует угол атаки α_c , такой, что

$$q(\alpha_c - 0) < 0 < q(\alpha_c + 0) \quad (12)$$

где $q(\alpha)$ определяется первой формулой в (9); постоянные K_0, K_1, K_2 удовлетворяют неравенствам

$$K_0 > 0, \quad 0 < k_w = \sqrt{K_1^2 + K_2^2}/K_0 < 1. \quad (13)$$

3) Если функция $f(\alpha) \in T$ и является огибающей скоростей для профиля со связной носовой частью, то

$$\begin{aligned} g(\gamma) &= g_m(\gamma; f) \quad \text{при} \quad \gamma \notin [\gamma_0^+, \gamma_0^-], \\ g(\gamma) &\leq g_m(\gamma; f) \quad \text{при} \quad \gamma \in [\gamma_0^+, \gamma_0^-], \end{aligned} \quad (14)$$

где $\gamma_0^+ = q(\alpha_c + 0)$, $\gamma_0^- = q(\alpha_c - 0)$, а постоянные K_0, K_1 и K_2 , помимо (13), удовлетворяют условию $(K_1 + iK_2)/K_0 \in S$, где S – множество внутренних точек сегмента единичного круга, образованного дугой с полярными углами γ_0^- и γ_0^+ .

Неравенство (12) эквивалентно утверждению, что максимальная скорость на профиле не может достигаться на острой задней кромке. Кроме того, из неравенства (12) вытекает, что любая огибающая скоростей имеет по крайней мере одну точку разрыва своей производной. Когда угол атаки переходит от значения $\alpha < \alpha_c$ к значению $\alpha > \alpha_c$, положение точки максимальной скорости скачком переходит с нижней поверхности контура профиля на верхнюю. При $\alpha = \alpha_c$ максимальная скорость достигается одновременно на верхней и нижней сторонах. В дальнейшем α_c будем называть центральным углом атаки.

Параметр k_w является важной характеристикой любого гидропрофиля и определяет толщину его хвостовой части. Кроме k_w введем параметр $\alpha_e = \arg(K_1 + iK_2)$. Из третьего утверждения теоремы вытекает, что $\gamma_0^- < \alpha_e < \gamma_0^+$. Параметр α_e назовем эксцентриситетом профиля. Как будет видно из дальнейшего, он определяет искривленность хвостовой части.

2. ПОСТРОЕНИЕ ЗАМЫКАЮЩЕЙ КОМПОНЕНТЫ

Как следует из соотношения (14) для профилей со связной носовой частью функция $g(\gamma)$ известна всюду за исключением участка (γ_0^+, γ_0^-) , где $g(\gamma) \leq g_m(\gamma; f)$. Пусть на этом

участке $g(\gamma) = g_m(\gamma) \exp[-m(\gamma)]$, где $m(\gamma)$ - функция, подлежащая определению. Она должна удовлетворять следующим условиям:

$$m(\gamma) \geq 0, \quad m(\gamma_0^+) = 0, \quad m(\gamma_0^-) = 0 \quad (15)$$

$$\int_{\gamma_0^-}^{\gamma_0^+} m(\gamma) d\gamma = K_0, \quad \int_{\gamma_0^-}^{\gamma_0^+} m(\gamma) \cos \gamma d\gamma = K_1, \quad \int_{\gamma_0^-}^{\gamma_0^+} m(\gamma) \sin \gamma d\gamma = K_2. \quad (16)$$

На участке $[\gamma_0^+, \gamma_0^-]$ функция скорости

$$v(\gamma, \alpha) = g_m(\gamma; f) e^{-m(\gamma)} |\cos(\gamma/2 - \alpha)|.$$

Для безотрывного развития пограничного слоя на этом участке будем выбирать $m(\gamma)$ так, чтобы скорость $v(\gamma, \alpha)$ была как можно ближе к постоянной величине для всех интересующих нас углов атаки α . Этого можно достичь, минимизировав функционал

$$I = \int_{\gamma_0^-}^{\gamma_0^+} \left[\frac{d}{d\gamma} \ln v(\gamma, \alpha) \right]^2 d\gamma$$

по $m(\gamma)$ и α . Можно доказать, что на участке $[\gamma_0^+, \gamma_0^-]$ функция $g_m(\gamma; f) = f(\alpha_c) / \cos(\gamma/2 - \alpha_c)$. Тогда

$$I = \int_{\gamma_0^-}^{\gamma_0^+} \left[\frac{1}{2} \operatorname{tg}(\gamma/2 - \alpha_c) - \frac{1}{2} \operatorname{tg}(\gamma/2 - \alpha) - m'(\gamma) \right]^2 d\gamma.$$

Разность $\frac{1}{2} \operatorname{tg}(\gamma/2 - \alpha_c) - \frac{1}{2} \operatorname{tg}(\gamma/2 - \alpha)$ имеет порядок $|\alpha - \alpha_c|$ и для гидропрофилей очень мала. Поэтому ее значением можно пренебречь, получив окончательно

$$I[m] = \int_{\gamma_0^-}^{\gamma_0^+} [m'(\gamma)]^2 d\gamma. \quad (17)$$

Задача построения замыкающей компоненты сводится, таким образом, к минимизации функционала (17) при ограничениях (15)–(16). После дискретизации приходим к задаче квадратичного программирования, разрешимость которой обеспечивается выполнением условия $(K_1 + iK_2)/K_0 \in S$ теоремы.

3. ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ОГИБАЮЩЕЙ СКОРОСТЕЙ

Изучим вопрос, как изменится функция $g_m(\gamma; f)$ и константы K_0, K_1, K_2 при растяжении и сдвиге огибающей скоростей $f(\alpha)$. Пусть для некоторого гидропрофиля известны функции $f(\alpha)$ и $g_m(\gamma; f)$. Из второй формулы (9) следует, что, если A – постоянная величина, то $g_m(\gamma, Af) = Ag_m(\gamma, f)$, то есть при пропорциональном растяжении $f(\alpha)$ пропорционально изменяется и $g_m(\gamma, f)$. Будем отмечать новые значения констант звездочкой и из (10), (11) выведем

$$K_0^* = 2\pi \ln A + K_0, \quad K_1^* = K_1, \quad K_2^* = K_2,$$

то есть меняется константа K_0 , а константы K_1 и K_2 остаются теми же. Отсюда следует важный вывод, что путем растяжения всегда можно добиться выполнения условия $K_0^* > 0$. Достаточно выбрать $A > \exp(-K_0)/(2\pi)$. Если мы хотим путем растяжения добиться нужного значения k_w , то

$$A = \exp \frac{\sqrt{K_1^2 + K_2^2} - k_w K_0}{2\pi k_w}.$$

Рассмотрим теперь функцию $f(\alpha - \alpha_s)$, график которой сдвинут по отношению к графику $f(\alpha)$ вдоль оси абсцисс на угол α_s . Из второй формулы в (9) и из (10), (11) выводим $g_m(\gamma; f(\alpha - \alpha_s)) = g_m(\gamma - 2\alpha_s; f(\alpha))$,

$$K_0^* = K_0, \quad K_1^* = (K_1 - \pi) \cos 2\alpha_s - K_2 \sin 2\alpha_s + \pi$$

$$K_2^* = K_2 \cos 2\alpha_s + (K_1 - \pi) \sin 2\alpha_s.$$

Таким образом, при сдвиге функции $f(\alpha)$ на угол α_s функция $g_m(\gamma; f)$ сдвигается на $2\alpha_s$, константа K_0 не меняется, но меняются константы K_1 и K_2 . Путем сдвига всегда можно добиться выполнения условия $(K_1 + iK_2)/K_0 \in S$ теоремы.

Профиль, у которого угол эксцентриситета $\alpha_e = 0$, будем называть центрированным. При нулевом эксцентриситете $K_2 = 0$, поэтому, чтобы из любого профиля получить центрированный, необходимо сдвинуть его функцию $f(\alpha)$ на угол $\alpha_s = \arctg[K_2/(\pi - K_1)]/2$.

4. ЧИСЛОВЫЕ РАСЧЕТЫ

Числовые расчеты были проведены для серии гидропрофилей Эпплера, геометрические характеристики которых представлены в монографии [7]. Для определения функций $f(\alpha)$ формы этих профилей конформно отображались на внешность параметрического круга. При этом использовался высокоточный метод конформных отображений, основанный на интегральных уравнениях. Характеристики кавитационных диаграмм этой серии даны в таблице 1. Все угловые величины здесь даны в градусах. Угол α_0 – это угол атаки нулевой подъемной силы. Величина $F(\alpha_c)$ определяет наименьшее значение $F(\alpha)$ для рассматриваемого профиля. Параметр u_0 задает коэффициент подъемной силы профиля для любого угла атаки, так как $C_y = 8\pi u_0 \sin \alpha$.

Таблица 1

Name	α_0	u_0	α_c	γ_0^+	γ_0^-	$F(\alpha_c)$	K_0	k_w	α_e
E817	-4.35	0.271	1.72	67.50	-126.01	0.466	0.682	0.803	-26.52
E818	-4.34	0.268	1.70	67.50	-132.01	0.424	0.646	0.776	-29.78
E874	-0.656	0.266	0.40	117.00	-143.99	0.356	0.600	0.592	-9.636
E836	0	0.274	0	96.02	-96.02	0.341	0.494	0.844	0
E837	0	0.279	0	103.53	-103.53	0.496	0.695	0.785	0
E838	0	0.283	0	99.02	-99.02	0.591	0.695	0.795	0

Первые три из этих профилей несимметричны относительно хорды, вторые три симметричны. Подвергнем модификации симметричный профиль E836 с наиболее близким к единице параметром $k_w = 0.844$. К сожалению, ограниченный объем статьи не позволяет продемонстрировать модификации других профилей. Будем растягивать огибающую скоростей профиля E836 таким образом, что всегда $k_w = 0.9$.

Таблица 2

Name	α_0	u_0	α_c	γ_0^+	γ_0^-	$F(\alpha_c)$	K_0	k_w	α_e
E836	0	0.274	0	96.02	-96.02	0.341	0.494	0.844	0

$\alpha_s = 0$	0	0.277	0	96.02	-96.02	0.328	0.464	0.9	0
$\alpha_s = 1$	-1.78	0.276	1.0	98.02	-94.02	0.335	0.479	0.9	-12.73
$\alpha_s = 2$	-3.63	0.274	2.0	100.02	-92.02	0.351	0.517	0.9	-24.07
$\alpha_s = 3$	-5.13	0.270	3.0	102.02	-90.02	0.377	0.611	0.9	-37.10
$\alpha_s = 4$	-6.32	0.266	4.0	104.02	-88.02	0.410	0.650	0.9	-40.39

Одновременно будем последовательно сдвигать функции $f(\alpha)$ этих профилей на угол 1° . На рис. 2, а представлены результаты таких преобразований, а на рис. 2, б соответствующие кавитационные диаграммы. Как видно из рис. 2, а, с увеличением α_c хвостовая часть профиля искривляется и профиль при $\alpha_s = 4^\circ$ становится неоднолиственным. Кавитационные диаграммы всех представленных профилей симметричны относительно прямой $\alpha = \alpha_c$. Данные модифицированных профилей представлены таблицей 2.

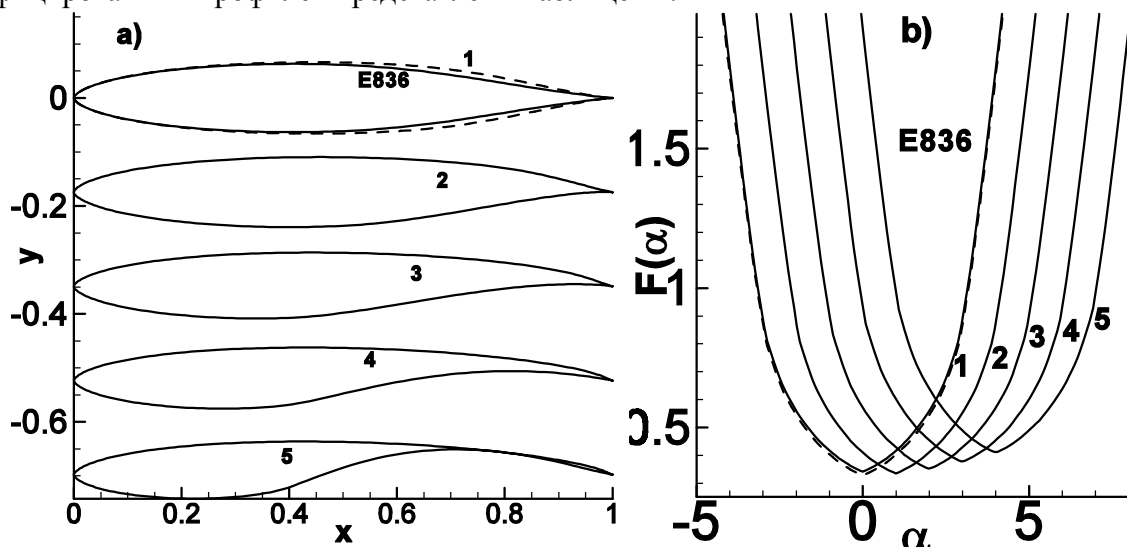


Рис.2. а) Модифицированные профили; б) их кавитационные диаграммы

Работа поддержана РФФИ, проект № 08-01-00163-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф. Кавитация. – М.: Мир, 1974. – 687 с.
2. Авхадиев Ф. Г., Маклаков Д. В. Критерий разрешимости задачи построения профилей по кавитационной диаграмме// Изв. вузов. Математика. – 1994. – № 7. – С. 3–12.
3. Авхадиев Ф.Г., Маклаков Д.В. Аналитический метод построения гидропрофилей по заданной кавитационной диаграмме// Докл. РАН. – 1995. – Т. 343. – № 2. – С. 195–197.
4. Avhadiev F. G., Maklakov D. V. A theory of pressure envelope for hydrofoils// Journal of Ship Technology Research (Schiffstechnik). – 1995. – V. 42. – № 2. – P. 81–102.
5. Маклаков Д. В. Нелинейные задачи гидродинамики потенциальных течений со свободными границами. – М.: Янус-К, 1997. – 281 с.
6. Авхадиев Ф.Г., Маклаков Д.В. Новые уравнения типа свертки, получаемые заменой интеграла на максимум// Математические заметки – 2002. – Т. 71. – № 1. – С. 18–26.
7. Eppler R. Airfoil design and data. – Berlin: Springer-Verlag, 1990. – 562 p.
8. Левин Б. Я. Распределение корней целых функций. – М.: ГИТТЛ, 1956.

ОПТИМИЗАЦИЯ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ С УСТРОЙСТВАМИ АКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКОМ

ГАЙФУТДИНОВ Р.А., аспирант –

Казанский государственный университет – НИИ математики
и механики им. Н.Г. Чеботарева (г. Казань, Россия)

rinrinrin@mail.ru

Одной из важнейших аэродинамических характеристик крыловых профилей является коэффициент подъемной силы. Поэтому задача максимизации этой характеристики всегда является актуальной. Существует два подхода аэродинамической оптимизации крыловых профилей: прямой и обратный.

Одной из первых задач максимизации коэффициента подъемной силы для изолированного крылового профиля при безотрывном обтекании в потоке идеальной несжимаемой жидкости была решена Р. Либекком [1]. А.М. Елизаров и Е.В. Федоров [2] с использованием теории обратных краевых задач аэрогидродинамики (ОКЗА) рассмотрели задачи численной оптимизации с ограничениями в виде равенств и неравенств.

В случае проницаемых крыловых профилей, а, именно, крыловых профилей, оснащенных устройствами отбора части внешнего потока и выдува реактивной струи, когда полное давление и плотность в струе отличаются от полного давления и плотности во внешней среде, решение задачи оптимизации значительно усложняется. Задача максимизации коэффициента подъемной силы контура с выдувом реактивной струи через точечный источник решена Д.Ф. Абзалиловым [3].

В текущей работе решена задача максимизации коэффициента подъемной силы для профилей с отбором части внешнего потока и выдувом реактивной струи. Решение задачи основано на методе решения соответствующей ОКЗА, приведенном в работе Р.А. Гайфутдинова и Н.Б. Ильинского [4].

В физической плоскости искомый крыловой профиль обтекается плоскопараллельным потоком идеальной несжимаемой жидкости с заданными характеристиками на бесконечности. Контур профиля образован известным прямолинейным участком и неизвестным, с заданным распределением скорости. Скорость на поверхности профиля ограничена. Щель отбора моделируется бесконечнолистным завитком, асимптотически переходящим в кольцевой канал. В задней кромке из прямолинейного канала выдувается реактивная струя. Требуется найти контур профиля, обладающий максимальным коэффициентом подъемной силы.

Исходная оптимизационная задача с условием на отсутствие пересечения каналов отбора и выдува струи методом штрафных функций сведена к задаче безусловной оптимизации, которая решалась методом сопряженных градиентов

и конечно-разностных градиентов [5].

Проведена серия расчетов по проектированию оптимальных крыловых профилей с устройствами активного управления потоком. Сделаны выводы о целесообразности использования таких устройств для увеличения коэффициента подъемной силы. Проведен прямой численный расчет полученных крыловых профилей с использованием пакета Fluent®.

Автор выражает благодарность своему научному руководителю профессору Н.Б. Ильинскому за помощь и ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Liebeck G.V. Design of subsonic airfoil for high lift // J. Aircraft. – 1978. – Vol. 15, № 9. – P. 547-561.
2. Елизаров А.М., Федоров Е.В. Решение вариационных обратных краевых задач аэродинамики методом численной оптимизации // ПМТФ. – 1993. – № 2. – С. 73-80.
3. Абзалилов Д.Ф. Максимизация коэффициента подъемной силы контура с выдувом реактивной струи // ДАН. – 2007. – Т. 412, №3. – С. 339-342.
4. Гайфутдинов Р.А., Ильинский Н.Б. Проектирование крыловых профилей с устройствами активного управления потоком // Изв. РАН. МЖГ. – 2008. – № 4. – С. 53-61.
5. Базара М., Шетти К. Нелинейное программирование. Теория и алгоритмы: Пер. с англ. – М.: Мир, 1982. – 583 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ КОНТУРА КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ В ПОТОКЕ ТОЧЕЧНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ

ВАРСЕГОВА Е.В., м.н.с. –

НИИ математики и механики им. Н.Г. Чеботарева (г. Казань, Россия)

evarsegova@yandex.ru

В задачах аэрогидродинамики определенный интерес вызывают случаи обтекания крыловых профилей при наличии в потоке точечных особенностей типа источник, вихрь, вихреисточник. Точечным вихрем часто заменяют предкрылок или закрылок. Такие задачи исследовали в свое время С.А. Чаплыгин, В.В. Голубев [1, 2]. Задача обтекания круга при наличии в потоке вихря решена А.И. Некрасовым [3]. Обратная задача о нахождении формы профиля по заданному на нем распределению скорости при наличии предкрылка или закрылка, заменяемых одиночным неподвижно закрепленным вихрем, изучена М.Т. Нужиным [4]. С использованием метода квазирешений задача построения профиля с закрылком, моделируемым вихрем, решена Н.Б. Ильинским, А.В. Поташевым [5].



Рис. 1.

а – обдув реактивной струей нижней поверхности крыла с закрылком;
б – верхней поверхности крыла и закрылка

Увеличение коэффициента подъемной силы связано с объединением систем, создающих тягу и подъемную силу. Для этого используется энергия силовой установки летательного аппарата, источником которой может служить струя реактивного двигателя (рис. 1). Поскольку аналитическое исследование воздействия такой струи на аэродинамические характеристики обдуваемого профиля затруднено, имеет смысл рассмотреть модельную задачу, позволяющую построить расчетные формулы в явном виде.

Настоящая работа посвящена определению формы контура крылового профиля по заданному распределению скорости при наличии в потоке вихреисточника, который моделирует дополнительное воздействие на профиль.

Отыскивается решение обратной краевой задачи аэрогидродинамики (ОКЗА) при наличии в потоке вихреисточника. Задано распределение скорости, полученное из распределения скорости по пластинке заменой бесконечного значения на конечное. Наложено условие непроницаемости контура. Требуется найти форму крылового профиля и рассчитать его аэродинамические характеристики. В случае, если полученный контур профиля окажется разомкнутым, применяется метод квазирешения ОКЗА. Идея этого метода заключена в минимальном подправлении заданного распределения скорости

таким образом, чтобы контур стал замкнутым.

В работе получено аналитическое решение, выполнены числовые расчеты, построены крыловые профили, рассчитаны их аэродинамические характеристики. Рассмотрены частные случаи источника, стока и вихря. Сделаны выводы о влиянии особенности в потоке на форму и аэродинамические характеристики крыловых профилей.

Выражаю благодарность научному руководителю профессору Н.Б. Ильинскому за полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чаплыгин С.А., Голубев В.В. К теории предкрылка и закрылка. – М.: Труды ЦАГИ. Выпуск 171, 1935. 39 с.
2. Голубев В.В. Труды по теории предкрылка, закрылка и щитков // Труды по аэродинамике. – М. – Л.: Гос. изд-во технико – теоретической литературы, 1957. – с. 11-347.
3. Некрасов А.И. Вторая задача об обтекании круга потоком с вихрем // Собрание сочинений. – М.: Изд-во академии наук СССР, 1962. – с. 30–32.
4. Тумашев Г.Г, Нужин М.Т. Обратные краевые задачи и их приложения. – Казань: Изд-во КГУ, 1965. 333 с.
5. Ильинский Н.Б., Поташев А.В. Построение крылового профиля с закрылком, моделируемым точечным вихрем // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. – 1992. – №1 – с.3–9.

IMPULSIVE MOTION OF FLOATING BODIES AND GENERATED LOADS

*IAFRATI Alessandro – INSEAN – Italian Ship Model Basin;

**KOROBKIN Alexander A. – School of Mathematics,
University East Anglia

*Via di Vallerano, 139, 00128 Roma, Italy

**NR4 7TJ, Norwich, UK

ABSTRACT

In the present paper asymptotic estimates of the impact loads generated after the sudden start of bodies originally floating on the free surface are derived. The analysis is focused on a stage during which compressible effects are already over whereas the gravity is still negligible. Within the assumptions of an ideal and incompressible fluid and of a potential flow, the solution is written in the form of an asymptotic expansion up to the second order. The non-dimensional displacement of the body plays the role of a small parameter. Owing to the singularity of the leading order solution at the initial contact point between body and free surface, the method of matched asymptotic expansions is used. An inner problem is formulated under a set of time-dependent stretched variables, solution of which is properly matched at the far field with the inner limit of the outer solution. It is shown that the eigensolution of the boundary value problem with boundary conditions of the mixed type plays an important role. In terms of hydrodynamic loads, the eigensolution term is responsible for a non-integer power of time which, being negative in some cases, can lead to unbounded impact loads just after the sudden start. The theory is developed for two-dimensional flared bodies, a two-dimensional flat plate and an axisymmetric disc. Comparisons among theoretical and numerical results are established exhibiting a fairly good agreement.

INTRODUCTION

The loads generated in the early stage of the water entry of bodies are investigated. The body is originally floating on the free surface and suddenly starts to move downward. The study is carried out under the assumption of ideal and incompressible liquid, with gravity and surface tension effects negligible.

A motivation for this analysis stems from the difficulties that numerical flow solvers have in dealing with the flow singularity at the contact point between the body and free surface. Owing to the flow singularity, the numerical results are not available in a short initial stage after the sudden start. Despite its short duration, the interest is motivated by the large hydrodynamic loads taking place during this stage.

Hydrodynamic loads generated after sudden vertical motions of bodies in water have received considerable attention. By using a small time expansion procedure, Tyvand and Miloh [21] obtained the initial asymptotics of the loads acting on a circular cylinder. Fully nonlinear calculations of the free surface deformations of the initially calm water caused by forced constant velocity motion of a totally submerged circular cylinder were performed by Moyo [18] and compared with the small time asymptotics obtained in Tyvand and Miloh [21]. The asymptotic results which are taken up to third order, when the gravity terms first appear in the expansion, were found to be in excellent agreement with the numerical calculations for small times. Faltinsen [2] and Vinje and Brevig [22] evaluated numerically the hydrodynamic loads generated by the sudden vertical motion of a floating body. However, due to different ways adopted to describe the very early stage, significantly different results were obtained [23].

With the aim of getting deeper insights into the flow generated by the water entry of a floating body, Korobkin and Wu [17] derived the small time solution of the impulsive motion of a circular cylinder initially half-submerged into the liquid at rest. The sudden vertical motion of a flared body is even more complicated by the fact that in this case the first order solution is already singular about the intersection point. The flow generated by the floating wedge impact problem was investigated in Iafrazi

and Korobkin [9]. Therein, the solution was presented in terms of a small time expansion and a uniformly valid solution was derived by introducing a suitable set of stretched variables and matching the inner solution with the first order outer solution.

In the context of flat body impact, the water entry of a circular disc at low Froude number was analyzed experimentally by Glasheen and McMahon [4]. The study was mainly concerned with the measurement of the cavity drag, which is the hydrodynamic load acting on the disc in a stage during which the initial unsteadiness of the flow is over. A similar study was carried out by Gaudet [3] who developed an unsteady flow solver for the description of the free surface flow and related loads. Also this study was aimed at evaluating the free surface dynamics and the induced hydrodynamic loads up to cavity sealing. However, a deep analysis of the flow in the very early stage after the sudden start of the disc was missing.

Among many different kind of water impact problems, the plate impact case was theoretically analyzed by Oliver [19], who formulated the boundary value problem and conjectured two possible free surface morphologies. One possible solution was characterized by an unbounded free surface elevation about the plate edge, and the other was characterized by a humped free surface attached at the plate edge. Experimental results by Yakimov [24] indicated that the solution characterized by a humped free surface was more realistic. A detailed study of the initial stage after the sudden start of a two-dimensional plate was presented in Iafrati and Korobkin [8]. The assumption of a floating plate allowed to assume that no air was entrapped between the body and the free surface. The outer solution was presented in the form of a small time expansion. It was shown that the first order outer solution is singular at the plate edge. In order to derive a uniformly valid solution, the inner problem was formulated under a suitable set of time dependent stretched variables. The inner solution, which is valid in a small neighbourhood about the edge, was properly matched at the far field with the inner limit of the outer solution. The inner solution was shown to be nonlinear and approximately self-similar for small times and was derived through a fully nonlinear numerical procedure. The computed results were in rather good agreement with the experimental data by Yakimov [24].

The hydrodynamic loads generated in the early stage after the sudden start of a flared body were analysed in Korobkin and Iafrati [14]. The solution was derived through the method of matched asymptotic expansions. It was found that the inner solution gives a contribution to the outer solution influencing both the flow and the pressure distribution in the main flow region. It was shown that terms with non integer powers of non-dimensional body displacement h have to be included in the asymptotic expansion. Such non integer powers depend on the deadrise angle at the still water line and, for angles smaller than $\pi/4$, negative powers appear which are responsible for large hydrodynamic loads just after impact. The solution was presented in the form of a power series with exponents depending on the deadrise angle at the water line but with unknown coefficients, which depend on the details of the body shape. For this reason fully nonlinear numerical simulations of the water entry flow were carried out. The time after which numerical simulations were reliable was identified through comparison of results obtained with different grid resolutions. The coefficients of the power series of the hydrodynamic loads were determined by a least squares interpolation of the numerical results over the reliable region.

A similar study was carried out for the sudden start of a floating plate in Korobkin and Iafrati [15] and Iafrati and Korobkin [10]. It was shown that a uniformly valid solution is obtained by the matching between the inner and outer solutions. By matching the far field asymptotics of the inner solution with the inner limit of the outer solution, the coefficient of the leading order eigensolution is derived. This term, which behaves as $h^{-1/3}$, gives rise to unbounded loads just after the sudden start. Differently from the case of flared bodies, owing to the simpler geometry the coefficients of the series were determined analytically. Fully nonlinear numerical simulations were performed and used for validation purposes.

In the present work, the theoretical developments of the previous studies are overviewed. Preliminary results of the extension of the theoretical approach to the water entry of an axisymmetric disc are also given.

It is worth remarking that the theory is developed under several assumptions, limitations of which deserves some discussion. Let L denote a length scale, usually the half-width of the body at the water line, and V_0 the initial entry velocity, which is used as velocity scale, gravity effects are negligible in an early stage when $h \ll V_0^2 / (gL)$, g being the acceleration of gravity. A careful analysis of the role played by compressible and viscous effects was presented in appendix of Iafrati and Korobkin [8]. It was shown that acoustic effects are rather important in a very early stage, duration of which was estimated as $O(L/c_0)$, where c_0 is the speed of sound in water. Such acoustic stage is much shorter than the stage addressed in this analysis. The present study is concerned with the incompressible stage, which lasts much longer than the compressible one but it is still short enough for the body displacement to be small compared with the characteristic body dimension L , and gravity effects are not yet relevant.

1. WATER ENTRY OF FLARED BODIES

1.1. Governing equations

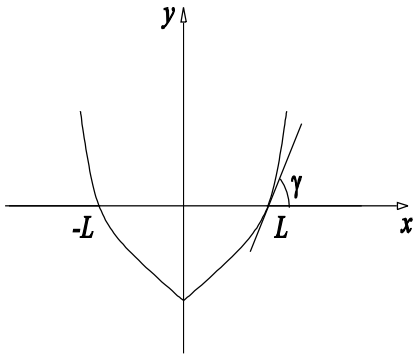


Fig. 1: Sketch of the initial position of the body

The unsteady two-dimensional flow generated by the impulsive vertical motion of a flared body initially floating on a liquid free surface is considered. Before the body starts to move, the liquid is at rest and its free surface is horizontal. The shape of the body, which in non-dimensional form is given by a function $y = f(x)$, is assumed symmetric with respect to the vertical axis, i.e. $f(x) = f(-x)$. The angle between the tangent to the body surface at the water line and the initially horizontal liquid surface is denoted by γ , $\gamma < \pi/2$. Lengths are non-dimensionalized by the half-width L of the body at the water level (see Fig.1). With this notation the derivative of the shape function at the intersection with

the water line is $f_x(1) = \tan \gamma$.

At $t = 0$ the body suddenly starts to move vertically into the liquid with an initial entry velocity $V(0) = V_0$. The initial entry velocity is used as velocity scale and L/V_0 is the characteristic time scale of the problem. The non-dimensional displacement of the body is $h(t)$, where $h(0) = 0$ and its time derivative is $h_t(t)$ where $h_t(0) = 1$.

Under the assumption of an ideal and incompressible liquid, the flow is described in terms of the complex velocity potential

$$w(z, t) = \phi(x, y, t) + i\psi(x, y, t)$$

where $z = x + iy$. The complex potential is an analytic function in the fluid domain $\Omega(t)$ and decays at infinity as $x^2 + y^2 \rightarrow \infty$. It satisfies the condition

$$\psi = h_t(t)x \tag{1}$$

on the actual body surface $y = f(x) - h(t)$ and the dynamic and kinematic boundary conditions

$$\phi_t + \frac{1}{2}|\nabla\phi|^2 + \text{Fr}^{-2}\eta = 0 \tag{2}$$

$$\phi_y = \eta_x \phi_x + \eta_t \tag{3}$$

on the free surface $y = \eta(x, t)$. In the above equations $\text{Fr} = V_0 / \sqrt{gL}$ is the Froude number. The solution of the problem is sought in the form of an asymptotic expansion in terms of the non-dimensional body depth $h(t)$, which plays the role of a small parameter. The complex velocity potential is written as

$$w(z, t) = h_t(t)w_0(z) + w_1(z, t) + o(h) \tag{4}$$

where the first term corresponds to the pressure-impulse solution. The function $w_0(z)$ is an analytic and bounded function in $\Omega(0)$, decays at infinity and satisfies the boundary conditions

$$\Im[w_0(z)] = x \quad (y = f(x), |x| < 1) \quad (5)$$

$$\Re[w_0(z)] = 0 \quad (y = 0, |x| > 1)$$

Alike the velocity potential, the free surface elevation is written in the form

$$\eta(x, t) = h(t)\eta_0(x) + \eta_1(x, t) + o(h^2) \quad (6)$$

The complex velocity potential $w_0(z)$ can be obtained through the conformal mapping $z = G(\zeta)$, $\zeta = \xi + i\omega$ of the lower half-plane $\omega < 0$ onto the domain $\Omega(0)$. Far from the body surface, i.e. $|\xi| \rightarrow \infty$, the mapping behaves as $G(\zeta) = G_\infty\zeta + G_0/\zeta + O(\zeta^{-3})$ where G_∞ and G_0 are real constants. It can be shown that the analytic function $W_0(\zeta) = w_0[G(\zeta)]$ is given by

$$W_0(\zeta) = i[G(\zeta) - G_\infty(\zeta^2 - 1)^{1/2}] \quad (7)$$

and then the velocity potential on the body surface is

$$\phi_0(x, f(x)) = -f(x) - G_\infty\sqrt{1 - \xi^2} \quad (8)$$

Substitution of the expansion (4) into the governing equations provides the boundary value problem for the second order velocity potential $w_1(z, t)$. The boundary conditions are imposed onto the initial positions of the body contour and of the free surface thus obtaining

$$\psi_1 = hh_t\phi_{0x} + o(h) \quad (y = f(x), |x| < 1) \quad (9)$$

$$\phi_{1t} = -\frac{1}{2}h_t^2(\phi_{0y})^2 + o(1) \quad (y = 0, |x| > 1) \quad (10)$$

If $hh_t = o(1)$, the second order outer velocity potential can be written in the form $w_1(z, t) = hh_t\tilde{w}_1(z, t)$. By taking into account the boundary conditions (9) and (10), it can be shown that the analytic function $\tilde{w}_1(z, t)$ has the form

$$\tilde{w}_1(z, t) = \frac{1}{2}[w_{0z}(z)]^2 + \hat{w}_1(z, t) \quad (11)$$

where the analytic function $\hat{w}_1(z, t)$ satisfies the boundary conditions

$$\Im[\hat{w}_1] = \phi_{0x}[1 + \phi_{0y}] \quad (y = f(x), |x| < 1) \quad (12)$$

$$\Re[\hat{w}_1] = 0 \quad (y = 0, |x| > 1)$$

In the plate impact problem $\phi_{0y} = -1$ on $|x| < 1$, $y = 0$, i.e. conditions (12) are homogeneous and $\hat{w}_1(z, t)$ is given as superposition of eigenfunctions. By using the conformal mapping approach, it is

$$\hat{w}_1(z, t) = i \sum_{n=0}^{N_e} C_n(t) [\zeta^2 - 1]^{-\frac{(2n+1)}{2}} \quad (13)$$

where $z = G(\zeta)$ and $C_n(t)$ are real functions which have to be determined together with the number of eigenfunctions N_e from the matching of the outer solution with the inner solution in small vicinities of the intersection points $x = \pm 1, y = 0$. It is shown in the following sections that only the leading order terms of the outer and inner solutions are matched, and this is why $N_e = 0$ in the following.

The particular solution which satisfies the boundary conditions (12) can be derived by using equations (5) and (8), thus obtaining for arbitrary symmetric body contours

$$\phi_{0x}[1 + \phi_{0y}] = \frac{G_\infty^2 f_x(x)}{[1 + f_x^2(x)]^2} \frac{\xi^2}{(1 - \xi^2)[x_\xi(\xi, 0)]^2} \quad \text{on } x = x(\xi, 0).$$

Let $u(\xi) = \phi_{0x}[1 + \phi_{0y}](\xi, 0)$, where $|\xi| < 1$, by the body boundary condition it follows that $u(\xi) = \phi_{0x}^2(\xi, 0)f_x[x(\xi, 0)]$. In the case of a wedge shaped body, the function $u(\xi)$ takes the form

$$u(\xi) = \frac{1}{2} \sin(2\gamma) \operatorname{sgn}(\xi) |\xi|^{2-4\gamma/\pi} (1 - \xi^2)^{2\gamma/\pi-1} \quad \text{with } -1 < 2\gamma/\pi - 1 < 0 \text{ and } 0 < 2 - 4\gamma/\pi < 2.$$

For an arbitrary symmetric body, the unknown function $\hat{w}_1(z, t)$ is equal to the sum of the particular solution

$$\hat{w}_{1,p}(z) = \frac{i}{\pi\sqrt{\zeta^2-1}} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-\tau^2} u(\tau)}{\tau-\zeta} d\tau \quad (14)$$

where $z = G(\zeta)$, and the eigensolution (13).

As discussed before, the pressure-impulse solution provides a singular velocity field at the intersection points $x = \pm 1, y = 0$ and the velocity potential $w_1(z, t)$ is singular itself. Therefore, the inner problem has to be addressed in order to arrive at a uniformly valid solution. In the following the inner limit of the outer solution is derived which is used next as a matching condition at the far field for the inner solution.

1.2. Outer solution near the intersection points

About the intersection point on the right hand side, $z = 1$, the conformal mapping behaves as

$$z-1 = G_1(\zeta-1)^{\beta/\pi} + G_2(\zeta-1)^{2\beta/\pi} + O[(\zeta-1)^{\beta/\pi+1}] \quad (15)$$

where $\beta = \pi - \gamma$. The coefficient G_1 is related to the shape of the body by the equation

$$G_1 = \lim_{\zeta \rightarrow 1} \frac{G(\zeta)-1}{(\zeta-1)^{\beta/\pi}} \quad \text{whereas } G_2 \text{ depends on the body curvature close to the intersection point}$$

$G_2 = f_{xx}(1)G_1^2 \cos^3 \gamma / [2 \sin \gamma]$. The asymptotic equation (15) can be inverted, thus providing

$$\zeta-1 = \left[\frac{z-1}{G_1} \right]^{2\sigma_0} \left\{ 1 - 2\sigma_0 \frac{G_2}{G_1^2} (z-1) + O[|z-1|^{2\sigma_0}] \right\}, \quad \text{where } \sigma_0 = \pi / (2\beta).$$

In order to derive the asymptotic formula for $\hat{w}_{1,p}(z)$ as $z \rightarrow 1$, the integral in equation (14) is rewritten as

$$\int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1-\tau^2} u(\tau)}{\tau-\zeta} d\tau = S_1 \int_{-1}^1 \frac{(1-\tau)^k}{\tau-\zeta} d\tau + U_1 + O[(1-\zeta)^{\gamma/\pi+1/2}], \quad \text{where}$$

$$S_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\pi G_\infty}{\sqrt{2\beta} G_1} \right)^2 \sin(2\gamma), \quad k = \frac{2}{\pi} \left(\gamma - \frac{\pi}{4} \right), \quad U_1 = \int_{-1}^1 \frac{U(\tau)}{(\tau-1)} d\tau \quad \text{with } U(\tau) = O[(1-\tau)^{\gamma/\pi-1/2}].$$

By using the above equations it can be shown that, for $\gamma \neq \pi/4$ the second order complex velocity potential behaves as

$$w(z, t) = ih_t(t)[1 - A(z-1)^{\sigma_0} + O(|z-1|)] + hh_t \left[-\frac{A^2 \sigma_0^2}{2 \cos(2\gamma)} \exp(2i\gamma)(z-1)^{2\sigma_0-2} + \right. \\ \left. + A\sigma_0(z-1)^{\sigma_0-1} + i\mu_2(z-1)^{-\sigma_0} - \frac{1}{2} + o(1) \right] + o(h)$$

$$\text{where } A = \frac{\sqrt{2}G_\infty}{G_1^{\sigma_0}} \quad \mu_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[C_0(t) + \frac{U_1}{\pi} - \frac{2^k S_1}{\pi k} \right]$$

In order to better understand the asymptotic behaviour of the solution, it is convenient to introduce local coordinates such that $z = 1 + r \exp[i(\theta - \beta)]$, where $r \ll 1$, with $\theta = 0$ on the body contour and $\theta = \beta$ on the still free surface. The asymptotic behaviour of the velocity potential close to the intersection point can be derived by taking the real part of the asymptotic formula above, thus obtaining

$$\phi(x, y, t) = -h_t(t) A r^{\sigma_0} \cos(\sigma_0 \theta) + O(r) + hh_t \left[\frac{1}{2} A^2 \sigma_0^2 r^{2\sigma_0-2} \frac{\cos[(2\sigma_0-2)\theta]}{\cos(2\gamma)} + A\sigma_0 r^{\sigma_0-1} \right. \\ \left. \sin[(\sigma_0-1)\theta + \beta] - \mu_2 r^{-\sigma_0} \cos(\sigma_0 \theta) - \frac{1}{2} + o(1) \right] + o(h) \quad (16)$$

It is worth noticing that the curvature of the body surface near the intersection point enters the above asymptotics only at higher order. This means that the asymptotic behaviour is mainly governed by the deadrise angle at the intersection point whereas the global shape of the body affects the solution at higher orders through the integral U_1 .

The flow singularity in the above equation can be removed by a more careful analysis of the details of the flow about the intersection point. This is done in the next section where the first order inner

solution is obtained through a set of stretched variables and properly matched with the inner limit of the outer solution.

1.3. Inner solution about the intersection points

In order to derive a uniformly valid solution, a set of inner variables is introduced, which is defined in terms of a time-dependent stretching function $a(t)$ such that

$$x = 1 + a(t)\lambda, \quad y = a(t)\mu, \quad r = a(t)\rho, \quad \eta(x, t) = a(t)H(\lambda, t),$$

$$\phi = h_t A a^{\sigma_0} \varphi(\lambda, \mu, t), \quad p = h_t^2 a^{2\sigma_0-2} A^2 p_1(\lambda, \mu, t)$$

The function $a(t)$, which determines the size of the inner region, is chosen so that linear and non-linear terms in the boundary conditions are of comparable order. By choosing $a(t) = [(2 - \sigma_0)Ah(t)]^{1/(2-\sigma_0)}$ the dynamic and kinematic boundary conditions on the free surface take the form

$$\lambda \varphi_\lambda + \mu \varphi_\mu - \sigma_0 + \frac{1}{2} |\nabla \varphi|^2 = O(hh_u) \quad (17)$$

$$\varphi_\mu = H_\lambda \varphi_\lambda + H - \lambda H_\lambda + O(h)$$

which are applied on $\mu = H(\lambda, t)$. The inner velocity potential has to satisfy the boundary condition on the body

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = O\left(h^{\frac{(1-\sigma_0)}{(2-\sigma_0)}}\right) \quad (18)$$

And to match the inner limit of the outer solution as $\rho \rightarrow \infty$

$$\varphi \approx -\rho^{\sigma_0} \cos(\sigma_0 \theta) \quad (19)$$

The above equations indicates that, at the leading order as $h \rightarrow 0$, the inner solution is nonlinear and approximately self-similar.

The self-similar inner solution characterising the inner problem in the early stage of the water entry process of floating wedges was carefully studied in [9]. Therein, the solution was derived iteratively with the help of a fully nonlinear numerical procedure. In particular it was found that as $\rho \rightarrow \infty$ the inner velocity potential behaves as

$$\begin{aligned} \varphi(\rho, \theta) = & -\rho^{\sigma_0} \cos(\sigma_0 \theta) + C_E \rho^{-\sigma_0} \cos(\sigma_0 \theta) + \frac{\sigma_0^2}{2 - \sigma_0} \frac{\cos[2(1 - \sigma_0)\theta]}{2 \cos(2\gamma)} \rho^{2(\sigma_0-1)} + \\ & o(\rho^{2(\sigma_0-1)}) + O\left(h^{\frac{1-\sigma_0}{2-\sigma_0}}\right) \end{aligned} \quad (20)$$

where $\gamma \neq \pi/4$. The particular case $\gamma = \pi/4$ needs a different procedure and was studied in Iafrati and Korobkin [7]. The second term in equation (20) matches the leading order eigensolution of the problem. It is worth noticing that this term is of higher order with respect to the third one for deadrise angles $\gamma > \pi/4$ whereas it gives an important contribution to the far field asymptotics for smaller deadrise angles. A way to derive the constant C_E together with the solution of the boundary value problem for the inner solution was proposed in Iafrati and Korobkin [9], at least for those cases in which $0 < \gamma < \pi/4$. For larger deadrise angles, the eigensolution terms are of higher order, and the numerical estimate of the constant C_E was dominated by round-off errors, thus resulting not reliable. In order to derive more accurate estimates of C_E for deadrise angles larger than $\pi/4$, additional contributions of higher order, neglected in the present study, should be included in the expansion.

The far field behaviour of the inner velocity potential given by equation (20) has to match the inner limit of the outer velocity potential (16). In order to enforce the matching, the relation $r = a(t)\rho$ is substituted into equation (16). The resulting equation is divided by the scaling factor of the inner velocity

potential $h_i A a^{\sigma_0}$, thus obtaining

$$\begin{aligned} \frac{\phi}{h_i A \sigma_0} = & -\rho^{\sigma_0} \cos(\sigma_0 \theta) + \frac{\sigma_0^2}{2 - \sigma_0} \frac{\cos[2(1 - \sigma_0)\theta]}{2 \cos(2\gamma)} \rho^{2(\sigma_0 - 1)} + \\ & - \tilde{\mu}_2 h^\chi \rho^{-\sigma_0} \cos(\sigma_0 \theta) + O\left(h^{\frac{2-2\sigma_0}{2-\sigma_0}}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

where $\tilde{\mu}_2 = \mu_2 A^{\frac{2+\sigma_0}{2-\sigma_0}} (2 - \sigma_0)^{-\frac{2\sigma_0}{2-\sigma_0}}$ $\chi = \frac{2 - 3\sigma_0}{2 - \sigma_0}$.

Note that $\chi < \frac{2 - 2\sigma_0}{2 - \sigma_0}$ for any σ_0 , being $1/2 < \sigma_0 < 1$. From the comparison between equation (21) and (16), it follows that the terms match provided

$$\tilde{\mu}_2 = -C_E h^{-\chi}$$

for $0 < \gamma < \pi/4$ and thus the formula for the coefficient of the leading order eigensolution is derived as

$$C_0 = -\tilde{C}_E h^{-\chi} + \frac{2^k S_1}{\pi k} - \frac{U_1}{\pi}, \quad \tilde{C}_E = \sqrt{2} C_E G_1^{-\sigma_0} A^{\frac{(2+\sigma_0)}{(2-\sigma_0)}} (2 - \sigma_0)^{\frac{2\sigma_0}{(2-\sigma_0)}}$$

Formally speaking, the same equations holds for deadrise angle larger than $\pi/4$. However, in those cases improved estimates of the coefficient C_E are needed.

1.4. Hydrodynamic loads in the early stage

The second order solution derived above can be used to obtain an estimate of the loads acting on the impacting body in the early stage of the water entry process, when the displacement of the body is small enough for higher order terms to be negligible. The pressure on the moving body is given by

$$\begin{aligned} p(x, f(x) - h(t), t) = & -h_u \phi_0(x, f(x)) + \\ & -h_t^2 [\phi_{0x}^2(x, f(x)) + \hat{\phi}_1(x, f(x), t)] + \\ & -hh_t \hat{\phi}_{1t}(x, f(x), t) - Fr^{-2} y + o(1) \end{aligned} \quad (22)$$

where $\hat{\phi}_1(x, f(x), t)$ is presented as

$$\hat{\phi}_1(x, f(x), t) = -\frac{C_0(t)}{\sqrt{1 - \xi^2}} - \frac{1}{\pi \sqrt{1 - \xi^2}} \int_{-1}^1 \frac{\sqrt{1 - \tau^2} u(\tau)}{\tau - \xi} d\tau$$

with $x = x(\xi, 0), |\xi| < 1$. The Cauchy principal part of the integral is considered.

It is worth remarking that, although the inner pressure is much larger than the outer one, its contribution to the total hydrodynamic loads tends to zero as $h \rightarrow 0$. In fact, the contribution is of order of $O(pa) = O(h_i^2 a^{2\sigma_0 - 1} A^2) = O(h_i^2 h^{(2\sigma_0 - 1)/(2 - \sigma_0)}) = o(1)$. It can be concluded that the contribution of the inner pressure to the hydrodynamic force in the leading order is

$$F_{in}(t) = C_1 h_i^2 h^{\frac{(2\sigma_0 - 1)}{(2 - \sigma_0)}} (1 + o(1)) \quad (22a)$$

where the constant factor C_1 should be calculated by integrating the pressure in small vicinities of the intersection point. Starting from the above considerations, in the limit of small displacements of the body, the hydrodynamic loads are mainly governed by the pressure distribution in the outer region which, on the basis of the asymptotic behaviour of ϕ_0 and $\hat{\phi}_1$, is given by

$$p = h_i^2 \left[\mu_2 r^{-\sigma_0} - A^2 \sigma_0^2 \frac{\cos^2 \gamma}{\cos(2\gamma)} r^{2\sigma_0 - 2} \right] + h_i h \mu_2 r^{-\sigma_0} + o(1)$$

By using the relations between μ_2 and $\tilde{\mu}_2$ it can be shown that the outer pressure about the intersection point behaves $p = h_i^2 \left[\frac{2\sigma_0}{2 - \sigma_0} \mu_2 r^{-\sigma_0} - A^2 \sigma_0^2 \frac{\cos^2 \gamma}{\cos(2\gamma)} r^{2\sigma_0 - 2} \right] + o(1)$ which indicates that the pressure field is singular about the intersection point, although the singularity is integrable.

In order to better understand the role played by the different contributions to the pressure, the above equation is rewritten in terms of the inner variables, $r = a(t)\rho$. In this case the asymptotic behaviour of the pressure about the intersection point has to be considered as $a(t) \ll 1$, $\rho \gg 1$ and $a(t)\rho \ll 1$.

$$p = h_t^2 a^{2\sigma_0-2} A^2 \left[-2\sigma_0 C_E \rho^{-\sigma_0} - \sigma_0^2 \frac{\cos^2 \gamma}{\cos(2\gamma)} \rho^{2\sigma_0-2} \right]$$

For $\pi/4 < \gamma < \pi/2$, $2\sigma_0 - 2 > -\sigma_0$, so that the second term in the asymptotic formula provides the main contribution to the pressure, where $\cos(2\gamma) < 0$. This implies that the pressure grows when approaching the intersection point from the outer region. A similar behaviour characterizes the pressure in the case $0 < \gamma < \pi/4$, although in this case $2\sigma_0 - 2 < -\sigma_0$ and the first contribution dominates. This contribution is positive because $C_E < 0$, as it was shown in Iafrati and Korobkin [9].

By using equation (21) and (22), the hydrodynamic load acting on the body is estimated as

$$F(h) = h_u M_A - h_t^2 G_\infty [G_\infty E - \pi C_0(t)] + \quad (23)$$

$$+ h h_t \pi G_\infty C_{0t}(t) + C_1 h_t^2 h^{\frac{2\sigma_0-1}{2-\sigma_0}} + o(1)$$

with $E = \int_{-1}^1 \frac{\tau^2}{(1-\tau^2)x_\xi(\tau,0)[1+f_x^2]} d\tau$, $M_A = \pi G_\infty (G_0 + G_\infty/2) - S_W$, where M_A is the added mass coefficient and S_W is the area of the submerged part of the body. As

$C_{0t}(t) = -\left(\frac{3\sigma_0-2}{2-\sigma_0}\right) \tilde{C}_E h_t h^{\frac{4(\sigma_0-1)}{2-\sigma_0}}$ the terms involving $C_0(t)$ and $C_{0t}(t)$ in equation (23) are of the same order in h . The first term in equation (23) represents the well known result of pressure-impulse theory, i.e. the hydrodynamic force is equal to the product of the added mass coefficient by the acceleration of the body h_u . In the case of impulsive motion with constant entry velocity, the first term is a delta-function and gives no contribution to the force for $t > 0$.

Equation (23) highlights the important role played by the eigensolution of the inner problem, coefficient of which explicitly appears. In the wedge entry case, some of the coefficients in equation (23) can be computed analytically,

$$E = \frac{\pi - 2\gamma}{\tan \gamma}, \quad G_\infty = \frac{1}{w \cos \gamma}, \quad w = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{\gamma}{\pi}\right) \left(1 - \frac{\gamma}{\pi}\right), \quad G_1 = 2^{(1-\gamma/\pi)} \sigma_0 G_\infty \text{ and}$$

$$\left(\frac{2^k S_1}{\pi k} - \frac{U_1}{\pi}\right) = \frac{\sin(2\gamma)}{2\pi} \frac{\Gamma\left(\frac{3}{2} - k\right) \Gamma(k)}{\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)}$$

The coefficient C_1 is not evaluated in the present analysis as it involves a higher order contribution. Regardless the details of the body geometry, equation (23) indicates that, in addition to the added mass term, the hydrodynamic loads is composed by a constant coefficient

$$F_0 = -G_\infty \left[G_\infty E - \frac{2^k S_1}{k} + U_1 \right] \quad (24)$$

and two terms which depend on non-integer power of the body displacement

$$F_1(h) = C_1 h^{\frac{2\sigma_0-1}{2-\sigma_0}}, \quad F_2(h) = -\pi G_\infty \frac{2\sigma_0}{2-\sigma_0} \tilde{C}_E h^{\frac{3\sigma_0-2}{2-\sigma_0}} \quad (25)$$

While $F_1(h)$ tends to zero as $h \rightarrow 0$, the term $F_2(h)$ has a negative power for deadrise angles $\gamma < \pi/4$, i.e. it gives an unbounded contribution just after the sudden start. This is not the case for $\gamma > \pi/4$ in which the power is positive and the contribution tends to zero as $h \rightarrow 0$. The case $\gamma = \pi/4$ is more complicated and needs an appropriate analysis which was presented in [7].

On the basis of the above discussion, the hydrodynamic loads generated in the early stage after the sudden start of a flared body initially floating on the free surface can be presented in the form

$$F(h) \approx a + bh^{\frac{3\sigma_0-2}{2-\sigma_0}} + ch^{\frac{2\sigma_0-1}{2-\sigma_0}} + dh \quad (26)$$

The last term in equation (26) accounts for the growth of the hydrodynamic loads occurring for large displacements. In the case of wedge shaped bodies entering the water with a constant velocity, the hydrodynamic loads approach the linear trend asymptotically $h \rightarrow \infty$, at least in the high Froude number limit [6].

1.5. Fully nonlinear numerical modeling

Even for simple shapes of the body, like wedges for instance, the analytical derivation of the coefficients is not easy and/or accurate. This is even more complicated for arbitrary shaped bodies. The problem can be overcome by using a combined theoretical/numerical approach. In fact, fully nonlinear numerical methods are accurate and reliable tools for the prediction of hydrodynamic loads. Nevertheless, they do not provide a reliable answer in the very early stage after the sudden start of a floating body.

Fully nonlinear numerical approaches are generally based on the mixed Eulerian-Lagrangian formulation, originally proposed by Longuet-Higgins and Cokelet [13]. At each time step the flow velocity potential is found by solving a boundary problem with a Dirichlet condition imposed on the free surface and a Neumann condition assigned along the solid boundaries. The solution of the boundary value problem is usually achieved through panel methods, and provides the velocity potential along the body contour and its normal derivative along the free surface. These values are used for the evaluation of the velocity components on the free surface, which are integrated in time to provide the new free surface

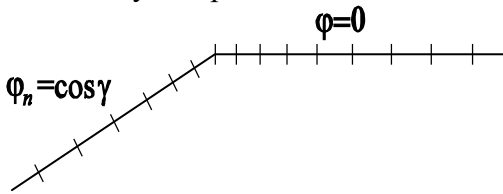


Fig. 2: Sketch of the initial discretization about the intersection point

position. The updated distribution of the velocity potential is obtained by the integration in time of the unsteady Bernoulli equation.

For floating bodies, the initial discretization about the intersection point is sketched in Fig. 2. It can be seen that the boundary conditions enforced on the solid boundary $\partial\phi/\partial n = \cos\gamma$, and on the free surface, $\phi = 0$, do not match

at the intersection point, which is the reason for the flow singularity. As a consequence of the flow singularity, a thin jet develops along the body surface.

During the very early stage after the sudden start, numerical simulations are not able to describe accurately the jet development, and the predicted hydrodynamic loads are not reliable. In a next stage, the jet develops and the flow singularity disappears. Only at this time hydrodynamic loads become reliable [6, 1].

On the basis of the above considerations, fully nonlinear numerical approaches can be used to estimate the hydrodynamic loads generated during the water entry of floating bodies, although this estimate is not reliable in a very early stage of the simulations. Aside from this stage, the time history of the computed loads can be used to determine the coefficients of the expansion (26) through a least squares interpolation. Once the coefficients of equation (26) are derived, the theoretical estimate can be used to provide the impact loads throughout the early stage of the water entry process. Either, the theoretical estimate of the loads can be used in conjunction with the equation of the dynamics of body motion to predict the reduction in the entry velocity occurring in the early stage of the water entry.

Practical examples of this combined theoretical/numerical approach are given in Korobkin and Iafrati [14]. Therein, the water entry of floating wedges with deadrise angles $\gamma = \pi/6$ and $\gamma = \pi/3$ were simulated numerically. For each condition, simulations were performed with different grid refinements, obtained by halving twice the initial size of the first free surface panel. The comparisons among the time histories provided by the different solutions allowed to identify the reliable part of the computed loads. Results obtained for $\gamma = \pi/3$ are shown in Fig. 3.

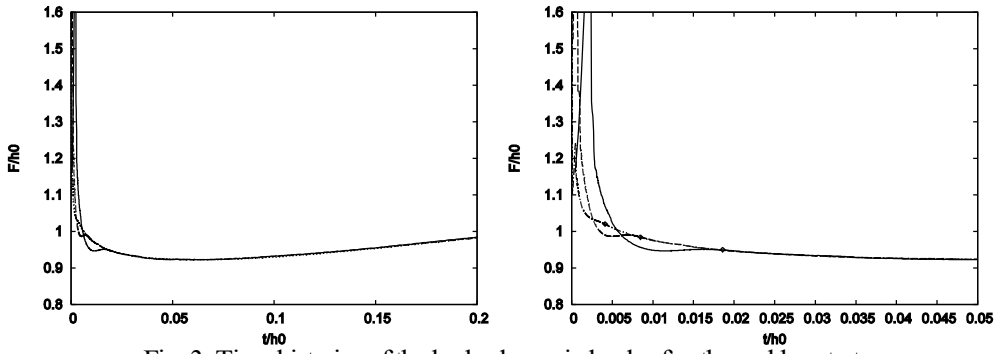


Fig. 3: Time histories of the hydrodynamic loads after the sudden start of a floating wedge ($\gamma = \pi / 3$)

Table 1

Coefficients of equation (26) derived from the least squares interpolation of the numerical results

	$\pi / 6$	$\varepsilon_{\pi/6} (\%)$	$\pi / 3$	$\varepsilon_{\pi/3} (\%)$
a	-15.4897	0.0672	2.35994	0.0779
b	10.8574	0.0207	-2.03773	0.3513
c	12.8762	0.0906	1.13076	0.6304
d	14.4686	0.0633	0.72610	0.2722

In the upper figure it can be seen that solutions obtained with different discretizations are well overlapped in the late stage whereas differences occurs in the very early stage of the impact. A close up view of the latter is provided in the lower figure, where diamonds are introduced to mark the time at which each simulation starts to be reliable. As the numerical simulations were done for a constant entry velocity, loads are drawn versus the ratio between the body displacement and the initial depth of the wedge apex h_0 .

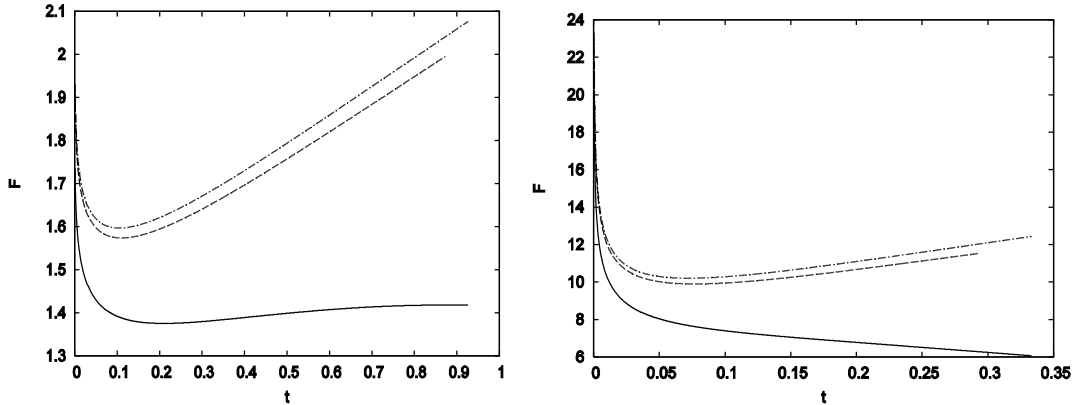


Fig. 4: Time histories of the impacting loads in the free fall of wedge shaped bodies with $\gamma = \pi / 6$ (top) and $\gamma = \pi / 3$ (bottom). Results obtained for $M_B = 10$ (solid) and $M_B = 100$ (dash) are compared with the hydrodynamic loads in the constant entry velocity case, i.e. $M_B \rightarrow \infty$

The unknown coefficients in equation (26) were obtained through the least squares interpolation of the computed loads established over the reliable part of the numerical results. The coefficients derived from the least squares interpolation are given in Table 1, along with the estimated errors in percent.

Once the coefficients of equation (26) are known, they can be used for the prediction of the dynamic of the body. In this case the acceleration of the body has to be accounted for and thus the hydrodynamic loads are estimated as

$$F(h) = M_A h_{tt} + h_t^2 \left[a + bh^{\frac{3\sigma_0-2}{2-\sigma_0}} + ch^{\frac{2\sigma_0-1}{2-\sigma_0}} + dh \right] \quad (27)$$

If the body is let free after the sudden start, the hydrodynamic load given by equation (27) is the

only forcing term in the equation of the dynamics of the body motion

$$M_B \dot{h}_t = -F(h) \quad (28)$$

integration of which with the initial conditions $h(0) = 0, h_t(0) = 1$, provides the actual entry velocity and acceleration of the body. In equation (28), $M_B = m / (\rho_0 L^2)$ is the non-dimensional mass of the body, where m is the mass of the body per unit length and ρ_0 is the density of water. Owing to the reduction of the entry velocity, the initial decay of hydrodynamic loads is faster than in the constant entry velocity case because of the reduction of the coefficient in front of the square brackets in equation (27). As an example, in Fig. 4 the time histories of the hydrodynamic loads occurring in the free drop of wedges are drawn. Results, which are obtained through the theoretical estimate of the loads, are provided for wedges with $\gamma = \pi / 6$ and $\gamma = \pi / 3$ and for two values of the non-dimensional mass of the body, $M_B = 10$ and $M_B = 100$.

2. WATER ENTRY OF A TWODIMENSIONAL FLAT PLATE

2.1. Governing equations

A similar analysis can be done for the impulsive start of a two-dimensional plate. Basically, the study is done under the same hypotheses used for the flared body. However, in this case the assumption of a originally floating plate has an important meaning as it implies that no air is entrapped between the body and the free surface. The initial-boundary value problem for the velocity potential is

$$\begin{aligned}\phi_{xx} + \phi_{yy} &= 0 & (\Omega(t)) \\ \phi_y &= -h_t & (|x| < 1, y = -h(t)) \\ \eta_t + \phi_x \eta_x &= \phi_y & (|x| > 1, y = \eta(x, t)) \\ 2\phi_t + \phi_x^2 + \phi_y^2 &= -\frac{2}{Fr^2} \eta & (|x| > 1, y = \eta(x, t)) \\ \phi &\rightarrow 0 & (x^2 + y^2 \rightarrow \infty) \\ \eta(x, 0) &= 0, \quad \phi(x, 0, 0) = 0, \quad h(0) = 0, \quad h_t(0) = 1 \\ \eta(\pm 1, t) &= -h(t), \quad \eta(\pm 1, t) = -h(t)\end{aligned}$$

The last two equations are the Kutta conditions which state that the free surface is always attached to the plate edges and leaves them tangentially. As it was discussed by Oliver [19], such additional constraints drive the free surface shape towards a physically acceptable solution [24].

In order to arrive to a theoretical estimate of the loads, the solution to the boundary value problem is sought in the form of an asymptotic expansion

$$\begin{aligned}\phi(x, y, t) &= h_t(t)\phi_0(x, y) + h(t)h_t(t)\phi_1(x, y) + o(h) \\ \eta(x, t) &= h(t)\eta_0(x) + h^2(t)\eta_1(x) + o(h^2)\end{aligned}$$

It can be shown that $w_0(z) = i\left(z - \sqrt{z^2 - 1}\right)$, $w_1(z) = \frac{1}{2}\left[\frac{dw_0}{dz}\right]^2 + \frac{iC_0(t)}{\sqrt{z^2 - 1}}$ and then the second order accurate velocity potential on the plate in its initial position takes the form

$$\phi(x, 0, t) = -h_t \sqrt{1-x^2} + \frac{hh_t/2}{1-x^2} - hh_t - \frac{hh_t C_0(t)}{\sqrt{1-x^2}} + o(h) \quad (29)$$

which is unbounded at the edges, $x = \pm 1$. As already discussed in the case of flared bodies, in the above equation $C_0(t)$ is the term related to the eigensolution of the boundary value problem with boundary conditions of the mixed type.

Similarly to what done for flared bodies, an inner solution is derived under a set of time dependent stretched variables

$$\begin{aligned}x &= 1 + a(t)\lambda, \quad y = a(t)\mu, \\ \eta(x, t) &= a(t)H(\lambda, t), \quad \phi = \sqrt{2}h_t a^{1/2} \varphi(\lambda, \mu, t)\end{aligned} \quad (30)$$

Again, the stretching function $a(t)$ is chosen so that the linear and nonlinear terms in the dynamic boundary condition play a comparable role. It can be shown that by using

$$a(t) = \left[\frac{3}{\sqrt{2}} h(t)\right]^{2/3} = [Bh]^{2/3} \quad (31)$$

the dynamic and kinematic boundary conditions on the free surface become

$$\begin{aligned}\varphi - 2(\lambda\varphi_\lambda + \mu\varphi_\mu) + \varphi_\lambda^2 + \varphi_\mu^2 &= -\frac{3h}{h_t} [\varphi_t + h_\mu / h_t \varphi] \\ H - (\lambda H_\lambda + \mu H_\mu) + \varphi_\lambda H_\lambda + \varphi_\mu H_\mu &= -\frac{3h}{2h_t} H_t\end{aligned}$$

which have to be enforced on $\mu = H(\lambda, t)$. The body boundary condition takes the form

$$\varphi_\mu = -\frac{B^{1/3}}{\sqrt{2}} h^{1/3}$$

and the Kutta condition at the edge becomes

$$H(0, t) = -B^{-1/3} h^{-1/3}, H_\lambda(0, t) = 0$$

In the limit of small plate displacements, and under the assumption that $h_u / h_t^2 \ll 1$, the terms on the right hand sides are negligible, i.e. the inner solution is approximately self-similar, at least in the leading order as $h \rightarrow 0$.

The self-similar inner solution was derived in Iafrati and Korobkin [8] through a fully nonlinear, iterative procedure. Therein it was shown that the far field asymptotics of the inner velocity potential on the plate behaves as

$$\varphi = -\sqrt{\rho} + \frac{C}{\sqrt{\rho}} + \frac{1}{12\rho} + o(\rho^{-1}) \quad (32)$$

as $\rho \rightarrow \infty$. The coefficient C was derived together with the solution and was found to be $C \approx -0.4182$. By recasting the above equation in outer variables, it can be shown that the inner velocity potential about the plate edge behaves as

$$\phi = -h_t \sqrt{2} \sqrt{r} + \sqrt{2} \frac{a(t)Ch_t}{\sqrt{r}} + \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{hh_t}{12r} + o(hr^{-1})$$

where $r = 1 - x$ is the distance from the plate edge. This equation matches the inner limit of the outer velocity potential provided $C_0(t) = 2a(t) \frac{|C|}{h}$

Then, the second order velocity potential along the plate is given by

$$\phi(x, 0, t) = -h_t \sqrt{1-x^2} + \frac{hh_t / 2}{1-x^2} - \frac{6^{2/3} h^{2/3} h_t |C|}{\sqrt{1-x^2}} - hh_t + o(h)$$

which clearly highlights the role of the inner solution on the second order velocity potential.

2.2. Pressure distribution and hydrodynamic loads

Starting from the second order outer velocity potential obtained in the previous section, the pressure distribution along the plate can be derived as

$$p_{out}(x, -h, t) = h_u \sqrt{1-x^2} + h_t^2 - \frac{h_t^2}{1-x^2} + \frac{2}{3} 6^{2/3} |C| h^{-1/3} h_t^2 \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + o(1) \quad (33)$$

where terms that tends to zero as $h \rightarrow 0$ are shown as $o(1)$ and the plate displacement is accounted for. It is worth noticing that, again, it is assumed that $h_u / h_t^2 \ll 1$. The limits of this assumption on practical applications are discussed later on.

Equation (33) indicates that the pressure distribution exhibits a singular behavior as $h \rightarrow 0$ or $x \rightarrow 1$. The first term in equation (33) is the added mass contribution which is singular at $t = 0$ owing to the sudden start. A weaker singularity is represented by the fourth term which is unbounded as $h \rightarrow 0$.

Concerning with the spatial singularity, the third term in equation (33) is not integrable about the plate edge and the fourth term is square root singular. Such singularity can be removed by using the pressure field provided by the inner solution

$$p = -\frac{h_t^2}{a} [\varphi_\lambda^2 + \varphi - 2\lambda\varphi_\lambda + o(1)]$$

in the vicinities of the edge. By taking into account the far field behaviour of the inner solution given by equation (32), the pressure in the inner region can be presented in the form

$$p_{inn} = -\frac{h_t^2}{a} \left[\frac{\alpha}{\sqrt{\rho} + \vartheta} + S(\rho) + o(1) \right] \quad (34)$$

where $\alpha = 2C$, $\vartheta = (4|C|)^{-1}$ and $S(\rho)$ is an integrable function over the interval $0 < \rho < \infty$.

The pressure distributions provided by equations (33) and (34) are both not integrable, the former being not integrable as $x \rightarrow 1$ and the latter as $\rho \rightarrow \infty$. The estimate of the total hydrodynamic load acting on the plate is then obtained by dividing the plate surface into two sub-regions. A positive parameter δ is introduced so that in the sub-region where $0 < x < 1 - a\delta$, the outer pressure is considered whereas nearby the plate edge, $1 - a\delta < x < 1$, the inner pressure (34) is used. Hence, the total hydrodynamic load is

evaluated as

$$F(t) = 2 \lim_{a \rightarrow 0, \delta \rightarrow \infty} \left\{ \int_0^{1-a\delta} p_{out} dx + \int_{1-a\delta}^1 p_{inn} dx \right\}$$

From the first integral it is obtained

$$F_{main}(t) = \frac{\pi}{2} h_{tt} + \frac{2\pi}{3} 6^{2/3} |C| h_t^2 h^{-1/3} + \frac{2}{3} h_t^2 \ln h + h_t^2 \left[2 - \ln 2 + \frac{2}{3} \ln \frac{3}{\sqrt{2}} + \ln \delta - 8 |C| \sqrt{\delta} \right] + o(1)$$

whereas the contribution of the inner region provides

$$F_{inn}(t) = h_t^2 \left[-2 \ln(4 |C|) - 2J - \ln \delta + 8 |C| \sqrt{\delta} \right] + o(1)$$

where $J = \int_0^\infty S(\rho) d\rho$ is evaluated from the inner solution as $J \approx 0.78$ [10]. It is worth remarking that, although each contribution depends on the parameter δ , their sum is independent of it and the total hydrodynamic load acting on the plate is then given by

$$F(t) = \frac{\pi}{2} h_{tt} + \kappa h_t^2 h^{-1/3} + \frac{2}{3} h_t^2 \ln h + h_t^2 \left[2 - 2 \ln(4 |C|) - \ln 2 + \frac{2}{3} \ln \frac{3}{\sqrt{2}} - 2J \right] + o(1) \quad (35)$$

where the first contribution represent the added mass term, and $\kappa = \frac{4\pi}{3} |C| (3/\sqrt{2})^{2/3}$.

Equation (35) shows that the asymptotic of hydrodynamic loads for $h \rightarrow 0$ is composed by the added mass contribution, a $h^{-1/3}$ term, a $\log h$ term and a constant contribution. In the case of impulsive body motion with constant entry velocity, h_{tt} is a delta function and gives no contribution for $t > 0$. The next two terms are both unbounded as $h \rightarrow 0$, and, in case of free drop, are responsible for the sharp reduction of the entry velocity during the initial stage [4].

Differently from the flared body case, in the water entry of a plate the asymptotic behaviour of the hydrodynamic force is completely determined in analytical form. In order to check reliability and accuracy of the theoretical estimate, the flow generated by the water entry of a floating plate is numerically simulated and comparisons are established in terms of pressure field and impacting loads.

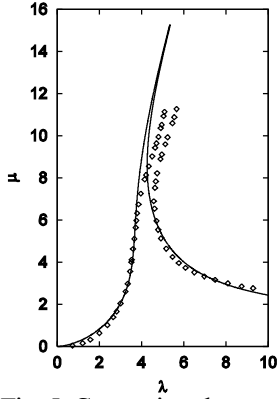


Fig. 5: Comparison between the self-similar free surface shape obtained numerically versus the experimental results by Yakimov [24]

2.3. Numerical simulation of the two-dimensional plate impact

The fully nonlinear free surface flow generated by the water entry of a plate initially floating on the free surface is simulated numerically. The method is basically the same adopted for the wedge entry problem. However, some differences occur in the treatment of the initial transient.

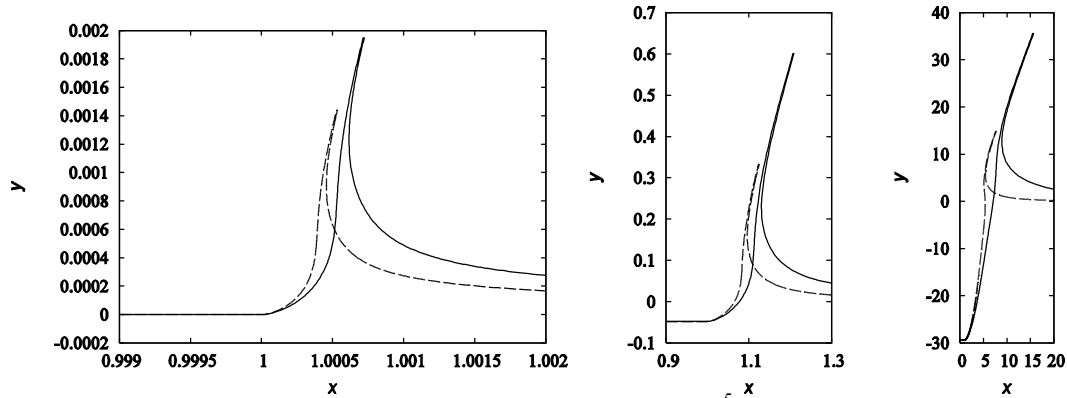


Fig. 6: Free surface profiles obtained by the numerical simulation at $t=1.5 \cdot 10^{-5}$, 0.0476, 29.35. Two-dimensional solutions (solid) are compared with the results obtained for axisymmetric disc (dash)

In the plate impact case, the initial velocity field is singular at the edge of the plate. It can be shown that both the horizontal velocity beneath the plate and the vertical velocity on the free surface diverge as $x/\sqrt{|x^2-1|}$ when $x \rightarrow 1$. The presence of flow singularity makes the use of the numerical tool in the very early stage rather challenging.

As already said, a detailed study of the flow generated about the plate edge in the early stage of the water entry process was carried out in Iafrati and Korobkin [8]. Therein, the self-similar solution of the inner problem was obtained iteratively. The self-similar free surface shape is drawn in Fig. 5, where it is compared with the experimental measurements by Yakimov [24]. Note that under the set of stretched variables (30), the plate edge is located at $(\lambda, \mu) = (0, 0)$ and the plate is on $\lambda \in (-\infty, 0), \mu = 0$.

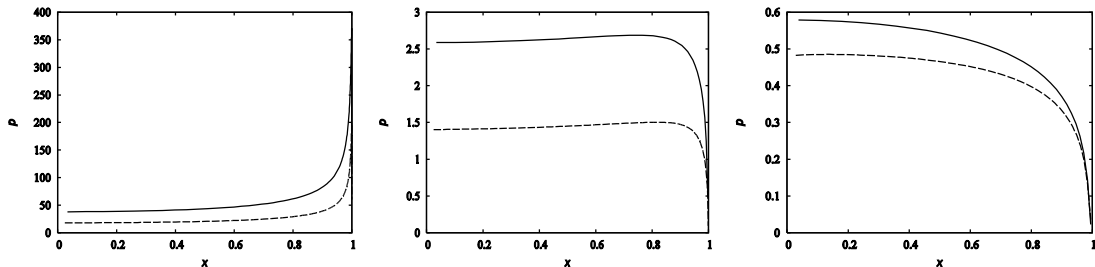


Fig. 7: Pressure distributions on the plate for the solutions presented in Fig. 6

The small time solution can be profitably used to start the time domain numerical solver, thus strongly simplifying the description of the initial transient. To this purpose, a small initial time t^* is fixed which is used in equation (31) to calculate the stretching function $a(t^*)$. This value is then used in equations (30) to scale the self-similar solution and to obtain the initial free surface shape and corresponding velocity potential at time t^* when the displacement of the plate is h^* . The free surface shape and velocity potential obtained in this way are then used to start the time domain numerical simulation. Of course, owing to this procedure, the numerical solution is only available for $t > t^*$. In the calculations presented here, it is assumed $t^* = 1.5 \cdot 10^{-5}$.

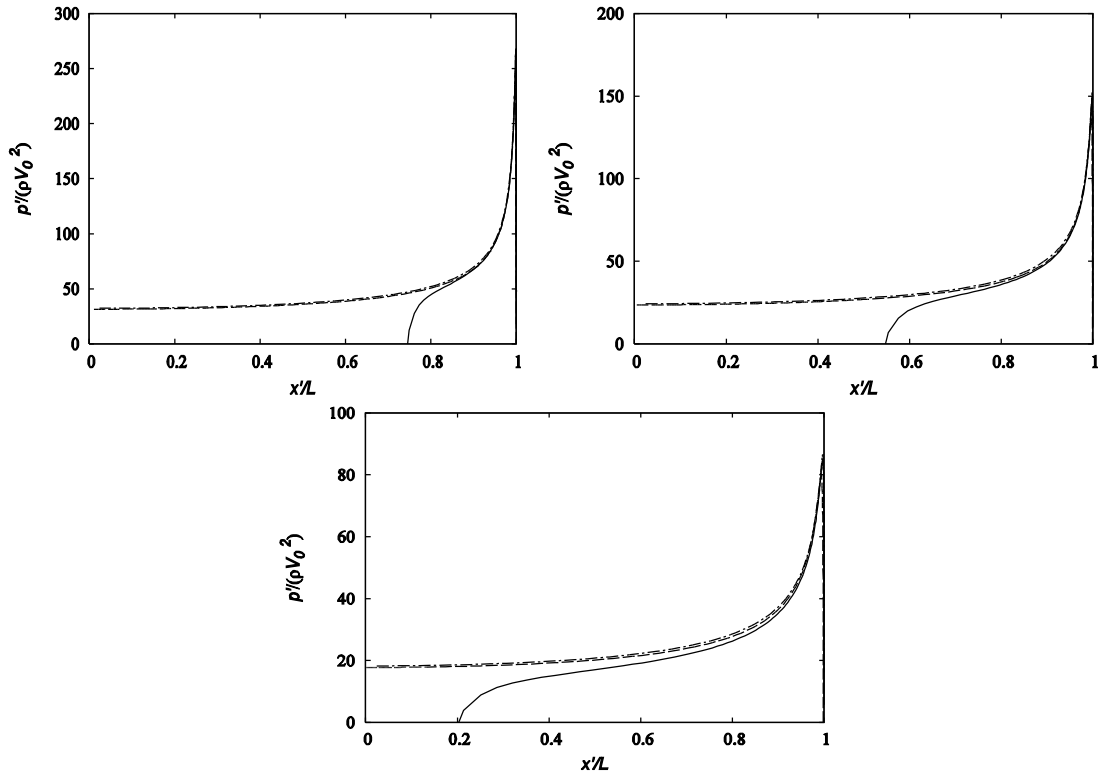


Fig. 8: Comparison between the pressure distributions provided by the fully nonlinear numerical solver (dash-dot) versus the theoretical estimates of the outer (dash) and inner (solid) pressure distribution given by equations (33) and (34), respectively. From top to bottom, results refer to $t \approx 2.5 \cdot 10^{-5}$, $6.0 \cdot 10^{-5}$, $1.4 \cdot 10^{-4}$

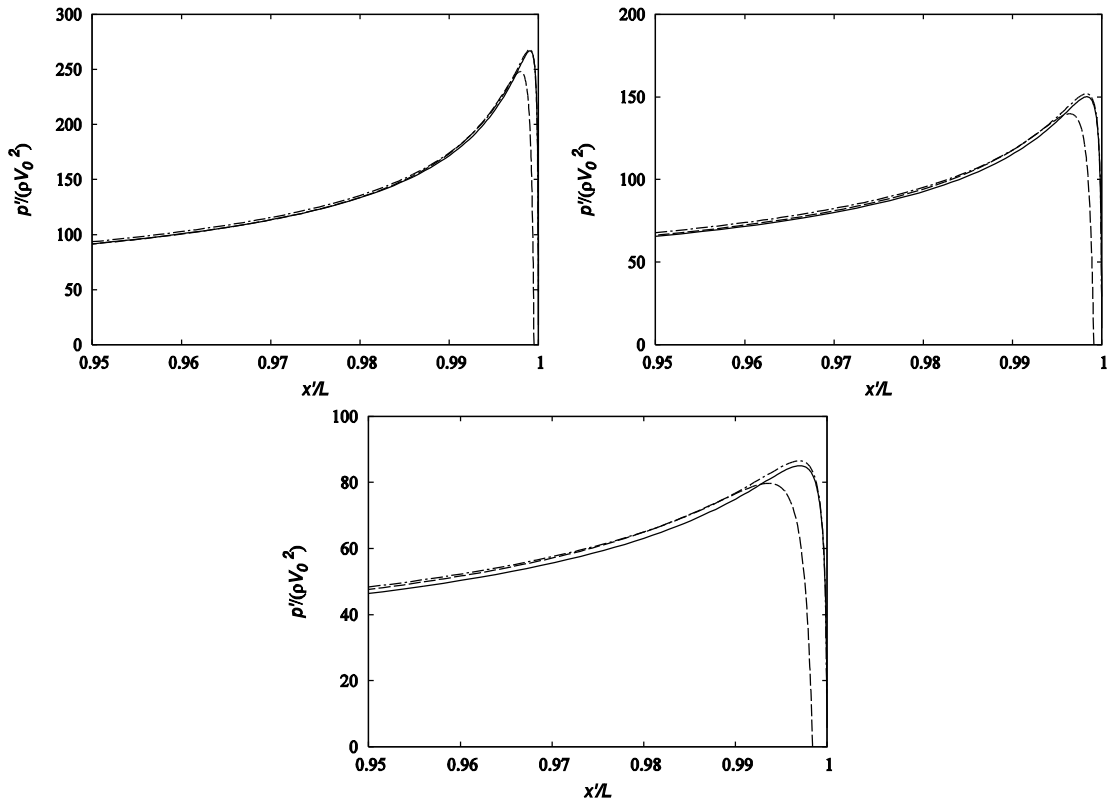


Fig. 9: Close up views about the plate edge of the same curves drawn in Fig. 8

In order to prove reliability and accuracy of the theoretical estimates, the plate impact at constant entry velocity is numerically simulated up to a non-dimensional displacement of about fifty [5]. As the velocity is constant, the equation of non-dimensional plate displacement and vertical velocity are

$h(t) = t$, $h_t(t) = 1$, respectively.

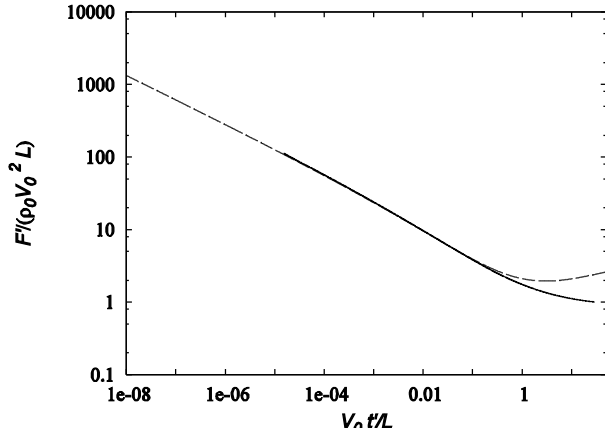


Fig. 10: Time history of the non-dimensional loads acting on the plate. The theoretical estimate (dash) is compared with the numerical results (solid)

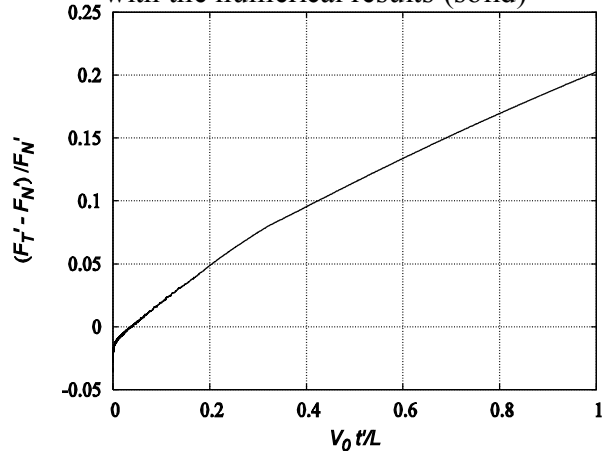


Fig. 11: Time history of the error

entry velocity case. The comparison between the theoretical formula (35) and the numerical results are well overlapped for a long interval of time and start to deviate afterwards. Again, due to the procedure adopted to initialise the simulation, numerical results are not available for $t < t^*$.

In order to better quantify the errors, the relative difference between the numerical and theoretical estimate is drawn in Fig. 11. It is seen that the error of the theoretical estimate is less than five percent up to non-dimensional plate displacements of order 0.2. As expected, the error grows for increasing displacement and rises to twenty percent for a unitary non-dimensional displacement.

2.4. Free drop case

As explained in the introduction, a theoretical estimate of the loads is needed in the early stage of the water entry process when numerical results are not available. The use of the theoretical estimate in combination with the equation of the dynamic of the body motion allows to evaluate the reduction in the entry velocity and thus to provide more accurate initial conditions to numerical solvers.

For a plate with mass per unit length m , the equation of the body motion is

$$M h_{tt} = -F \quad (36)$$

where $M = m/(\rho_0 L^2)$ is the non-dimensional mass per unit length. In the free drop, the only force acting on the plate is the impact load F given by equation (35). Hence, equation (36) is integrated in time with initial conditions $h_t(0) = 1$ and $h(0) = 0$, to obtain the updated entry velocity h_t and plate displacement h .

The free surface shapes and pressure distributions obtained at different time instants are drawn in Fig. 6 and 7, respectively. Therein, comparisons with the corresponding results obtained in the axisymmetric case (presented in the next section) are established as well.

In Fig. 8 the pressure distributions provided by the time domain numerical solver are compared with the theoretical estimates at three different times, small enough for the assumption of small displacement to remain valid. In order to make the comparisons more understandable, close up views about the plate edge of the same curves are shown in Fig. 9.

The comparison exhibits a fairly good agreement between the theoretical and numerical results. As expected, the second order outer solution provides a rather good estimate of the pressure field along the plate, aside from a small neighbourhood of the edge where it is singular. In contrast, the inner solution correctly matches the zero pressure at the edge and the pressure peaks occurring at short distance from it. Far from the edge, the inner solution deviates significantly. This is due to the shortness of the computational domain used for the derivation of the inner solution in [8].

A rather good agreement between the theory and the computations is also obtained in terms of loads. In Fig. 10 the time history of the non-dimensional impact force is drawn for the constant

In order to validate the estimate, the equation of the dynamic of body motion (36) is included into the numerical procedure, using the numerical estimate of the loads as forcing term. The numerical solution is again started at time t^* with the initial value of acceleration and entry velocity by the theoretical estimate at $t=t^*$.

In Fig. 12 the comparisons in terms of plate displacement and entry velocity obtained from the theoretical estimate and from the numerical simulations are established for the case of a non-dimensional mass of the plate $M = 50$. In order to make differences more understandable, numerical results are drawn along with the relative difference between the numerical and theoretical results. Despite the error in terms of acceleration (not shown) is about ten percent for a unitary plate displacement, the error in terms of entry velocity and plate displacement is within 0.1%.

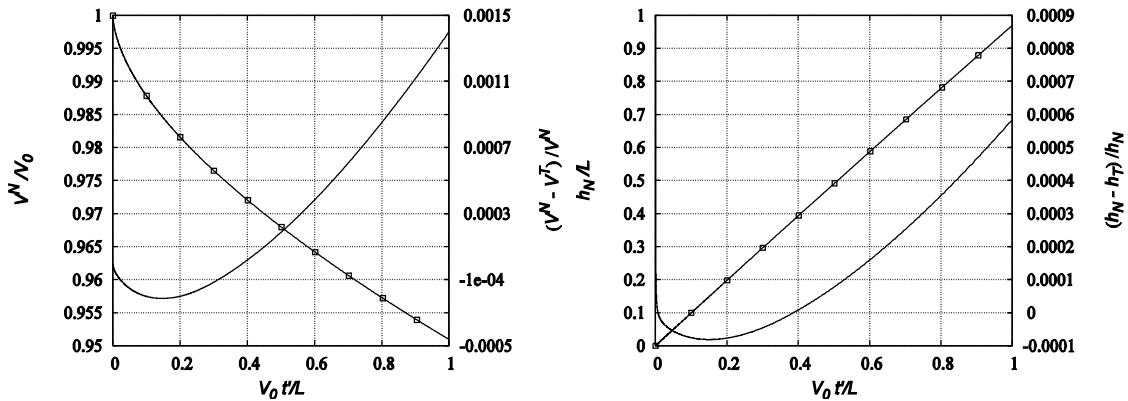


Fig. 12: Time history entry velocity (top) and plate displacement (bottom) provided by the numerical solution (solid-□) of the free drop of a plate with non-dimensional mass $M=50$. The relative error of the corresponding theoretical estimates are drawn, scales of which are on the right axis.

Similar conclusions can be derived from the same comparisons established in Fig. 13 for a non-dimensional mass $M = 5$. In the latter case, due to the lighter mass of the body, accelerations are much larger and thus a more significant reduction of the entry velocity is achieved at the same plate displacement. The relative error in terms of entry velocity and plate displacement is larger than that in the heavier mass case, although it is still within the rather satisfactory level of five percent for a unitary non-dimensional plate displacement.

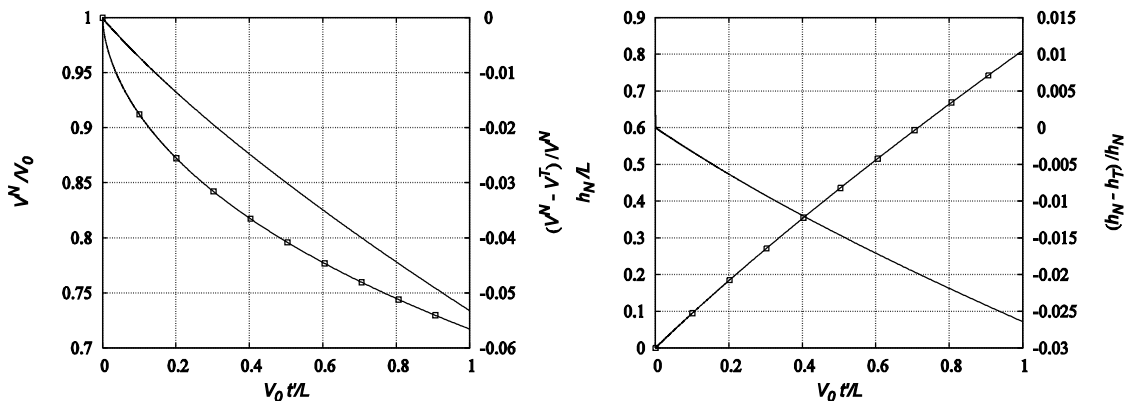


Fig. 13: The same comparison shown in Fig. 12 but the non-dimensional mass is $M=5$

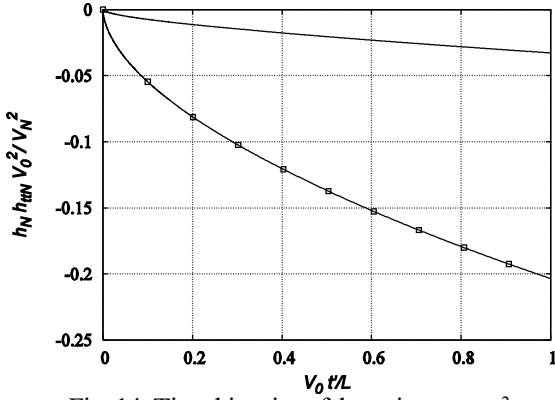


Fig. 14: Time histories of the ratio hh_{tt}/h_t^2 during the free drop of a plate with non-dimensional mass $M=50$ (solid) and $M=5$ (solid-□)

The increasing error found for lighter body can be explained with the increasing relevance of terms of order $O(hh_{tt})$ which have been neglected in the derivation of the theoretical estimate. From Fig. 14 it can be seen that in the calculations presented the ratio hh_{tt}/h_t^2 approaches 0.03 for $M=50$ and 0.2 for $M=5$.

Results presented above indicate that the theoretical estimate is rather reliable and can be used with confidence within the small displacement limit for any mass of the body. For heavy bodies the theory is still rather satisfactory for non-dimensional displacements of order of unity. In order to make the theory accurate up to large plate displacements even

for lighter bodies, further developments are needed to include terms of order of $O(hh_{tt})$, which have been neglected so far.

3. WATER ENTRY OF AN AXISYMMETRIC DISC

3.1. Governing equations

The theory developed for the two-dimensional plate can be extended to the case of a circular disc. The mathematical formulation is rather similar although the derivation of the second order velocity potential is more complicated. In the following, the theory for the axisymmetric case is presented but some steps, already discussed for the two-dimensional plate, are skipped.

The boundary value problem for the first order velocity potential is

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi_0}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial z^2} = 0 \quad (z < 0) \quad (37)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial z} = -1 \quad (z = 0, r < 1) \quad (38)$$

$$\phi_0 = 0, \quad \eta_0 = \frac{\partial \phi_0}{\partial z} \quad (z = 0, r > 1) \quad (39)$$

$$\phi_0 \rightarrow 0 \quad (r^2 + z^2 \rightarrow \infty) \quad (40)$$

The solution of this boundary value problem is given in Lamb [12], in the form

$$\phi(v, \xi, \kappa) = \frac{2}{\pi} \kappa v (1 - \xi \cot^{-1} \xi)$$

where $\xi \in (0, \infty)$ and $v \in (-1, 1)$ are the oblate spheroidal coordinates, defined as

$$r = R(1-v^2)^{1/2}(1+\xi^2)^{1/2}, \quad z = Rv\xi$$

and R is the radius of the disc. For a disc of unitary radius, the velocity potential on the body and its vertical derivative on the free surface are given by

$$\phi_0(r, 0) = -\frac{2}{\pi} \sqrt{1-r^2} \quad (r < 1)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial z}(r, 0) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\sqrt{1-r^2}} - \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{1}{r}\right) \quad (r > 1)$$

The first order velocity potential exhibits the same singularities of the two-dimensional case and the boundary value problem for the second order velocity potential is

$$\Delta \phi_1 = 0 \quad (41)$$

$$\phi_1 = -\frac{1}{2} \left[\frac{\partial \phi_0}{\partial z} \right]^2 \quad (r > 1) \quad (42)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial \phi_0}{\partial r} \right] \quad (r < 1) \quad (43)$$

Although the boundary conditions are essentially the same as for the two-dimensional case, the solution is made more complicated because of the three dimensionality of the Laplace equation. The determination of the second order component of the velocity potential is derived in the next section.

As in the two-dimensional case, the asymptotic behaviour of the velocity potential as $h \rightarrow 0$ is presented in the form

$$\phi(r, z, t) = h_t(t)\phi_0(r, z) + h_t(t)h(t)\phi_1(r, z) + D(t)\phi_e(r, z) + o(h)$$

The eigensolution can be easily derived from the first order velocity potential $\phi_e(r, z) = \frac{\partial \phi_0}{\partial R} \Big|_{R=1}$ which, on the disc surface, provides

$$\phi_e(r, 0) = \frac{1}{\sqrt{1-r^2}} \quad (r < 1)$$

The function $D(t)$ is determined from the matching between the inner limit of the second order outer velocity potential and the far field asymptotics of the inner velocity potential. The set of inner variables is very similar to the two-dimensional case,

$$r = 1 + a(t)\lambda, \quad z = a(t)\mu,$$

$$\eta(r, t) = a(t)H(\lambda, t), \quad \phi = \frac{2}{\pi} \sqrt{2} h_t a^{1/2} \varphi(\lambda, \mu, t)$$

Also the stretching function is very similar

$$a_{AX}(t) = \left[\frac{3\sqrt{2}}{\pi} h(t) \right]^{2/3} = [B_{AX} h(t)]^{2/3}$$

and the difference is only in the numerical value of the constant B_{AX} . It can be shown that the boundary value problem that governs the inner solution is just the same as in the two-dimensional case, and thus the far field behaviour of the inner solution is that described by equation (32). By expressing it in terms of outer variables, it is obtained

$$\phi_1 \approx -\frac{2}{\pi} h_t \sqrt{1-r^2} + \frac{4}{\pi} B_{AX}^{2/3} C \frac{h^{2/3} h_t}{\sqrt{1-r^2}} + \frac{1}{6\pi} \frac{2\sqrt{2}}{1-r^2} B_{AX} h h_t + \dots \quad (44)$$

By matching the above equation with the inner limit of the outer velocity potential it is found that

$$D(t) = -\frac{4}{\pi} B_{AX}^{2/3} |C| h^{2/3} h_t$$

Moreover, from the matching of the last term in equation (44), it can be seen that the most divergent part of the second order velocity potential behaves as

$$\phi_1 = \frac{2}{\pi^2} \frac{1}{1-r^2} + \dots$$

Although this would be already enough to derive the most relevant contributions to the impact loads, the solution of the boundary value problem (41)-(43) is necessary in order to achieve an estimate of the loads at the same order of the two-dimensional case.

3.2. Second order velocity potential

The boundary conditions for the second order velocity potential are

$$\phi_1(r, 0) = -\frac{2}{\pi^2} \left[\frac{1}{\sqrt{r^2-1}} - \arcsin \frac{1}{r} \right]^2 \quad (r > 1)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial z}(r, 0) = -\frac{2}{\pi^2} \left[\frac{2}{\sqrt{1-r^2}} + \frac{r^2}{(1-r^2)^{3/2}} \right] \quad (r < 1)$$

It is convenient to present the solution as the sum of three contributions $\phi_1 = \phi_A + \phi_B + \phi_C$ each of them suitably chosen to match the different terms in the boundary conditions.

The velocity potential ϕ_A is a combination of axisymmetric dipole and source. Both are located at

the plate edge, and the dipole is oriented in the radial direction. It can be shown [11] that as $r \rightarrow 1$ the dipole term matches the $1/(r^2 - 1)$ whereas the source term is needed to balance the logarithmic singularity of the dipole contribution. By enforcing the matching with the most divergent term in the free surface boundary condition it is found

$$\phi_A(r, z) = -\frac{2}{\pi^2} \frac{1}{(\zeta^2 + 4r)^{3/2}} \left[r \left(\frac{E(\varpi)}{1-\varpi^2} \left(\frac{2}{\varpi^2} - 1 \right) - \frac{2}{\varpi^2} F(\varpi) \right) - \frac{E(\varpi)}{1-\varpi^2} \right] + \frac{1}{\pi^2} \frac{F(\varpi)}{(\zeta^2 + 4r)^{3/2}}$$

where $\zeta^2 = (r-1)^2 + z^2$, $\varpi^2 = \frac{4r}{\zeta^2 + 4r}$ and $F(\varpi)$ and $E(\varpi)$ are the complete elliptic integrals of the first and second kind, respectively.

Even though the most divergent part of the free surface boundary condition is matched, there is another divergent term which behaves as $1/\sqrt{(r^2 - 1)}$. A harmonic function that matches this term can be derived exploiting the fact that if $\phi(r, z)$ is harmonic, its z -derivative is still a harmonic function. Hence, the velocity potential ϕ_B is obtained as $\partial\phi_0/\partial z$, i.e.

$$\phi_B(\mu, \xi) = \frac{2}{\pi} \left[-\arctan \frac{1}{\xi} + \frac{\xi}{\xi^2 + \mu^2} \right]$$

The last contribution ϕ_C is finally chosen to satisfy the boundary conditions everywhere along the boundary. By letting $\phi_C = \phi_1 - \phi_A - \phi_B$ a boundary value problem can be formulated for ϕ_C . It can be found that the ϕ_C is harmonic and has to satisfy the boundary conditions

$$\phi_C(r, 0) = -\frac{2}{\pi^2} \left[\frac{1}{\xi(r)} - \arctan \frac{1}{\xi(r)} \right]^2 + \frac{2}{\pi} \left[\frac{1}{\xi(r)} - \arctan \frac{1}{\xi(r)} \right] + \frac{1}{\pi^2} \frac{E(\gamma)}{r-1}$$

$$\frac{\partial\phi_C}{\partial z}(r, 0) = 0$$

on the free surface and on the disc surface, respectively. It is worth noticing that, the terms ϕ_A and ϕ_B balance the singular terms in the boundary conditions for ϕ_1 and thus the boundary conditions for ϕ_C are bounded. Despite the problem is much simpler, it is not easy to derive ϕ_C in closed form. As long as the velocity potential on the body is needed, instead of solving the boundary value problem the Sneddon [20] formula can be used, which provide the velocity potential on the disc surface as

$$\phi_C(r, 0) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \phi_C \left[\sqrt{(1-r^2)\tau^2 + 1}, 0 \right] d\tau$$

The second order velocity potential on the disc surface is evaluated numerically and used to derive the pressure distribution and the total impacting loads.

3.3. Hydrodynamic loads for axisymmetric disc

The hydrodynamic loads acting on the disc surface can be derived in a way similar to that used for the two-dimensional case. The disc surface is split into a main region, where the outer velocity potential is used, and a region about the edge, where the inner solution is used instead. Hence, the hydrodynamic load can be written as

$$F(t) = 2\pi \lim_{a \rightarrow 0, \delta \rightarrow \infty} \left\{ \int_0^{1-a\delta} r p_{out} dr + \int_{1-a\delta}^1 r p_{inn} dr \right\}$$

By using the second order velocity potential, for the main contribution it follows

$$F_{out}(t) = \frac{4}{3}h_u + h_t^2 \left[\frac{16}{3}B_{AX}^{2/3}|C|h^{-1/3} + \frac{8}{3\pi} \log h \right. \\ \left. + G_{out} + \frac{4}{\pi} \log \delta - \frac{32}{\pi} |C|\sqrt{\delta} \right]$$

where $G_{out} = -N + \frac{4}{\pi} \log 2 + \frac{8}{3\pi} \log B_{AX} + \frac{2}{\pi} + \frac{\pi}{2}$ is a constant with $N = 0.196429$.

The calculation for the inner part is much simpler. From the comparison of the stretching relations, it can be shown that the contribution to the loads of the inner part is $4/\pi$ times that found in the two-dimensional case, i.e. $F_{inn} = h_t^2 \left[G_{inn} - \frac{4}{\pi} \log \delta + \frac{32}{\pi} |C|\sqrt{\delta} \right]$, where $G_{inn} = \frac{8}{\pi} \log 9 - \frac{8}{\pi} J$. As in the two-dimensional case, although the two contributions depend on the parameter δ , the sum is independent of it, and then the total hydrodynamic load acting on the disc is $F(t) = \frac{4}{3}h_u + h_t^2 \left[\frac{16}{3}B_{AX}^{2/3}|C|h^{-1/3} + \frac{8}{3\pi} \log h + G \right] + o(1)$, where $G = G_{out} + G_{inn}$. It is worth noticing that the loads exhibits a behaviour rather similar to the two-dimensional case, with an added mass contribution, a $h^{-1/3}$ term, a $\log h$ and a constant.

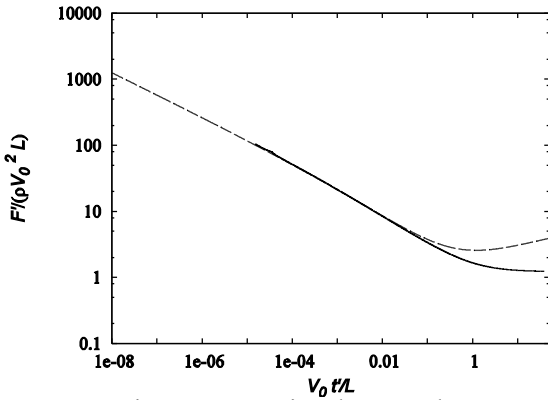


Fig. 15: Comparison between the theoretical estimate (dash)

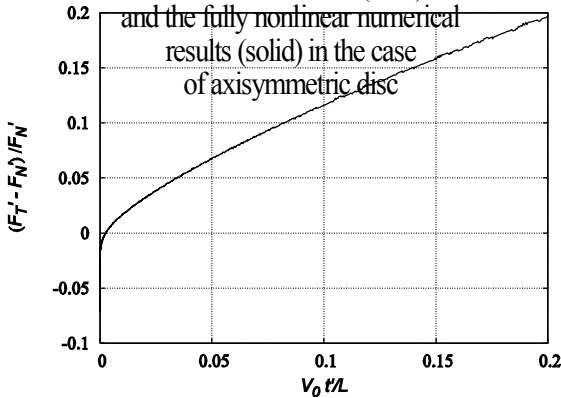


Fig. 16: Time history of the relative error of the theoretical estimate

In order to check the accuracy on the theoretical estimate, also in this case comparisons with fully nonlinear numerical results obtained for constant entry velocity are established. The numerical procedure is essentially the same adopted for the two-dimensional case, although the solution of the boundary value problem is more complicated because of the azimuthal coordinate.

The comparison between the theoretical estimate of the loads and the numerical result is established in Fig. 15 whereas the relative error is drawn in Fig. 16. The time history of the loads looks similar to the two-dimensional case. Quantitatively speaking, the error grows faster than the two-dimensional case and gets twenty per cent for a non-dimensional plate displacement $h = 0.2$.

Although a more careful investigation is needed, from a preliminary analysis it seems that in this case convergence of the numerical results is not achieved yet, and this can explain the worse agreement found in comparison to the two-dimensional case.

CONCLUSIONS

A theoretical estimate of the hydrodynamic loads generated during the early stage after the sudden start of an originally floating body has been derived. The theory has been developed for flared shaped bodies and for a flat plate. An extension of the theory to the case of axisymmetric disc has been also presented.

The solution of the problem has been sought in the form of an asymptotic expansion which uses the non-dimensional displacement of the body as a small parameter. It has been shown that the first order velocity potential is singular about the intersection point between the body and the free surface. A uniformly valid solution to the problem has been obtained through the solution of an inner problem which is properly matched with the inner limit of the outer solution. It has been found that in order to have a

matching between the inner and outer solution, an additional term has to be considered in the expansion which is related to the leading order eigensolution of the boundary value problem with boundary conditions of the mixed type.

This additional term in the expansion involves non integer power of the displacement of the body. For flared bodies with deadrise angles less than $\pi / 4$ and for the plate or disc, the eigensolution term has a negative power of the displacement, which means that hydrodynamic loads are unbounded soon after the initial start.

For the flared body case, the hydrodynamic load has been obtained in the form of a power series, with some of the exponents dependent on the deadrise angle of the body at the still water line. A method to use a combined theoretical/numerical approach for the derivation of the coefficients has been discussed.

In the case of flat plate or circular disc, the coefficients of the expansion have been derived analytically. For the purpose of validation, comparisons with fully non linear numerical simulations have been established in the case of constant entry velocity, achieving a fairly good agreement.

In addition to the water entry with constant velocity, the free drop of a plate has been simulated. The equation of the dynamic of the body motion has been integrated in time using the theoretically estimated loads as the forcing term. Results obtained in terms of plate displacement and entry velocity have been compared with numerical simulations of the free drop case. It has been shown that, provided the mass of the impacting body is large enough, the agreement in terms of plate displacement and entry velocity keeps rather satisfactory up to non-dimensional displacements of order of unity. For lighter bodies, the theory is reliable only within the range of small displacements. Additional terms, neglected in the present study, have to be included in order to make the estimate valid longer even for light bodies.

ACKNOWLEDGMENTS

The work has been carried out under the research program Programma di ricerca sulla sicurezza 2006-08, financially supported by the Italian Ministero delle Infrastrutture e Trasporti.

REFERENCES

1. Battistin D., Iafrati A., 2003, Hydrodynamic loads during water entry of two-dimensional and axisymmetric bodies, *J. Fluids Struct.*, **17**, pp. 643-664.
2. Faltinsen O.M., 1977, Numerical solutions of transient nonlinear free-surface motion outside and inside moving bodies, *Proc. 2nd Int. Conf. Num. Ship Hydrod.*, Berkeley (CA), US, 347-357.
3. Gaudet S., 1998, Numerical simulation of circular disks entering the free surface of a fluid, *Phys. Fluids*, **10**, pp. 2489-2499.
4. Glasheen J.W., McMahon T.A., 1996, Vertical water entry of disks at low Froude numbers, *Phys. Fluids*, **8**, pp. 2078-2083.
5. Iafrati A., 2007, Free surface flow generated by the water impact of a flat plate, *Proc. 9th Num. Ship Hydr. Conf.*, Ann Arbor (MI), US.
6. Iafrati A., Carcaterra A., Ciappi E., Campana E.F., 2000, Hydroelastic analysis of a simple oscillator impacting the free surface, *J. Ship Res.*, **44**, pp. 278-289.
7. Iafrati A., Korobkin A.A., 2002, Hydrodynamic loads at the early stage of a floating wedge impact, *Proc. 17th IWWF*, Cambridge, UK.
8. Iafrati A., Korobkin A.A., 2004, Initial stage of flat plate impact onto liquid free surface, *Phys. Fluids*, **16**, pp. 2214-2227.
9. Iafrati A., Korobkin A.A., 2004, Starting flow generated by the impulsive start of a floating wedge, *J. Engng Math.*, **52**, pp. 99-126.
10. Iafrati A., Korobkin A.A., 2007, Numerical analysis of initial stage of plate impact on water surface, *Proc. 22nd IWWF*, Plitvice, HR.
11. Iafrati A., Korobkin A.A., 2008, Second order solution of circular disc impact problem, *Proc. 23rd*

- IWWWFB*, Jeju, KR.
12. Lamb H., 1932, *Hydrodynamics*, Dover, New York.
 13. Longuet-Higgins M.S., Cokelet E.D., 1976, The deformation of steep surface waves on water. I. A numerical method, *Proc. Roy. Soc. London*, **A 350**, pp. 1-26.
 14. Korobkin A.A., Iafrati A., 2005, Hydrodynamic loads during initial stage of floating body impact, *J. Fluids Struct.*, **21**, pp. 413-427
 15. Korobkin A.A., Iafrati A., 2006, Hydrodynamic loads on flat plate entering water, *Proc. 21st IWWWFB*, Loughborough, UK.
 16. Korobkin A.A., Pukhnachov V.V., 1988, Initial stage of water impact, *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **10**, pp. 159-185.
 17. Korobkin A.A., Wu G.X., 2002, Impact on a floating circular cylinder, *Proc. Roy. Soc. London*, **A 456**, pp. 2489-2514.
 18. Moyo S., 1996, *Hydrodynamic interaction of horizontal circular cylinders with a free-surface*, Ph.D. Thesis, Brunel University.
 19. Oliver J.M., 2002, *Water entry and related problems*, Ph.D. Thesis, University of Oxford, UK.
 20. Sneddon I.N., 1966, *Mixed boundary value problems in potential theory*, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, NL
 21. Tyvand P., Miloh T., 1995, Free surface flow due to impulsive motion of a submerged circular cylinder, *J. Fluid Mech.*, **286**, pp. 67-101.
 22. Vinje T., Brevig P., 1980, *Non-linear, two-dimensional ship motion*, SIS Report, Norwegian Hydrodynamic Laboratory, Trondheim, NO.
 23. Vinje T., 1994, On small-time expansion of nonlinear free surface problems, *J. Engng Math.*, **28**, pp. 173-190.
 24. Yakimov Y.L., 1973, Influence of atmosphere at falling of bodies on water, *Izv. Akad. Nauk SSSR, Mekh. Zhidk.*, **5**, pp. 3-6.

РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ РАСЧЁТА НЕЛИНЕЙНОЙ КАЧКИ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ ВОДОИЗМЕЩАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ

АППОЛОНОВ Е.М., д.т.н.; КАЙТАНОВ Ю.С., к.т.н.;
МАГАРОВСКИЙ В.В., аспирант; ПЛАТОНОВ В.Г., к.т.н. –
ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)
krylov@krylov.spb.ru

АННОТАЦИЯ

Приведено описание программного продукта предлагаемого для расчёта нелинейной качки большой амплитуды водоизмещающих объектов. Выполнено сопоставление результатов расчетов продольной качки быстроходного пассажирского парома по разработанной программе с данными эксперимента и расчётами по существующим программам. Отмечены основные возможности программного продукта по оценке характеристик мореходности судов при плавании на умеренном и сильном волнении.

Одной из важных задач проектирования судна и любого плавающего объекта (далее судна) является выбор оптимальной с точки зрения его поведения на волнении формы корпуса. Поэтому уже на ранней стадии проектирования необходимо иметь информацию о динамике судна при его эксплуатации в различных волновых условиях. Основные характеристики поведения судна на волнении – перемещения и ускорения различных точек, заливание, слеминг, дополнительное сопротивление при движении - определяет его качка. Изгибающие моменты и перерезывающие силы, возникающие в корпусе, также зависят от качки судна. На начальном этапе проектирования при выборе формы обводов обычно используют численное моделирование динамики судна, исходя из удовлетворения различным мореходным качествам.

В институте и отечественных КБ судостроительной отрасли наиболее распространена компьютерная программа по расчету качки водоизмещающих судов, базирующаяся на методике ОСТ 5.1003-80. Эта программа основана на линейном подходе, ограничена по форме шпангоутов при расчете гидродинамических коэффициентов, использует укороченное уравнение бортовой качки судна, не учитывает в полной мере форму корпуса в районе переменной ватерлинии и взаимосвязь отдельных видов колебаний. Расчеты мореходности судов на основе этой программы дают вполне приемлемые результаты для случая движения судна на умеренном волнении, когда нет значительного изменения смоченной поверхности. Однако такие важные явления, как субгармонические колебания, взаимное влияние продольной и поперечной качки, поведение судна при конечных углах крена, заливание и слеминг, влияние геометрии борта (непрямостенности), на параметры качки и возникающие гидродинамические силы остаются неучтенными. Как следствие этого, расчетная оценка поведения судна в условиях плавания на сильном и, тем более, экстремальном волнении не может быть определена с достаточной для практики достоверностью. Решение этих задач возможно на основе уточнения состава и структуры гидромеханических сил, действующих на водоизмещающее судно при больших амплитудах колебаний, и учёте переменности смоченной поверхности корпуса судна при их определении. В рамках допущения об идеальной жидкости можно отметить следующие четыре основные источника нелинейного взаимодействия взволнованной жидкости и корпуса судна:

- переменность смоченной поверхности во времени и её отличие по форме от смоченной поверхности судна в положении равновесия;
- наличие в потенциале скоростей движения жидкости компонентов высшего порядка малости;
- наличие компонентов высшего порядка малости в интеграле Лагранжа-Коши;
- наличие нелинейных компонентов в силах, обусловленных переходом от связанной системы, в которой определяются давления, к полусвязанной, обычно используемой для записи уравнения движения.

Разработанная программа предназначена для расчета шести видов качки конечной амплитуды в условиях сильного волнения. Структура нелинейных дифференциальных уравнений для математической модели качки большой амплитуды (КБА) установлена из общей постановки гидромеханической задачи путем последовательной ее линеаризации. Это позволило ценой ряда допущений разделить гидромеханические силы на традиционные, но в отличие от линейной теории взаимосвязанные составляющие (гидростатическая, главная часть возмущающих сил, дифракционная, инерционно-демпфирующая), учесть квадратичный член интеграла Лагранжа-Коши и выделить скоростные составляющие от совместной качки на волнении, которые пропорциональны квадратам и произведениям скоростей колебаний. Разделение гидромеханических сил на составляющие дало возможность составить систему 6-ти неоднородных взаимосвязанных нелинейных уравнений. Структура уравнений качки судна показана на примере вертикальной качки.

$$(D/g)\ddot{\xi}_g = Fst\zeta + Fkr\dot{\zeta} + Fd\zeta + Fid\dot{\zeta} + Fsq\zeta + Fvn\dot{\zeta}$$

где $\ddot{\xi}_g$ - вертикальные ускорения центра тяжести; $Fst\zeta$ - гидростатическая сила; $Fkr\dot{\zeta}$ - главная часть возмущающих сил; $Fd\zeta$ - дифракционная сила; $Fid\dot{\zeta}$ - инерционно-демпфирующая сила; $Fsq\zeta$ - сила, обусловленная квадратичным членом интеграла Лагранжа-Коши; $Fvn\dot{\zeta}$ - сила, пропорциональная квадратам и произведениям скоростей колебаний. Силы, действующие на судно, определяются интегрированием давлений в каждый момент времени по его мгновенной смоченной поверхности в соответствии с методом, предложенным в работе [1]. Решение дифференциальных уравнений находится численным методом во временной области. Такой подход позволяет учесть наиболее значимые для качки эффекты нелинейного взаимодействия судна и волн. Для валидации разработанной программы расчёта качки большой амплитуды были выполнены систематические расчёты килевой и вертикальной качки быстроходного пассажирского парома и произведено сравнение полученных результатов с данными расчётов по другим программам, а также с результатами мореходных испытаний модели на встречном регулярном волнении.

Сравнительные расчёты проведены по программам ОСТа и AQWA. Программа стандарта ОСТ 5.1003 [2] основана на методах линейной теории качки. Стандарт распространяется на однокорпусные морские надводные водоизмещающие суда традиционной архитектуры, движущиеся произвольным курсом на умеренном регулярном и нерегулярном волнении с относительной скоростью хода (числом Фруда) до 0,3. Для оценки характеристик движения судна на нерегулярном волнении используется метод спектральной теории качки. Следует отметить, что Стандарт не позволяет оценить возможность развития субгармонических колебаний, а также оптимизировать надводную форму шпангоутов с точки зрения умерения качки и динамических нагрузок, действующих на корпус. Программный продукт AQWA [2],

являющийся разработкой Century Dynamics (входящей в ANSYS Inc), позволяет рассчитывать амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) и реализации качки на регулярном и нерегулярном волнении. В программе не учитывается в полной мере переменность смоченной поверхности при определении гидродинамических сил. При расчёте АЧХ в программе существует жёсткое ограничение – постоянная амплитуда волн (1м) заложена разработчиками в тело программы и не подлежит изменению.

Экспериментальные данные получены в мореходном бассейне «ЦНИИ им. акад А.Н. Крылова». Испытания модели парома проводились на встречном регулярном волнении различной крутизны для трёх значений числа Фруда $Fr = 0; 0,26; 0,36$. Крутизна волн менялась в диапазоне от 1/25 до 1/80. Также была проварьирована крутизна для промежутка, где наблюдалось наибольшее расхождение в данных, полученных по различным математическим моделям. Расчёты по разрабатываемой программе были выполнены при крутизне волны 1/50. Основные характеристики парома представлены в таблице 1, на рисунке 1 приведен эскиз проекции корпус.

Таблица 1

Основные характеристики пассажирского парома

№	Характеристика	Ед. изм.	Величина
1	Водоизмещение	т	1630
2	Длина, L	м	60
3	Ширина	м	12,6
4	Осадка средняя	м	3,60
5	Апplikата ЦТ	м	5,4
6	Продольный радиус инерции массы	м	14,2
7	Метацентрическая высота	м	1,25
8	Собственный период бортовой качки, T_{θ}	с	7,4

Особенностью формы носовых обводов рассматриваемого парома является носовой бульб, транцевая корма, небольшая осадка на довольно большом протяжении в кормовой оконечности, что предопределяет частое оголение скулы и днища судна в районе подзора при ходе на волнении.

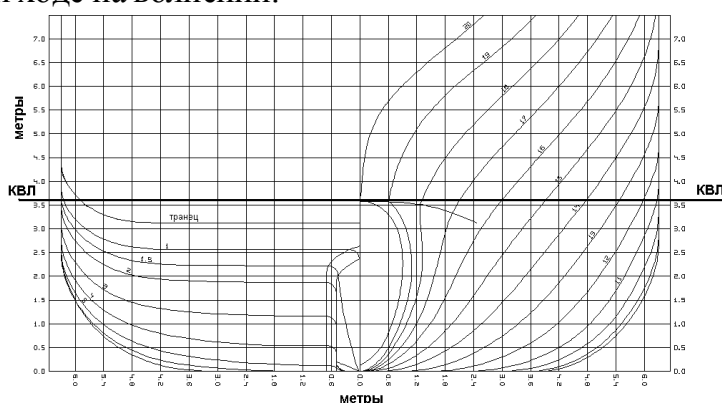


Рис. 1. Эскиз проекции корпуса пассажирского парома.

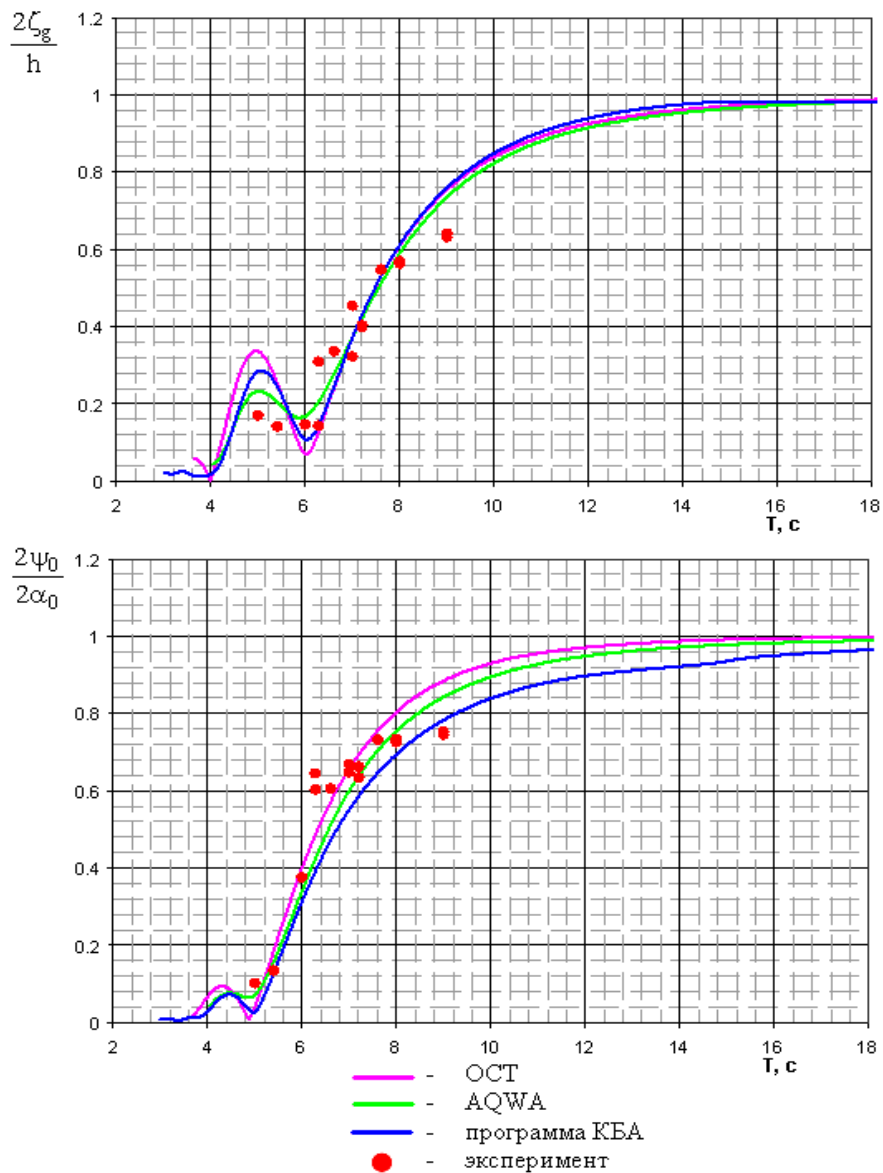


Рис. 2. АЧХ вертикальной (вверху) и килевой качки пассажирского парома при относительной скорости хода $Fr = 0$.

Результаты расчётов в виде АЧХ килевой и вертикальной качки парома приведены на рисунках 2, 3 и 4.

$$\frac{2\psi_0}{2\alpha_0} = f_1(T) \quad \frac{2\zeta_g}{h} = f_2(T),$$

где h – высота волны; α_0 – амплитуда угла волнового склона; $2\zeta_g$ – размах вертикальной качки; $2\psi_0$ – размах килевой качки; T – период волны. Анализ результатов сравнения данных на рис. 2-4 позволят сделать очевидные выводы:

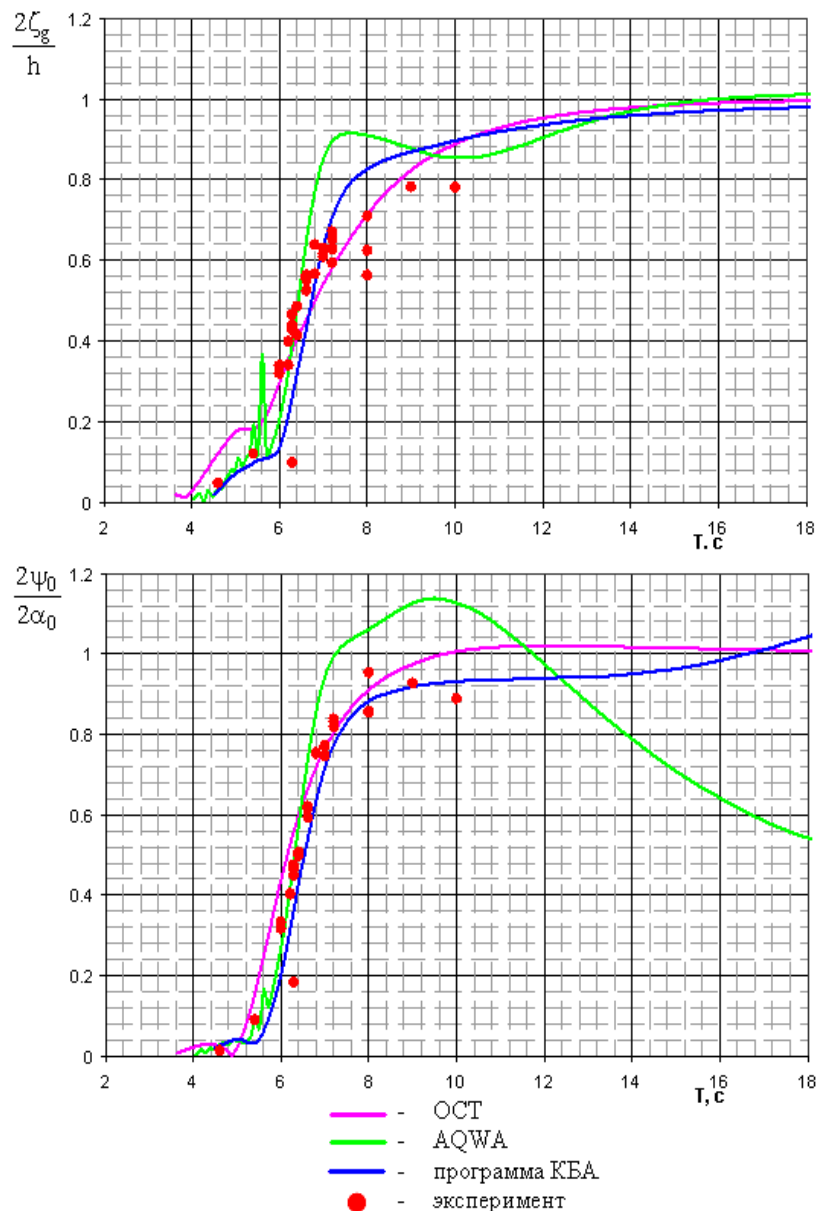


Рис. 3. АЧХ вертикальной (вверху) и килевой качки пассажирского парома при относительной скорости хода $Fr = 0,26$.

Для судна без хода все программы расчёта дают результаты, близкие к данным эксперимента. Для числа Фруда $Fr = 0,26$ результаты расчёта по программам КБА и Стандарта наиболее близки к экспериментальным данным.

Для наибольшего из исследованных чисел Фруда ($Fr = 0,36$) расчёты по программам OCT и AQWA дают заметно завышенные результаты по сравнению с экспериментом. Расчёты по программе КБА удовлетворительно согласуются с экспериментом, что обусловлено главным образом, учётом мгновенной смоченной поверхности во всех компонентах гидродинамических сил.

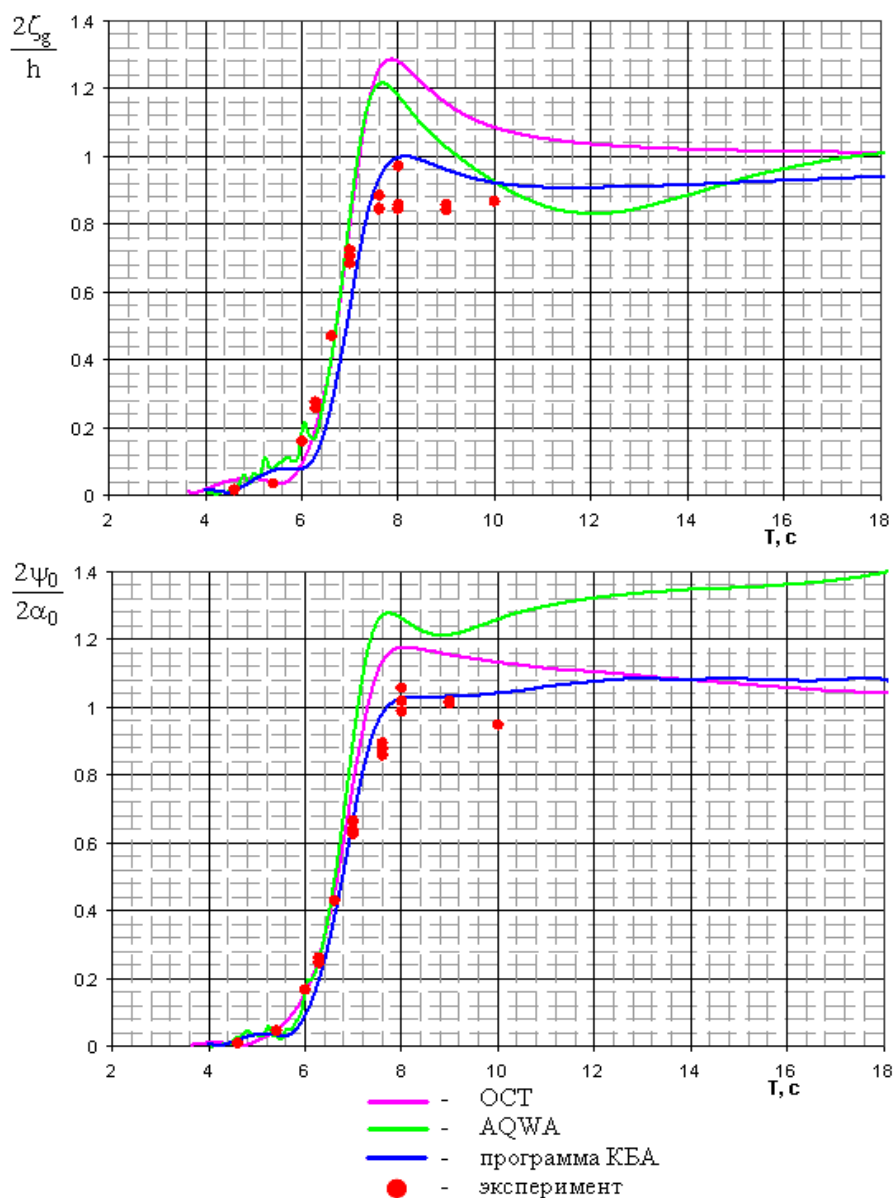


Рис. 4. АЧХ вертикальной (вверху) и килевой качки пассажирского парома при относительной скорости хода $Fr = 0,36$.

Хорошее соответствие для широкого диапазона чисел Фруда между данными расчёта по программе качки большой амплитуды и экспериментом подтверждает правильность принятой математической модели, и позволяют применять её для численного моделирования динамики судов с относительно высокими скоростями хода. Разработанная программа КБА, помимо качки, позволяет рассчитывать параметры колебания судна, которые не могут быть определены на основе методов линейной теории. В частности, программа дает возможность оценить несимметрию колебаний судна относительно равнообъемного положения. На рис. 5 приведены реализации килевой качки парома при плавании вразрез регулярной волне с длиной $\lambda = 1,6 L$ (период $\tau = 8$ секунд) с крутизной волны $h/\lambda = 1/20$ и $1/100$. Видно, что для данного судна несимметрия колебаний существенна при крутизне $1/20$, в то время как при крутизне $1/100$ она практически отсутствует.

На рис. 6 показаны рассчитанные зависимости безразмерных амплитуд килевой качки при наклонении на нос ψ_n/α_0 и на корму ψ_k/α_0 а также амплитуд вертикальной качки при погружении $\zeta_{п/г}$ и всплытии $\zeta_{в/г}$ судна для разной крутизны волны. Из

рисунка следует, что для парома при длине волны $\lambda = 1,6 L$ и крутизне волны $h/\lambda > 1/50$ несимметрия колебаний существенно увеличивается по сравнению с пологими волнами. Учёт переменной смоченной поверхности позволил установить более тесную взаимосвязь между различными видами колебаний судна, чем, например, это вытекает из линейной теории качки, что даёт возможность с помощью программы КБА решать задачи, связанные с возбуждением субгармонических колебаний. В качестве иллюстрации такой возможности на рис. 7 приведена рассчитанная реализация бортовой качки рассматриваемого парома при движении со скоростью 12 узлов ($Fr = 0,26$) на встречном регулярном волнении ($\lambda = 1,6 L$, $h/\lambda = 1/50$).

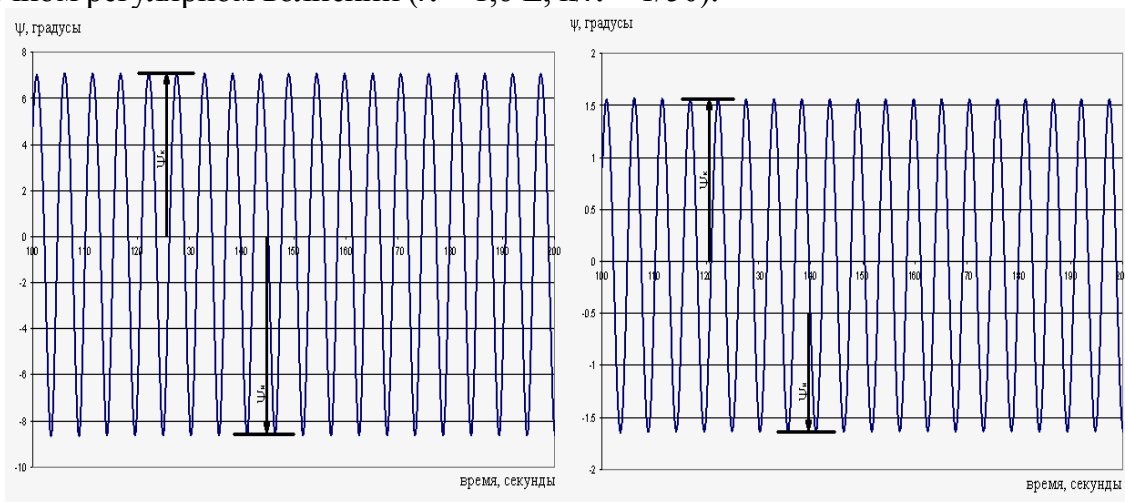


Рис. 5. Реализации килевой качки пассажирского парома при движении на встречном регулярном волнении длиной $\lambda = 1,6 L$ и крутизной $1/20$ (слева) и $1/100$ (положительный дифферент - на корму).

Из приведённого рисунка видно, что бортовая качка возникает изначально с кажущейся частотой волны. По мере развития бортовой качки её частота уменьшается (период колебаний увеличивается) и в установившемся режиме колебаний период качки судна становится в 2 раза больше кажущегося периода волнения. Обобщая изложенное можно констатировать, что программа КБА позволяет существенно расширить круг задач мореходности судов, решение которых важно как для проектирования, так и для эксплуатации судов на умеренном и сильном волнении. К таким задачам, в первую очередь относятся расчётная оценка подверженности судна развитию субгармоническим колебаний при различных режимах движения. Важными с практической точки зрения являются задачи расчётного определения всхожести судна на волну, волновых изгибающих моментов на вершине и подошве волны, динамических нагрузок обусловленных развалом борта в районе переменной ватерлинии. Данная программа позволяет проводить исследования изменения остойчивости на волнении.

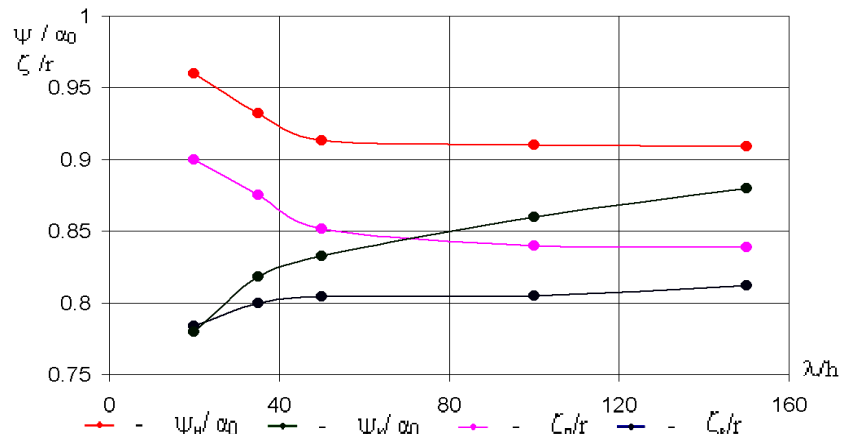


Рис. 6. Зависимость безразмерных амплитуд килевой и вертикальной качки паром от отношения λ/h .

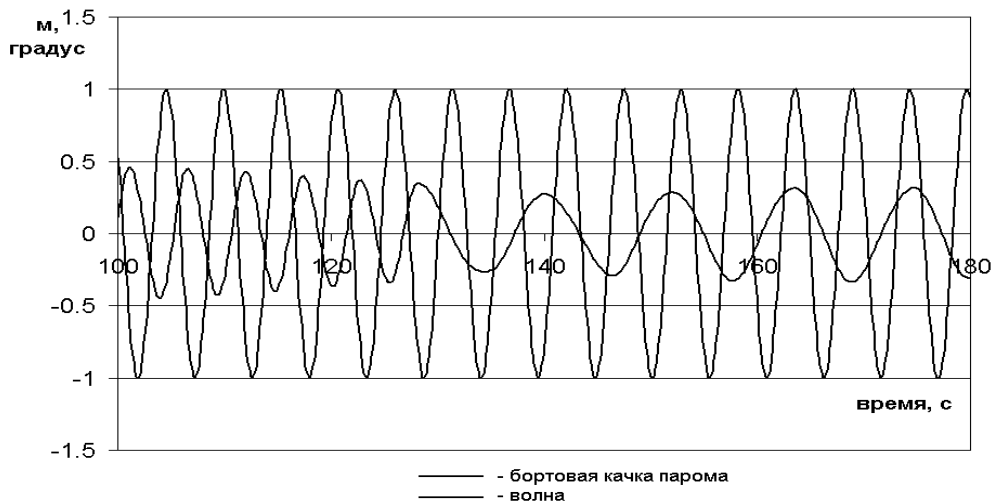


Рис. 7. Фрагмент реализации бортовой качки судна на встречном регулярном волнении ($\lambda = 1,6 L$ $h/\lambda = 150$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кайтанов Ю.С., Способы практического учёта нелинейных факторов в расчётах гидромеханических сил и параметров качки при движении судна на регулярном волнении: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. ЛКИ.Л., 1990. 19с
2. Методика расчета качки водоизмещающих кораблей и судов. ОСТ 5.1003-80.
3. AQWA Version 5.7C Release Note.

ФОРМА ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ НАПРАВЛЯЮЩЕЙ НАСАДКИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ОСЛАБЛЕНИЕ ЩЕЛЕВОЙ КАВИТАЦИИ ОСЕВЫХ НАСОСОВ

ВОЛОДИН Ю.Б., к.т.н.; ЮРКАНСКИЙ А.В., к.т.н. –
ЦКБ морской техники «РУБИН»; БОЛОТИН Ф.Ф., к.т.н. –
ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)
neptun@ckb-rubin.ru

АННОТАЦИЯ

В представленной работе предлагается метод борьбы с щелевой кавитацией рабочих колес осевых насосов в направляющей насадке.

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее распространенным из известных видов кавитации у рабочих колес осевых насосов в направляющих насадках является щелевая кавитация, возникающая в кольцевом зазоре между лопастями и направляющей насадкой осевого насоса. Уже на начальной стадии возникновения кавитации происходит повышение шумоизлучения рабочих колес, что является нежелательным.

Щелевая кавитация рабочих колес характеризуется одним общим свойством: она возникает раньше, чем кавитация концевых вихрей на лопастях открытых гребных винтов. Объясняется это, в основном, высокими по сравнению с гребными винтами значениями коэффициента упора рабочих колес, что приводит к раннему возникновению щелевой кавитации.

В настоящее время известны следующие методы борьбы с щелевой кавитацией рабочих колес осевых насосов:

1. уменьшение технологического зазора между торцом лопасти и стенкой водопроточного канала;
2. установка кольцевой обечайки (бандажа) на концах лопастей;
3. разгрузка концевых сечений лопастей.

Каждый из методов имеет недостатки:

-уменьшением зазора, как показала практика, особенно больших успехов достичь не удастся, к тому же имеются технологические ограничения по уменьшению зазора;

-применение бандажа приводит к существенным потерям энергии на его вращение.

Предлагаемый ниже способ борьбы с щелевой кавитацией является модификацией третьего метода, а именно: рекомендуется одновременно с разгрузкой концевых сечений лопастей рабочего колеса оптимизировать форму водопроточной части насадки в районе концевых сечений лопастей.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Известно, что на кавитационные характеристики осевого насоса значительное влияние оказывает расширение направляющей насадки. На

рисунке 1 приведены характерные зависимости влияния коэффициента расширения насадки на гидродинамические характеристики равноупорного насоса. На рисунке 1 в явном виде прослеживается следующая зависимость: с уменьшением коэффициента расширения насадки (β) происходит падение кавитационных качеств.

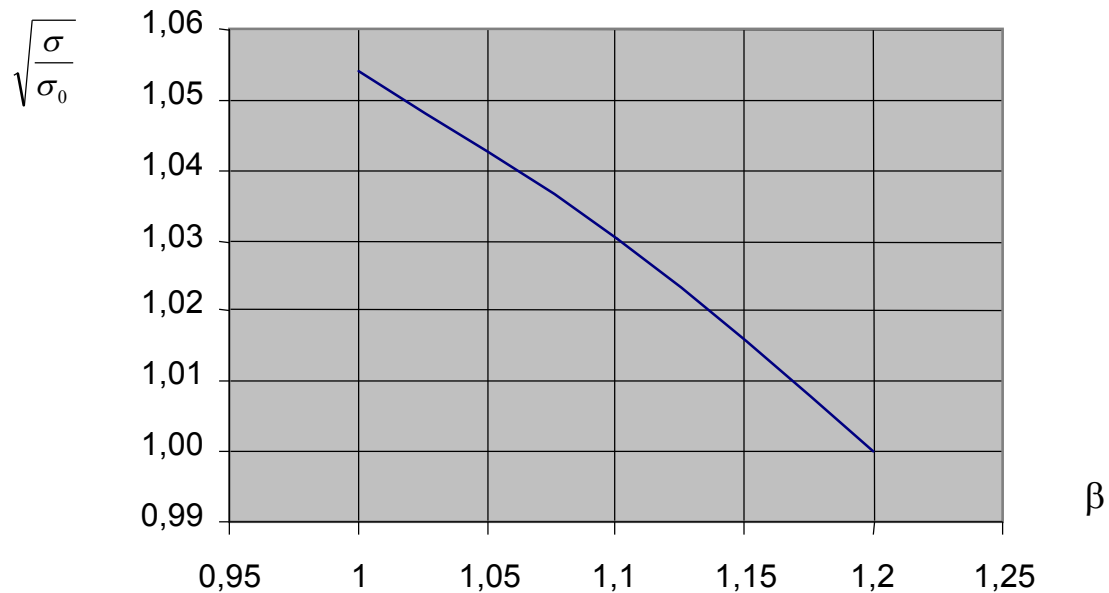


Рис. 1

По результатам проектирования рабочего колеса в насадке стандартного вида определяются геометрические характеристики рабочего колеса и выбирается коэффициент расширения насадки с наилучшими КПД на рабочем режиме и кавитационными характеристиками.

По данным, приведенным в работе [1], осевые индуктивные скорости в зазоре между активным диском и насадкой по сравнению с открытым диском на соответствующих радиусах увеличиваются, что приводит к усилению «возвратного течения» в зазоре.

На концах лопастей возникают отрицательные значения осевой скорости потока, что при проектировании рабочего колеса может привести к отрицательным значениям шагового угла на концах лопастей. Однако, такое конструктивное решение осуществлять не стоит, так как оно приводит к сложной форме конца лопасти и может ухудшить кавитационные характеристики даже при незначительных отклонениях от расчетного режима обтекания.

При существующей форме проточной части современных направляющих насадок, характеризуемой цилиндрической поверхностью в районе лопастей рабочего колеса устранение щелевой кавитации наталкивается на большие трудности. В обеспечение ослабления возникающей в зазоре щелевой кавитации проводится оптимизация водопроточной части насадки и геометрии

рабочего колеса.

Если оформить проточную часть насадки соответствующим образом, то можно достигнуть эффекта ускорения потока в зазоре и создать условия для обтекания концевых сечений лопастей рабочего колеса, аналогичные тем, что имеются у открытых движителей, что позволит ослабить или устранить полностью щелевую кавитацию.

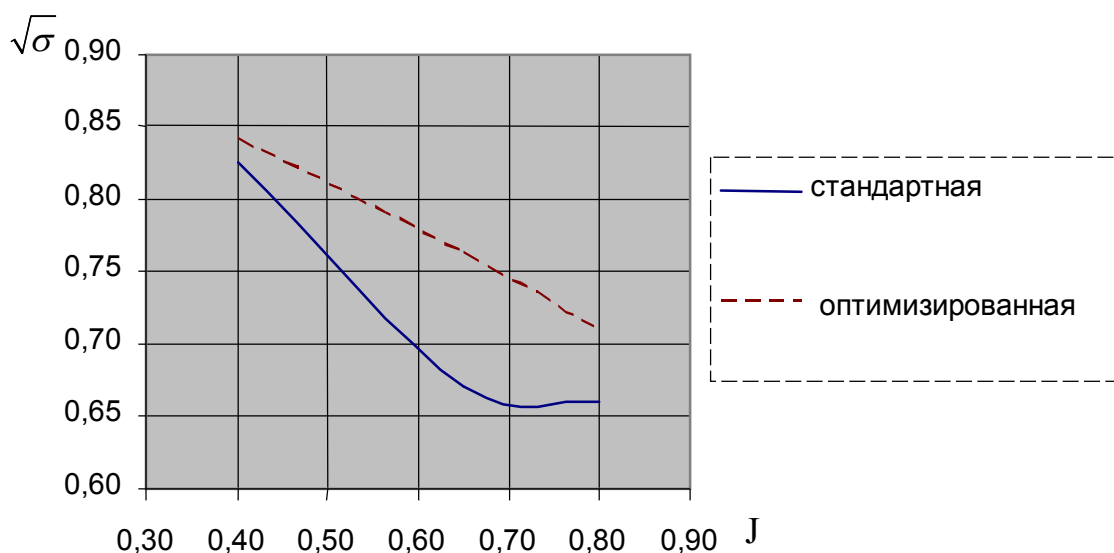


Рис. 2

Для обеспечения отмеченного эффекта ускорения осевого потока в зоне концов лопастей форма проточной части в нос и корму от плоскости диска рабочего колеса принимается конической с углом наклона, определенным в результате ряда совместных с контуром лопасти прорисовок. Кормовая оконечность для предотвращения отрывов выбирается с учетом того, чтобы угол конуса, характеризующий диффузорность не превышал 7° . Коэффициенты расширения и раствора направляющей насадки для вариантов со стандартной и с оптимизированной формой канала принимались равными.

Проектирование нового рабочего колеса применительно к оптимизированной форме водопроточного канала ведется путем корректировки шага, кривизны и формы лопастей из условия обеспечения наивысшего КПД и ослабления щелевой кавитации при условии согласования работы с энергетической установкой с учетом результатов, полученных при проектировании рабочего колеса в насадке стандартного типа.

Допущения, использованные при проектировании были проверены опытным путем на модельном эксперименте (рисунок 2).

Таким образом, разработанная оптимизация водопроточной части насадки, проведенная с одновременной корректировкой шага, кривизны и формы лопастей рабочего колеса позволила полностью устранить щелевую

кавитацию в более широком диапазоне относительных поступей, чем это было для насоса со стандартной водопроточной частью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предложен метод оптимизации водопроточной части насадки при одновременной корректировке шага, кривизны и формы лопастей рабочего колеса, позволяющий ослабить или полностью устранить щелевую кавитацию в широком диапазоне относительных поступей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Кюхельман, И.Вебер. Аэродинамика авиационных двигателей. М., ИЛ, 1956г.

ПАРАДОКС ЗАДНЕЙ КРОМКИ КРЫЛА И ПОСТУЛАТ ЖУКОВСКОГО

ГОРЕЛОВ Д.Н., д.т.н., профессор –

Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН

(г. Омск, Россия)

gorelov@ofim.oscsbras.ru

АННОТАЦИЯ

Исследована асимптотика точного решения задачи обтекания профиля методом конформных отображений в окрестности задней кромки. Установлено, что в случае угловой кромки предельное решение для скорости и ускорения жидкости не переходит в соответствующее решение для профиля с острой кромкой. Этот парадокс устраняется корректировкой постулата Жуковского путем локальной замены угловой задней кромки на острую.

ВВЕДЕНИЕ

Парадоксы – неизбежные спутники математического моделирования. Они выявляют больные точки и границы применения модели. В теории крыла одним из парадоксов является парадокс угловой задней кромки крыла. В стационарном потенциальном потоке этот парадокс проявляется в том, что в точном решении задачи обтекания профиля с угловой кромкой скорость в этой кромке равна нулю для сколь угодно малого угла, тогда как соответствующее решение в острой кромке (точке возврата) отлично от нуля. Аналогичный парадокс имеет место и в нестационарном потоке. Парадокс угловой кромки можно устранить, если провести корректировку постулата Жуковского.

Постулат Жуковского долгие годы был предметом острых дискуссий. Модель течения идеальной жидкости с конечными скоростями на острых кромках контура применялась Г. Гельмгольцем (1868) и Г. Кирхгоффом (1876) при исследовании струйных течений. В рамках той же модели Д. Рэлей (1876) определил давление потока на пластинку, обтекаемую с отрывом струй. Существенный вклад в формирование постулата внесли В. Кутта (1902) и С.А. Чаплыгин (1910), которые исследовали безотрывное обтекание криволинейного контура с конечной скоростью потока в задней кромке с вычислением гидродинамических сил. Заключительный шаг был сделан Н.Е. Жуковским. В работе «Геометрические исследования о течении Кутта» (1911) он дал способ определения циркуляции скорости вокруг произвольного профиля с острой кромкой при условии, что скорость в этой кромке остается конечной. Ранее, в 1906 г., им была установлена связь между циркуляцией скорости и суммарной гидродинамической силой, действующей на профиль со стороны жидкости.

ПОЛЕ СКОРОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ ЗАДНЕЙ КРОМКИ

Анализ течения в окрестности задней кромки удобно проводить с помощью метода конформных отображений. Для этого рассмотрим в плоскости комплексного переменного $z = x + iy$ контур профиля L , который обтекается потенциальным стационарным потоком с комплексной скоростью \bar{v}_∞ в

бесконечно удаленной точке. Введем вспомогательную плоскость комплексного переменного $\zeta = \xi + i\eta$ и в ней круг радиуса R , контур которого K определяется уравнением $|\zeta| = R$. Область течения жидкости вне контура L обозначим через D , а область вне круга – D_1 (рис. 1). Пусть аналитическая функция $z = f(\zeta)$ преобразует область D_1 в область D таким образом, что точки контура K переходят в точки контура L , бесконечно удаленная точка $\zeta = \infty$ переходит в бесконечно удаленную точку $z = \infty$, причем

$$\lim_{\zeta \rightarrow \infty} \arg \zeta = \lim_{z \rightarrow \infty} \arg z, \quad \lim_{|\zeta| \rightarrow \infty} \frac{dz}{d\zeta} = k > 0 \quad (1)$$

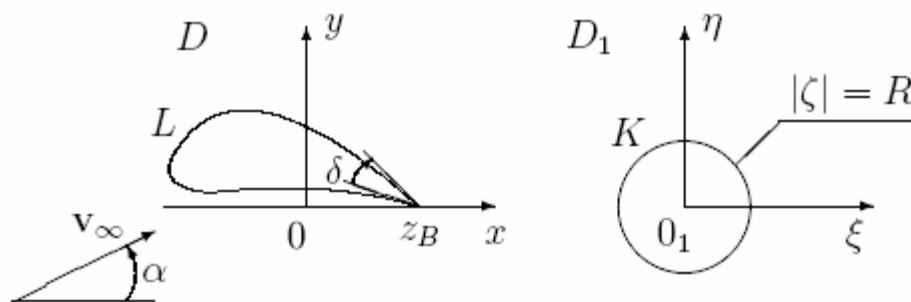


Рис. 1. Конформное отображение профиля на круг.

При выполнении условий (1) в соответствии с теоремой Римана о конформном отображении такая аналитическая функция существует и является единственной. Существует и обратное преобразование $\zeta = F(z)$. Обозначим через $w(z), \bar{v}(z)$ комплексный потенциал и комплексную скорость течения жидкости вокруг контура L в плоскости z , а $W(\zeta), \bar{V}(\zeta)$ -- комплексный потенциал и комплексную скорость течения вокруг круга. Эти функции связаны соотношениями

$$w(z) = w(f(\zeta)) = W(\zeta),$$

$$\bar{v}(z) = \frac{dw(z)}{dz} = \frac{dW(\zeta)}{d\zeta} \frac{d\zeta}{dz} = \bar{V}(\zeta) \frac{1}{dz/d\zeta} \quad (2)$$

Комплексная скорость рассматриваемого течения вокруг круга определяется формулой

$$\bar{V}(\zeta) = k\bar{v}_\infty - \frac{kv_\infty R^2}{\zeta^2} + \frac{\Gamma}{2\pi i} \frac{1}{\zeta}, \quad (3)$$

где Γ – циркуляция скорости, $v_\infty = |v_\infty| e^{i\alpha}$.

Формулы (2), (3) позволяют детально исследовать течение жидкости в малой окрестности задней кромки контура L , задаваемой координатой z_B .

Угол между касательными к контуру L в точке z_B обозначим через δ (рис. 1). Значение $\delta \neq 0$ соответствует угловой задней кромке профиля, а $\delta = 0$ острой. В случае $\delta \neq \pi$ нарушается конформность отображения малой окрестности точки ζ_B в окрестность точки z_B , так как в точках ζ_B, z_B не сохраняются углы между отображаемыми кривыми. В соответствии с этим функция $z = f(\zeta)$ в малой окрестности точки ζ_B должна иметь разложение вида

$$z - z_B = MR \left(\frac{\zeta}{R} - \frac{\zeta_B}{R} \right)^{(2\pi - \delta)/\pi} + \dots,$$

где M - некоторая безразмерная постоянная, а многоточием обозначены величины более высокого порядка малости. Отсюда при $|\zeta - \zeta_B| \ll R$

$$\frac{dz}{d\zeta} = \frac{2\pi - \delta}{\pi} M \left(\frac{\zeta}{R} - \frac{\zeta_B}{R} \right)^{1 - \delta/\pi} + \dots \quad (4)$$

Выясним теперь поведение комплексных скоростей $\bar{V}(\zeta), \bar{v}(z)$ в малой окрестности точки ζ_B , следуя работе [1]. Из (2)-(4) имеем, что при $|\zeta - \zeta_B| \ll R$

$$\frac{1}{\zeta} = \frac{1}{\zeta_B} - \frac{1}{\zeta^2}(\zeta - \zeta_B) + \frac{1}{\zeta^3}(\zeta - \zeta_B)^2 + \dots,$$

$$\frac{1}{\zeta^2} = \frac{1}{\zeta_B^2} - \frac{2}{\zeta^3}(\zeta - \zeta_B) + \frac{3}{\zeta^4}(\zeta - \zeta_B)^2 + \dots,$$

$$\bar{V}(\zeta) = \bar{V}(\zeta_B) + \left(\frac{2kv_\infty R^2}{\zeta_B} - \frac{\Gamma}{2\pi i} \right) \frac{\zeta - \zeta_B}{\zeta_B^2} +$$

$$+ \left(\frac{\Gamma}{2\pi i} - \frac{3kv_\infty R^2}{\zeta_B} \right) \frac{(\zeta - \zeta_B)^2}{\zeta_B^3} + \dots,$$

$$\bar{v}(z) = \frac{\pi}{M(2\pi - \delta)} \left[\bar{V}(\zeta_B) \left(\frac{\zeta}{R} - \frac{\zeta_B}{R} \right)^{\delta/\pi - 1} + \left(\frac{2kv_\infty R^2}{\zeta_B} - \right. \right.$$

$$\left. \frac{\Gamma}{2\pi i} \right) \frac{R}{\zeta_B^2} \left(\frac{\zeta}{R} - \frac{\zeta_B}{R} \right)^{\delta/\pi} + \left(\frac{\Gamma}{2\pi i} - \frac{3kv_\infty R^2}{\zeta_B} \right) \frac{R}{\zeta_B^2} \left(\frac{\zeta}{R} - \frac{\zeta_B}{R} \right)^{1 + \delta/\pi} \right] + \dots$$

Приведенные формулы позволяют вычислить скорость жидкости в задней кромке профиля (точке z_B) путем предельного перехода $\zeta \rightarrow \zeta_B$. При этом возможны два варианта: $\bar{V}(\zeta_B) \neq 0$ и $\bar{V}(\zeta_B) = 0$. В первом случае $\bar{v}(z_B) = \bar{V}(\zeta_B)/M$ при $\delta = \pi$ и $\bar{v}(z_B) = \infty$ при $0 \leq \delta < \pi$. Во втором случае, когда $\bar{V}(\zeta_B) = 0$, комплексная скорость жидкости в окрестности задней кромки профиля в первом приближении равна: при $\delta \neq 0$

$$\bar{v}(z) = \frac{\pi}{M(2\pi - \delta)} \left[\left(\frac{2kv_\infty R^2}{\zeta_B} - \frac{\Gamma}{2\pi i} \right) \frac{R}{\zeta_B^2} \left(\frac{\zeta}{R} - \frac{\zeta_B}{R} \right)^{\delta/\pi}, \quad (5) \right.$$

а при $\delta = 0$

$$\bar{v}(z) = \frac{R}{2M\zeta_B^2} \left[\left(\frac{2kv_\infty R^2}{\zeta_B} - \frac{\Gamma}{2\pi i} \right) + \left(\frac{\Gamma}{2\pi i} - \frac{3kv_\infty R^2}{\zeta_B} \right) \left(\frac{\zeta}{R} - \frac{\zeta_B}{R} \right) \right]. \quad (6)$$

Переходя в (5), (6) к пределу $\zeta \rightarrow \zeta_B$, получим

$$\bar{v}(z_B) = 0 \quad \text{при } \delta \neq 0 \quad \text{и}$$

$$\bar{v}(z_B) = \frac{R}{2M\zeta_B^2} \left(\frac{2kv_\infty R^2}{\zeta_B} - \frac{\Gamma}{2\pi i} \right) \quad \text{при } \delta = 0. \quad (7)$$

Таким образом, если точка ζ_B на окружности не является критической, то в соответствующей ей острой или угловой кромке профиля (точке z_B) скорость жидкости принимает бесконечные значения. Если же точка ζ_B является критической, то скорость жидкости в задней кромке профиля для всех типов кромок остается конечной. В реальном потоке скорость жидкости может принимать только конечные значения. Поэтому естественно требовать, чтобы в рассматриваемой математической модели идеальной жидкости скорость в задней кромке профиля оставалась конечной. Это требование составляет содержание постулата Жуковского. Положение критической точки на окружности полностью определяется циркуляцией скорости. Требование $\bar{V}(\zeta_B) = 0$ выполняется при

$$\Gamma = 2\pi k(v_\infty \bar{\zeta}_B - \bar{v}_\infty \zeta_B) = -4\pi kR |v_\infty| \sin(\alpha - \theta_0). \quad (8)$$

Здесь $\zeta_B / R = \exp(i\theta_0)$, $v_\infty = |v_\infty| \exp(i\alpha)$. Формула (8) известна [2] и определяет циркуляцию скорости для произвольного профиля. Следует отметить, что для вычисления циркуляции скорости вокруг профиля достаточно условия ограниченности скорости жидкости в задней кромке, а само значение скорости в этой кромке не играет роли.

Вернемся к формуле (7). С учетом (8) имеем:

$$\bar{v}(z_B) = 0 \quad \text{при } \delta \neq 0 \quad \text{и}$$

$$\bar{v}(z_B) = \frac{k |v_\infty|}{M} e^{-2i\theta_0} \cos(\alpha - \theta_0) \quad \text{при } \delta = 0. \quad (9)$$

Отсюда следует, что при любом значении $\delta \neq 0$ скорость жидкости в задней кромке равна нулю, тогда как при $\delta = 0$ эта скорость в общем случае отлична от нуля. Иначе говоря, решение краевой задачи стационарного обтекания профиля с угловой кромкой не переходит в соответствующее решение в предельном случае острой кромки. В этом и состоит парадокс задней кромки профиля. Для иллюстрации этого парадокса на рис. 2 приведен расчет модуля скорости жидкости в точках симметричного профиля Кармана-Трефтца с угловой кромкой, для которого известно конформное отображение на

окружность (при значении угла $\delta = 0$ профиль Кармана-Трефтца переходит в профиль Жуковского). Отличие расчетных данных для $\delta = 0,001$ и $\delta = 0$ проявляется практически только в задней кромке. Значение скорости жидкости в этой кромке, определяемое по формуле (9), при $\delta = 0$ полностью согласуется с распределением скорости по профилю, тогда как нулевое значение скорости для $\delta = 0,001$ не имеет физического смысла.

10 % профиля Кармана-Трефтца для $\delta = 0,001$ и $\delta = 0$ при $\alpha = 10^\circ$.

Приведенный пример наглядно иллюстрирует парадокс угловой кромки. Объяснить этот парадокс можно тем, что модель идеальной жидкости допускает излом линий тока в окрестности угловой кромки, тогда как в реальном потоке под действием сил вязкого трения линии тока, сходящие с контура, обтекают угловую кромку плавно, как острую. Таким образом, парадокс угловой кромки можно устранить, если угловую кромку локально заменить острой. В соответствии с этим в случае обтекания профиля с угловой кромкой постулат Жуковского следует применять при дополнительном предположении, что эта кромка является острой. Отметим, что в большинстве практических расчетов обтекания профиля постулат Жуковского заменяется требованием равенства скоростей на верхней и нижней сторонах контура профиля в окрестности задней кромки, что соответствует замене угловой кромки на острую. Аналогичный парадокс угловой кромки имеет место и в нестационарном потоке [3].

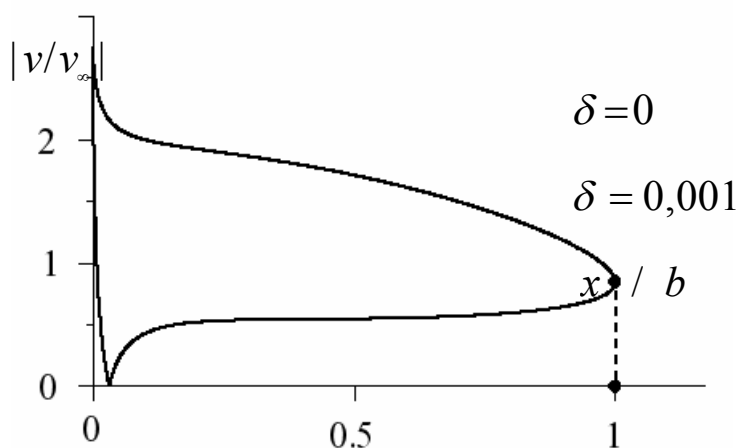


Рис. 2. Распределение модуля скорости по контуру симметричного

ЛИТЕРАТУРА

1. Горелов Д.Н. Методы решения плоских краевых задач теории крыла. – Новосибирск: Изд.-во СО РАН, 2000. – 215 с.
2. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Ч.1, – М.: ФМГ, 1963. – 583 с.
3. Горелов Д.Н. Парадокс угловой кромки профиля в нестационарном потоке// ПМТФ – 2002.—Т. 43. -- № 1. – С. 45-51.

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ СКОРОСТИ ХОДА НА ДЕМПФИРУЮЩИЕ СИЛЫ ПРИ ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКЕ БЫСТРОХОДНЫХ СУДОВ

ИШКОВ В.В., аспирант – ЦМКБ «Алмаз»;
КРЫЖЕВИЧ Г.Б., д.т.н. – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова,
(Россия, Санкт-Петербург)
ishkovv@yandex.ru

АННОТАЦИЯ

В работе описывается метод расчета продольной качки быстроходных судов на волнении с учетом особенностей обтекания оголяющегося транца и приводятся результаты его оценки на основе модельных испытаний в опытовом бассейне.

ВВЕДЕНИЕ

Классификация сил, действующих на судно, движущееся в переходном режиме на волнении, такая же, как и для обычного водоизмещающего судна. Однако, по мере роста скорости хода, изменяется соотношение между различными компонентами сил. В водоизмещающем режиме амплитуды гидростатических восстанавливающих и гидродинамических инерционных сил, как правило, значительно больше амплитуд сил гидродинамического демпфирования, а в возмущающих силах преобладает главная крыловская составляющая. По мере роста скорости хода доля гидродинамических демпфирующих сил и дифракционной части возмущающих сил возрастает. В связи с этим при расчетах качки судов переходного режима движения возникает необходимость их более тщательной оценки с учетом скорости хода судна. Для учета особенностей обтекания транца судна переходного режима движения в работе [1] предложена методика определения гидродинамических сил потенциальной природы, возникающих при качке такого судна, для случая его движения на тихой воде.

Методика определения главных и дифракционных составляющих возмущающей силы и момента при продольной качке обычного водоизмещающего судна изложена в работе [5]. В работе [2] на основании методики, предложенной в работе [5] для обычного водоизмещающего судна, решена задача определения дифракционных составляющих возмущающей силы и момента для судна, движущегося на волнении в переходном режиме с оголением транца. Главные составляющие в данном случае можно рассчитывать по методикам, разработанным для обычных водоизмещающих судов. Также в работе [2] приведены формулы для расчета гидродинамических сил, действующих на судно на тихой воде, однако они содержат ряд неточностей.

В настоящей работе выполнен расчет характеристик качки быстроходного катера с транцевой кормой, движущегося на волнении в переходном режиме движения с оголением транца, и сопоставление полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными. При этом для вычисления гидродинамических сил потенциальной природы, определяющих качку катера при его движении на тихой воде, использована методика, предложенная в [1], для вычисления дифракционной составляющей возмущающих сил – методика, разработанная в [2]. Главные части возмущающей силы и момента вычислены по методике, используемой для обычных водоизмещающих судов.

Дополнительно рассмотрена возможность учета в линейном приближении сил вязкостной природы, действующих на качающееся судно со стороны

пограничного слоя. При этом использована методика, предложенная в [4]. Цель настоящей работы – оценить методику расчета характеристик качки судна переходного режима движения, движущегося на волнении с оголением транца, на основе имеющихся экспериментальных данных.

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКИ

Как известно, при линейной постановке задачи для симметричного относительно диаметральной плоскости судна отсутствует взаимное влияние поперечных и продольных видов качки. В этом случае система уравнений, описывающих качку судна, распадается на две группы:

- 1) система уравнений для поперечных составляющих – поперечно-горизонтальная, бортовая качка и рыскание,
- 2) система уравнений для продольных составляющих – вертикальная, килевая и продольно-горизонтальная качка.

Если дополнительно предположить, что судно имеет длинный корпус с острыми обводами, то можно показать, что гидродинамические силы, связанные с продольно-горизонтальными перемещениями, существенно меньше сил, связанных с перемещениями по другим пяти степеням свободы, и продольно-горизонтально качкой, таким образом, можно пренебречь.

В этом случае совместная система уравнений вертикальной и килевой качки на двумерном регулярном волнении имеет вид:

$$\begin{cases} A_{\zeta\zeta} \ddot{\zeta}_g + B_{\zeta\zeta} \dot{\zeta}_g + C_{\zeta\zeta} \zeta_g + A_{\zeta\psi} \ddot{\psi} + B_{\zeta\psi} \dot{\psi} + C_{\zeta\psi} \psi = F(t) \\ A_{\psi\zeta} \ddot{\zeta}_g + B_{\psi\zeta} \dot{\zeta}_g + C_{\psi\zeta} \zeta_g + A_{\psi\psi} \ddot{\psi} + B_{\psi\psi} \dot{\psi} + C_{\psi\psi} \psi = M(t) \end{cases}$$

Члены с коэффициентами A_{ij} соответствуют инерционным составляющим, с коэффициентами B_{ij} – демпфирующим, с коэффициентами C_{ij} – восстанавливающим. Функции $F(t)$ и $M(t)$, представляющие собой возмущающую силу и момент, предполагаются гармоническими функциями времени. Коэффициенты системы уравнений продольной качки с учетом поправки на особенности транцевого обтекания и в предположении применимости метода плоских сечений имеют вид:

$$\begin{aligned} A_{\zeta\zeta} &= \frac{D}{g} + \int_{x_k}^{x_u} \mu_{\zeta\zeta}(x) dx, & B_{\zeta\zeta} &= \int_{x_k}^{x_u} \lambda_{\zeta\zeta}(x) dx + V \mu_{\zeta\zeta}^{mp}, & C_{\zeta\zeta} &= \gamma S_{WL} + V \lambda_{\zeta\zeta}^{mp}, \\ A_{\zeta\psi} &= - \int_{x_k}^{x_u} (x - x_g) \mu_{\zeta\zeta}(x) dx, \\ B_{\zeta\psi} &= - \int_{x_k}^{x_u} (x - x_g) \lambda_{\zeta\zeta}(x) dx + V \int_{x_k}^{x_u} \mu_{\zeta\zeta}(x) dx - \frac{V^2}{\omega_k^2} \lambda_{\zeta\zeta}^{mp} - V(x_{mp} - x_g) \mu_{\zeta\zeta}^{mp}, \\ C_{\zeta\psi} &= - \gamma S_{WL} (x_f - x_g) + V \int_{x_k}^{x_u} \lambda_{\zeta\zeta}(x) dx - V(x_{mp} - x_g) \lambda_{\zeta\zeta}^{mp} + V^2 \mu_{\zeta\zeta}^{mp}, \\ A_{\psi\zeta} &= - \int_{x_k}^{x_u} (x - x_g) \mu_{\zeta\zeta}(x) dx = A_{\zeta\psi}, \\ B_{\psi\zeta} &= - \int_{x_k}^{x_u} (x - x_g) \lambda_{\zeta\zeta}(x) dx - V \int_{x_k}^{x_u} \mu_{\zeta\zeta}(x) dx - V(x_{mp} - x_g) \mu_{\zeta\zeta}^{mp}, \\ C_{\psi\zeta} &= - \gamma S_{WL} (x_f - x_g) - V \int_{x_k}^{x_u} \lambda_{\zeta\zeta}(x) dx - V(x_{mp} - x_g) \lambda_{\zeta\zeta}^{mp}, \end{aligned}$$

$$A_{\psi\psi} = I_y + \int_{x_k}^{x_n} (x - x_g)^2 \mu_{\zeta\zeta}(x) dx,$$

$$B_{\psi\psi} = \int_{x_k}^{x_n} (x - x_g)^2 \lambda_{\zeta\zeta}(x) dx + \frac{V^2}{\omega_k^2} \int_{x_k}^{x_n} \lambda_{\zeta\zeta}(x) dx + V(x_{mp} - x_g)^2 \mu_{\zeta\zeta}^{mp} + \frac{V^2}{\omega_k^2} (x_{mp} - x_g) \lambda_{\zeta\zeta}^{mp},$$

$$C_{\psi\psi} = \gamma I_{WL} - V^2 \int_{x_k}^{x_n} \mu_{\zeta\zeta}(x) dx - V^2 (x_{mp} - x_g) \mu_{\zeta\zeta}^{mp} + V(x_{mp} - x_g)^2 \lambda_{\zeta\zeta}^{mp}.$$

Здесь $\mu_{\zeta\zeta}$, $\lambda_{\zeta\zeta}$ - погонные присоединенная масса и коэффициент демпфирования при вертикальных колебаниях шпангоутного контура на поверхности воды; $\mu_{\zeta\zeta}^{mp}$, $\lambda_{\zeta\zeta}^{mp}$ - аналогичные коэффициенты для транцевого сечения; D - водоизмещение судна; γ - удельный вес воды; S_{WL} - площадь ватерлинии; V - скорость хода (м/с); ω_k - кажущаяся частота волнения; x_g - абсцисса центра тяжести катера; x_f - абсцисса центра тяжести площади ватерлинии; x_k , x_n - абсциссы крайних точек смоченной поверхности кормовой и носовой оконечностей судна; x_{mp} - абсцисса транцевого сечения; I_y - момент инерции массы судна относительно центральной поперечной оси; I_{WL} - момент инерции площади ватерлинии относительно центральной поперечной оси. Все интегралы вычисляются в системе координат с центром в миделевом сечении. Для вычисления коэффициентов $\mu_{\zeta\zeta}$, $\lambda_{\zeta\zeta}$, $\mu_{\zeta\zeta}^{mp}$ и $\lambda_{\zeta\zeta}^{mp}$ использованы результаты, полученные В. Портером и приведенные в работе [3] для шпангоутов с нормальными отношениями ширины к осадке, и результаты, полученные в работе [6] для сечений с большими отношениями ширины к осадке. Действующие на судно возмущающую силу F_{ζ}^B и момент F_{ψ}^B принято представлять в виде суммы главных и дифракционных составляющих:

$$F_{\zeta}^B = F_{\zeta}^{I\Pi} + F_{\zeta}^{\Pi}, \quad F_{\psi}^B = F_{\psi}^{I\Pi} + F_{\psi}^{\Pi}$$

Формулы для главных составляющих имеют вид:

$$F_{\zeta}^{I\Pi} = \gamma_0 \cdot \int_{x_k}^{x_n} N(x) \cos(k_1 x) dx \cdot \cos \omega_k t + \gamma_0 \cdot \int_{x_k}^{x_n} N(x) \sin(k_1 x) dx \cdot \sin \omega_k t,$$

$$F_{\psi}^{I\Pi} = -\gamma_0 \cdot \int_{x_k}^{x_n} N(x)(x - x_g) \cos(k_1 x) dx \cdot \cos \omega_k t - \gamma_0 \cdot \int_{x_k}^{x_n} N(x)(x - x_g) \sin(k_1 x) dx \cdot \sin \omega_k t,$$

где $N(x) = 2 \int_0^{B(x)/2} \exp(-kz) \cos(k_2 y) dy$, $k_1 = k \cos \chi$, $k_2 = k \sin \chi$. Здесь χ - курсовой угол к волне ($\chi = 180^\circ$ - соответствует встречному волнению), $B(x)$ - ширина шпангоутного сечения с абсциссой x . Интеграл в выражении для $N(x)$ вычисляется в системе координат с началом, лежащим в плоскости ватерлинии, и осью Oz направленной вниз. Формулы для дифракционных составляющих возмущающих силы и момента с учетом поправки на особенности транцевого обтекания имеют вид:

$$F_{\zeta}^{\Pi} = -r_0 \omega \left[M_{\zeta\zeta}^c \omega_k - \Lambda_{\zeta\zeta}^s - \frac{V}{\omega_k} (\mu_{\zeta\zeta}^c(x_{mp}) \omega_k + \lambda_{\zeta\zeta}^c(x_{mp})) \right] \cos \omega_k t -$$

$$- r_0 \omega \left[M_{\zeta\zeta}^s \omega_k + \Lambda_{\zeta\zeta}^c + \frac{V}{\omega_k} (\mu_{\zeta\zeta}^c(x_{mp}) \omega_k - \lambda_{\zeta\zeta}^s(x_{mp})) \right] \sin \omega_k t$$

$$F_{\psi}^{\prime\prime} = r_0 \omega \left[M_{\zeta\zeta}^{xc} \omega_k - \Lambda_{\zeta\zeta}^{xs} - \frac{V}{\omega_k} (M_{\zeta\zeta}^s \omega_k + \Lambda_{\zeta\zeta}^c) - (x_{mp} - x_g) \frac{V}{\omega_k} (\mu_{\zeta\zeta}^s(x_{mp}) \omega_k + \lambda_{\zeta\zeta}^c(x_{mp})) \right] \cos \omega_k t +$$

$$+ r_0 \omega \left[M_{\zeta\zeta}^{xs} \omega_k + \Lambda_{\zeta\zeta}^{xc} + \frac{V}{\omega_k} (M_{\zeta\zeta}^c \omega_k - \Lambda_{\zeta\zeta}^s) + (x_{mp} - x_g) \frac{V}{\omega_k} (\mu_{\zeta\zeta}^c(x_{mp}) \omega_k - \lambda_{\zeta\zeta}^s(x_{mp})) \right] \sin \omega_k t$$

$$\left\{ \begin{matrix} \mu_{\zeta\zeta}^s(x_1) \\ \mu_{\zeta\zeta}^c(x_1) \end{matrix} \right\} = \kappa_{\zeta}^0(x_1) \mu_{\zeta\zeta}(x_1) \left\{ \begin{matrix} \text{Sink}_1 x_1 \\ \text{Cos } k_1 x_1 \end{matrix} \right\}, \quad \left\{ \begin{matrix} \lambda_{\zeta\zeta}^s(x_1) \\ \lambda_{\zeta\zeta}^c(x_1) \end{matrix} \right\} = \kappa_{\zeta}^0(x_1) \lambda_{\zeta\zeta}(x_1) \left\{ \begin{matrix} \text{Sink}_1 x_1 \\ \text{Cos } k_1 x_1 \end{matrix} \right\}$$

$$\left\{ \begin{matrix} M_{\zeta\zeta}^p \\ \Lambda_{\zeta\zeta}^p \end{matrix} \right\} = \int_{x_k}^{x_u} \left\{ \begin{matrix} \mu_{\zeta\zeta}^p(x_1) \\ \lambda_{\zeta\zeta}^p(x_1) \end{matrix} \right\} dx_1, \quad \left\{ \begin{matrix} M_{\zeta\zeta}^{xp} \\ \Lambda_{\zeta\zeta}^{xp} \end{matrix} \right\} = \int_{x_k}^{x_u} (x_1 - x_g) \left\{ \begin{matrix} \mu_{\zeta\zeta}^p(x_1) \\ \lambda_{\zeta\zeta}^p(x_1) \end{matrix} \right\} dx_1, \quad p = c, s$$

Здесь r_0 - амплитуда волн; ω - истинная частота волн; k - волновое число; κ_{ζ}^0 - редуцированный коэффициент, учитывающий соотношение размеров судна и длины волн, x_1 - переменная интегрирования.

СОПОСТАВЛЕНИЕ РАСЧЕТНЫХ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Для оценки описанной методики расчета продольной качки в настоящей работе использованы результаты испытаний модели быстроходного катера с транцевой кормой, проведенных в опытовом мореходном бассейне ФГУП ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова. Водоизмещение модели - 127 кг, относительное удлинение - 5,4. Испытания проводились на регулярном двухмерном волнении при движении против волны со скоростями хода, соответствующими числам Фруда по длине $Fr_L = 0,65$ и $Fr_L = 0,91$, и при движении по волне со скоростью хода, соответствующей $Fr_L = 0,65$. В результате модельных испытаний были получены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) вертикальной и килевой качки катера. На основании полученных АЧХ с использованием волнового спектра, рекомендованного отраслевым стандартом расчета качки водоизмещающих кораблей и судов РД 5.1003-80, были построены статистические характеристики продольной качки катера на нерегулярном волнении интенсивностью 4 и 5 баллов. Расчеты выполнялись для указанных режимов движения. При проведении расчетов учитывалось изменение посадки катера на ходу. Характеристики посадки катера на ходу взяты по данным эксперимента. Для расчета статистических характеристик качки катера на нерегулярном волнении 4 и 5 баллов использован волновой спектр, рекомендованный РД 5.1003-80.

Для сравнения результатов расчета с результатами, полученными в эксперименте, использовались АЧХ $\frac{\zeta_{g0}}{r_0}(\omega)$, $\frac{\psi_0}{\alpha_0}(\omega)$, амплитуды 3%-ой обеспеченности $\zeta_{g3\%}$, $\psi_{3\%}$ и средние периоды $\bar{\tau}_{\zeta}$, $\bar{\tau}_{\psi}$ вертикальной и килевой качки. Здесь α_0 - амплитуда угла волнового склона. Экспериментальные данные и результаты расчета характеристик качки катера на встречном волнении интенсивностью 4 и 5 баллов при скоростях хода, соответствующих $Fr_L = 0,65$ и $Fr_L = 0,91$ приведены в таблице 1.

Таблица 1

Статистические характеристики качки на встречном волнении

	По эксперименту	По расчету без учета транцевой добавки	По расчету с учетом транцевой добавки	По расчету с учетом транцевой добавки и ходовой волны

Волнение интенсивностью 4 балла, $Fr_L = 0,65$				
$\psi_{3\%}$	1,6°	3,0°	1,9°	2,0°
$\zeta_{g3\%}, M$	0,5	0,60	0,52	0,55
Волнение интенсивностью 5 баллов, $Fr_L = 0,65$				
$\psi_{3\%}$	4,0°	6,8°	4,3°	4,5°
$\zeta_{g3\%}, M$	1,4	1,56	1,38	1,45
Волнение интенсивностью 4 балла, $Fr_L = 0,91$				
$\psi_{3\%}$	1,3°	2,6°	1,4°	1,5°
$\zeta_{g3\%}, M$	0,3	0,62	0,46	0,50
Волнение интенсивностью 5 баллов, $Fr_L = 0,91$				
$\psi_{3\%}$	3,3°	7,5°	3,6°	3,9°
$\zeta_{g3\%}, M$	1,1	1,88	1,35	1,46

Из таблицы 1 видно, что результаты расчета характеристик продольной качки без учета транцевой добавки дают значительно завышенные амплитуды качки по сравнению с соответствующими экспериментальными значениями. На волнении 4 балла при $Fr_L = 0,65$ расчетная амплитуда килевой качки на 88% превосходит соответствующее экспериментальное значение. При увеличении скорости хода относительная погрешность расчета амплитуды килевой качки увеличивается и при $Fr_L = 0,91$ составляет 100%. Погрешность расчета амплитуд вертикальной качки несколько меньше, чем килевой, но при больших скоростях хода также неприемлемо высока.

Учет транцевой добавки позволяет кардинальным образом уменьшить погрешность расчета. При этом относительная погрешность расчета амплитуд килевой качки составляют порядка 10 – 15%. Для амплитуд вертикальной качки при $Fr_L = 0,65$ совпадение с экспериментом практически полное. При $Fr_L = 0,91$, что примерно соответствует верхней границе переходного режима движения, относительная погрешность несколько возрастает. Расчетные значения средних периодов качки τ_ζ , τ_ψ в обоих случаях достаточно близки к экспериментальным значениям. Для случая расчета с учетом транцевой добавки это соответствие несколько точнее. Приближенный учет ходовой волны, порождаемой катером, по методике, предложенной в работе [2], не дает положительного эффекта.

Учет вязкостного трения по методике, предложенной в работе [4], дает весьма незначительную поправку к расчетным значениям амплитуд продольной качки, не превышающую 2%. На рисунках 1 и 2 для встречного волнения приведены АЧХ килевой качки при $Fr_L = 0,65$ и вертикальной качки при $Fr_L = 0,91$ соответственно.

На рисунках 1 и 2 видно, что в диапазоне частот, представляющем интерес при расчетах продольной качки, кривые АЧХ, построенные без учета транцевой добавки, значительно превосходят соответствующие экспериментальные кривые. В диапазоне частот 0,7-0,9 с⁻¹ расчетные кривые имеют ярко выраженный «горб», где расчетные значения АЧХ в два и более раза превышают соответствующие экспериментальные значения. Расчеты показывают, что с увеличением скорости хода высота «горба» растет и происходит его смещение влево в область малых частот.

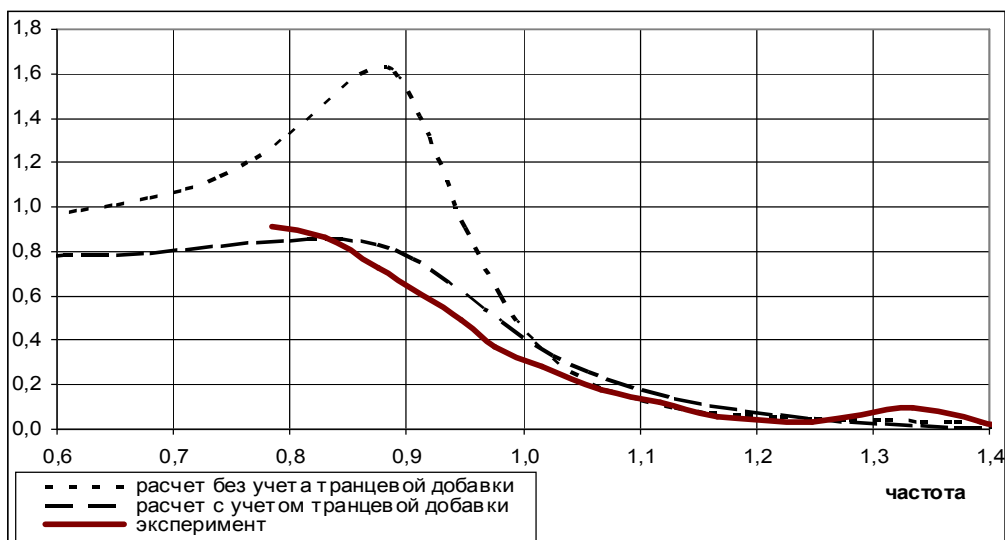


Рис.1. АЧХ килевой качки на встречном волнении при $Fr_L = 0,65$

Учет транцевой добавки позволяет устранить «горб» и привести расчетные кривые АЧХ в качественное соответствие с экспериментальными данными. При этом расчетные кривые АЧХ остаются несколько смещенными вправо в область высоких частот.

В таблице 2 приведены результаты расчета статистических характеристик продольной качки катера при скорости хода, соответствующей $Fr_L = 0,65$, на нерегулярном попутном волнении интенсивностью 4 и 5 баллов.

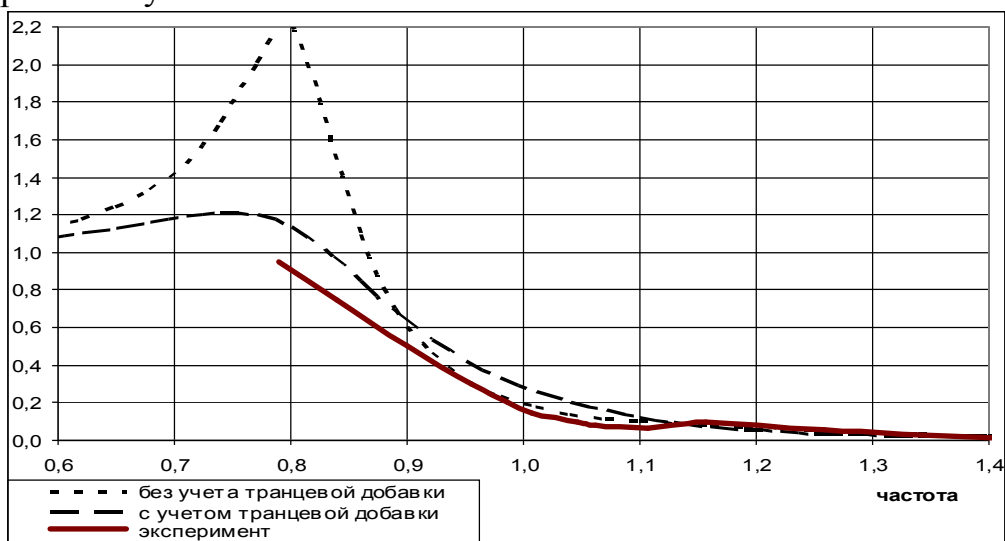


Рис.2. АЧХ вертикальной качки на встречном волнении при $Fr_L = 0,91$

Таблица 2

Статистические характеристики качки на попутном волнении

	По эксперименту	По расчету без учета транцевой добавки	По расчету с учетом транцевой добавки	По расчету с учетом транцевой добавки и ходовой волны
Волнение интенсивностью 4 балла, $Fr_L = 0,65$				
$\psi_{3\%}$	2,1°	1,9°	0,8°	1,0°
$\zeta_{g3\%}, M$	0,3	0,39	0,35	0,35
Волнение интенсивностью 5 баллов, $Fr_L = 0,65$				

$\psi_{3\%}$	4,3°	3,7°	1,8°	2,2°
$\zeta_{g3\%}, \text{ м}$	0,9	0,97	0,86	0,88

Как видно из таблицы 2 на попутном волнении учет транцевой добавки при расчете продольной качки не дает положительных результатов.

ВЫВОДЫ

На основании проведенных расчетов и сопоставления результатов с данными модельных испытаний можно сделать следующие выводы:

1. На встречном волнении расчет характеристик продольной качки катера, выполненный без учета транцевой добавки, дает значительно завышенные амплитуды как килевой, так и вертикальной качки. При этом расчетные кривые АЧХ обоих видов качки имеют ярко выраженный «горб», который у соответствующих экспериментальных кривых АЧХ проявляется в существенно меньшей степени. По мере роста скорости хода высота «горба» увеличивается, а сам он смещается влево в область малых частот.

2. На встречном волнении при включении в расчет гидродинамических сил потенциальной природы, определяющих качку катера на тихой воде, и дифракционной части возмущающих сил поправок на учет особенностей транцевого обтекания, точность расчета существенно повышается. Ярко выраженные «горбы» расчетных кривых АЧХ килевой и вертикальной качки исчезают, а сами кривые значительно приближаются к соответствующим экспериментальным кривым. Проведенные расчеты наглядно свидетельствуют о целесообразности использования описанной в настоящей работе методики при расчете продольной качки быстроходных судов на встречном волнении, движущихся в режиме с оголением транца. Результаты расчетов качки на встречном волнении могут быть использованы при анализе мореходности, а также для оценки внешних сил, определяющих прочность корпуса и конструкций быстроходных судов.

3. Приближенный учет ходовой волны в соответствии с методикой, рекомендованной в [2], не дает положительного эффекта на встречном волнении при расчетах продольной качки с учетом транцевой добавки. При расчетах продольной качки на попутном волнении без учета транцевой добавки учет ходовой волны позволяет несколько уточнить результаты расчетов.

4. Учет сил вязкостного трения по методике, предложенной в [4], дает весьма незначительную поправку к расчетным значениям амплитуд продольной качки, тем самым, подтверждая незначительность роли сил вязкостного трения в общем балансе сил, определяющих продольную качку судна.

ЛИТЕРАТУРА

1. Salvesen N., Tuck E.O., Faltinsen O. Ship motions and sea loads // TSNAME, 1970, vol. 78, p. 30
2. Бородай И.К., Мореншильдт В.А., Виленский Г.В. и др. Прикладные задачи динамики судов на волнении - Л.: Судостроение, 1989, 264 с.
3. Бородай И.К., Нецветаев Ю.А. Качка судов на морском волнении - Л.: Судостроение, 1969, 432 с.
4. Крыжевич Г.Б. Гидроупругость конструкций судна - СПб.: ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, 2006, 230 с.
5. Ремез Ю.В. Качка корабля. Л.: Судостроение, 1983, 328 с.

6. Салькаев А.З. Расчет гидродинамических сил, действующих на регулярном волнении на суда с большим отношением ширины к осадке// Судостроение - 1980 - №4 - с. 19 - 21

ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ КАВЕРН ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СУДОВ

СВЕРЧКОВ А.В., к.т.н., с.н.с. –

ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)

krylov@krylov.spb.ru

АННОТАЦИЯ

Дается краткий обзор современного состояния исследований в области применения искусственных днищевых каверн для снижения гидродинамического сопротивления транспортных судов. Анализируются различные схемы устройства для создания искусственных каверн, которые могут быть использованы на транспортных судах. Представленные в работе данные свидетельствуют о высокой эффективности использования искусственных каверн, что должно позволить значительно сократить стоимость перевозок, а также повысить конкурентоспособность отечественных судов на международном рынке.

ВВЕДЕНИЕ

На протяжении многих лет в мире ведутся интенсивные разработки разного рода энергосберегающих устройств, таких как вихрегенераторы, различные наделки, преднасадки, а также необычные конструкции гребных винтов. При этом авторы изобретений обещают энергосбережение порядка 5-7%, но получают (если получают) не более 3-4 %. Зачастую добиться заметного выигрыша удается только на одном из режимов (балластном или грузовом) или в узком диапазоне скоростей.

Между тем российская наука имеет в своем арсенале уникальное техническое решение, которое в течение нескольких десятилетий отработывалось в модельных исследованиях, после чего успешно прошло натурную проверку на опытных образцах, и в настоящее время широко используется в серийном строительстве. Речь идет о применении искусственных днищевых каверн. К настоящему времени в ЦНИИ им.акад.А.Н.Крылова в результате модельных исследований получены данные по эффективному применению каверн на следующих типах судов:

- речные транспортные суда и баржи [1];
- супертанкеры;
- балкеры;
- транспортные суда класса река-море [2];
- быстроходные водоизмещающие суда [3];
- суда переходного режима движения (пассажирские и - автомобильно-пассажирские паромы, морские моторные яхты, спасательные суда) [3,4];
- скоростные десантные корабли [5];
- глиссирующие однокорпусные суда (пассажирские суда, служебные, - разъездные, патрульные и катера, морские моторные яхты) [6];
- глиссирующие катамараны с несимметричными корпусами [7];
- катамараны переходного режима движения (пассажирские и автомобильно-пассажирские паромы) [3];
- транспортные суда с аутригерами для контейнерных перевозок [8].

Натурную проверку прошли речные транспортные суда и баржи, быстроходные

пассажирские суда, скоростные десантные корабли, а также разъездные и патрульные катера, оборудованные системой создания искусственных каверн. В настоящей работе представлены результаты проработок транспортных судов на каверне последних лет с тем, чтобы показать перспективность ее применения как для внутренних водных путей, так и для трансокеанских перевозок.

1. ИСТОРИЯ СОЗДАНИЯ СУДОВ НА КАВЕРНЕ

Работы по созданию судов на каверне были начаты в России в 1961 году в ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова. Первые исследования проводились применительно к речным тихоходным судам и баржам. Эти работы включали теоретические исследования в рамках двумерной линеаризированной теории кавитационных течений, большой объем экспериментальных исследований на моделях в опытовом бассейне и, наконец, испытания трех натуральных объектов. Затем с 1965 г. был выполнен обширный цикл работ по использованию каверн для снижения сопротивления глиссирующих судов, таких как патрульные и разъездные катера, скоростные пассажирские суда. Эти работы начинались с дальнейшего развития двумерной линеаризированной теории кавитационных течений применительно к случаю глиссирующего судна. Затем был проведен большой объем модельных испытаний, которые позволили приступить к началу серийного строительства патрульных катеров на каверне. С 1985 г. объектами исследований были выбраны быстроходные водоизмещающие суда. В рамках этих исследований были разработаны расчетные методы, основанные на использовании трехмерной линеаризированной теории кавитационных течений. Эти методы прошли всестороннюю экспериментальную проверку и в настоящее время успешно применяются.

С 1993 г. началось проведение исследований по использованию каверн на глиссирующих и полуглиссирующих катамаранах. Следующим этапом, начавшимся в 1995 г., стало проведение исследований однокорпусных судов переходного режима движения, таких как скоростные морские пассажирские и автомобильно-пассажирские паромы, быстроходные моторные яхты. Начиная с 2000 г. стали проводиться испытания моделей скоростных транспортных судов. В результате более чем 40 лет интенсивных исследований были решены проблемы, связанные с применением различных типов движителей, проблемы мореходности и многорежимности для судов, имеющих несколько заданных скоростей, существенно расширен диапазон скоростей эффективного применения каверн. Наряду с однокорпусными судами и катамаранами рассматривались суда с аутригерами. Вслед за Россией в погоню за повышением экономичности судов устремились и другие страны. Среди зарубежных компаний, наиболее активно пытающихся внедрить каверны, в первую очередь следует отметить нидерландскую компанию “DK Group”. Область интересов, где она пытается применить каверны – транспортные суда, скоростные контейнеровозы и автомобильно-пассажирские паромы.

Подобные исследования по использованию тонких воздушных прослоек для снижения гидродинамического сопротивления судов проводятся в Китае [9]. Эти исследования были начаты в 1982 году. К настоящему времени в Китае выполнено большое количество модельных испытаний различных типов судов, а также проведены натурные испытания баржи грузоподъемность 1000 т. Однако широкого применения этот метод пока не нашел.

Наряду с успешным внедрением каверн в России следует отметить и несколько неудач, которые постигли ряд зарубежных фирм, пытавшихся самостоятельно

построить суда на каверне без проведения надлежащего объема исследовательских работ. В число этих фирм входят австралийская компания “Oceanfast Ferries PTY LTD”, построившая 45-метровый катамаран, и один из украинских заводов, начавший строительство серии патрульных катеров. Отказ этих фирм от научно-исследовательского сопровождения существенно повредил имиджу каверн.

2. ФИЗИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КАВЕРН ДЛЯ СНИЖЕНИЯ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Искусственные каверны, изолируя от контакта с водой часть смоченной поверхности корпуса, оказывают положительное воздействие главным образом на сопротивление трения и сопротивление от шероховатости. Поэтому применение каверн наиболее выгодно на тех судах, у которых велика доля сопротивления трения. Это, прежде всего, тихоходные транспортные суда, особенно речные суда с большим отношением ширины к осадке. Другим типом судов, у которых велика доля сопротивления трения, являются глиссирующие суда. Эффективность применения каверн на этих типах судов максимальна и может достигать 30~35%. Причем по мере старения судна, из-за его обрастания, эффективность каверн повышается.

Для того чтобы каверна обеспечивала существенное снижение буксировочного сопротивления, она должна иметь оптимальные характеристики: большую площадь в плане, повышенное избыточное давление и плавное замыкание. Большая площадь каверны необходима для изоляции от воды максимально возможной площади смоченной поверхности корпуса. Желательно, чтобы изолируемая площадь составляла не менее 40-50% смоченной поверхности корпуса. Повышенное избыточное давление позволяет каверне нести на себе значительную часть веса судна, обеспечивая наибольшее всплытие корпуса. Плавное замыкание требуется для уменьшения объемов воздуха, подаваемого под днище, что приводит к снижению мощности, необходимой для работы вентилятора. Искусственные каверны можно применять либо для снижения мощности при сохранении скорости, либо для увеличения скорости полного хода при сохранении мощности двигателей.

Для водоизмещающих судов более целесообразно снижение мощности двигателей с целью повышения их экономичности. При этом могут возникнуть дополнительные преимущества, связанные с возможностью применения менее мощных двигателей и сокращением запасов топлива. Эти положительные факторы приводят к снижению стоимости судна и уменьшению эксплуатационных расходов. Кроме того, из-за уменьшения веса двигателей и сокращения запасов топлива следует ожидать некоторого уменьшения водоизмещения судна, что в свою очередь может дать дополнительный эффект по увеличению грузоподъемности судна.

3. ПРИМЕНЕНИЕ КАВЕРН НА ТРАНСПОРТНЫХ СУДАХ

На транспортных судах можно применять два варианта устройства для формирования каверн. Первый вариант (рис.1) представляет собой конструкцию из клиновидных наделок (kozyрьков) /1/, расположенных на наружной обшивке плоского днища. Козырьки служат для формирования каверн /4/. Со стороны бортов козырьки ограничены продольными килями. Необходимыми элементами устройства являются воздуходувка /2/ и система трубопроводов /3/, обеспечивающих подвод воздуха от воздуходувки к козырькам. Для повышения начальной остойчивости, для предотвращения перетекания воздуха с борта на борт в условиях бортовой качки и для улучшения условий докования на судне могут быть установлены несколько продольных килей.

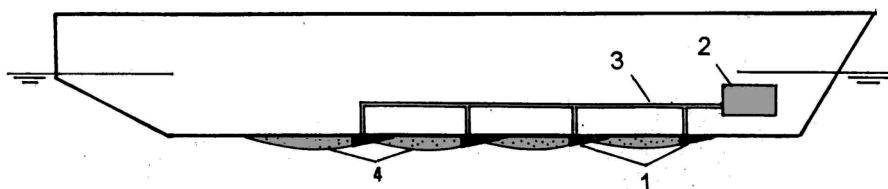


Рис. 1

Исследования по определению эффективности первого варианта устройства каверн выполнялись в период с 1961 по 1969 г. и были доведены до испытаний трех натуральных объектов. Их основные характеристики приведены в таблице 1. Согласно данным натуральных испытаний применение такого устройства позволяет уменьшить буксировочное сопротивление речного судна на 12~22% при энергетических затратах на подачу воздуха не превышающих 2~3%. Преимуществом первого варианта устройства является возможность его использования на уже построенном судне при его модернизации. К недостатку следует отнести наличие на днище выступающих частей, которые могут быть повреждены, а также приводят к увеличению осадки, что особенно важно для речных судов.

Учитывая эти недостатки, был разработан второй вариант устройства, которое позволяет создавать единую каверну с волновым профилем (рис.2). Основным элементом второго устройства является выемка /1/ в плоской части днища судна – ниша, носовая граница которой формируется поперечным реданом /2/. С боков ниша ограничена скегами /3/ и продольными килями /7/. В кормовой части выемка переходит в днище при помощи кормового свода /4/. Внутри ниши могут быть установлены продольные кили /6/ и поперечные реданы /8/, расположенные на определенном расстоянии друг от друга. Воздух в каверну подается от воздуходувки /9/ по системе трубопроводов /10/. Эта схема применяется на вновь строящихся судах. По сравнению с первой схемой она более эффективна и надежна.

Таблица 1

№	Проект	Назначение	LWL, м	B, м	T, м	D, т
1	461В	Речная баржа	84.5	14.0	3.2	3270
2	1787	Двухсекционный состав:				
		головная секция	96.0	14.0	3.5	8550
хвостовая секция	97.2	14.0	3.5			
3	507В	Грузовое моторное судно	135.0	16.5	3.2	6140

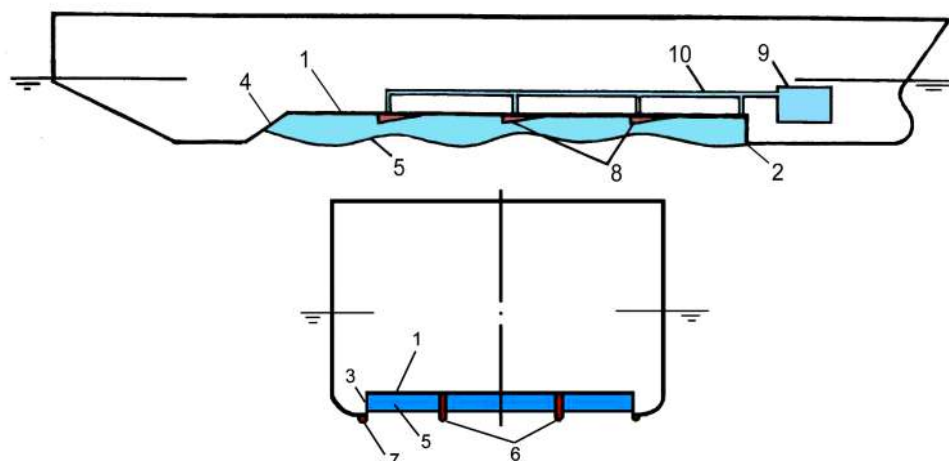


Рис. 2. Схема устройства для создания каверны с волновым профилем

Основные характеристики исследовавшихся объектов приведены в таблице 2. Из всего списка построена была только одна баржа пр. 81100 грузоподъемностью 1000 т. Натурные испытания баржи были проведены в 1988 году. Применения каверны с волновым профилем на транспортных судах позволяет уменьшить буксировочное сопротивление на 17~30 % при энергетических затратах на подачу воздуха не превышающих 2~3%. Следует признать, что указанный эффект будет снижаться при движении судна в условиях развитого морского волнения. Для крупного нефтерудовоза эффект практически исчезнет при волнении моря 5~6 баллов.

Наиболее интересной с практической точки зрения стала последняя работа, выполненная ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова совместно с ЦКБ «Балтсудопроект» (Санкт-Петербург), по разработке проекта судна класса река-море нового поколения. В качестве объекта исследования, на котором предполагалось внедрить каверну, было выбрано серийно строящееся судно проекта 01010, спроектированное ЦКБ «Вымпел» (Нижний Новгород). Основные характеристики корпуса даны в таблице 3.

Таблица 2

№	Проект	Назначение	LWL, м	В, м	Т, м	D, т
1	P168	Грузовое моторное судно	83.0	12.0	2.5	2 129
2	81360	Грузовое моторное судно	62.0	10.14	1.3	737
3	СК2000К	Грузовое моторное судно	67.93	14.0	1.82	1 502
4	81100	Речная баржа	69.6	14.0	1.6	1 498
5	16101	Судно река-море	79.8	11.4	2.5	1 807
6	01010	Судно река-море	128.2	16.5	4.2	7 510
7		Балкер	177.0	31.0	10.75	49 100
8		Нефтерудовоз	353.0	56.0	22.5	360 000

Таблица 3

Основные характеристики судна проекта 01010

	Морская осадка	Речная осадка
Длина наибольшая, м	128.2	
Длина между перпендикулярами, м	122.8	
Ширина максимальная, м	16.5	
Валовая вместимость, рег. т.	4960	
Контейнеровместимость, шт	267	
Мощность главного двигателя, кВт	2×918	
Осадка, м	4.20	3.60
Дедвейт, т	5010	3670
Проектная скорость	11.0 узл.	16.0 км/ч

В результате проведения расчетных, экспериментальных и проектных исследований был разработан проект судна, на днище которого создается устойчивая каверна, изолирующая от контакта с водой 45% площади смоченной поверхности корпуса. Внешний вид судна с днищевой выемкой показан на рисунке 3. При морской осадке, на скорости 11.0 узлов применение каверны позволяет снизить мощность главных двигателей на 21.8 %. При плавании в реке со скоростью 16.0 км/ч выигрыш

увеличивается до 26.5 %. Приведенные цифры уже учитывают энергетические затраты на создание каверны. Высокая эффективность каверны сохраняется в широком диапазоне скоростей и при ходе в балласте. В связи со значительным снижением требуемой мощности теперь на судне стало возможным установить два дизеля меньшей мощности по 720 кВт каждый (вместо 918 кВт), при этом уменьшается объем машинно-котельного отделения (его длина уменьшилась на 1.2 м, что позволило компенсировать потерянный объем трюмов), сокращается суточный расход топлива, уменьшается запас топлива, необходимый для обеспечения дальности плавания судна. Экономическая эффективность по перевозке груза должна составить более 12%.

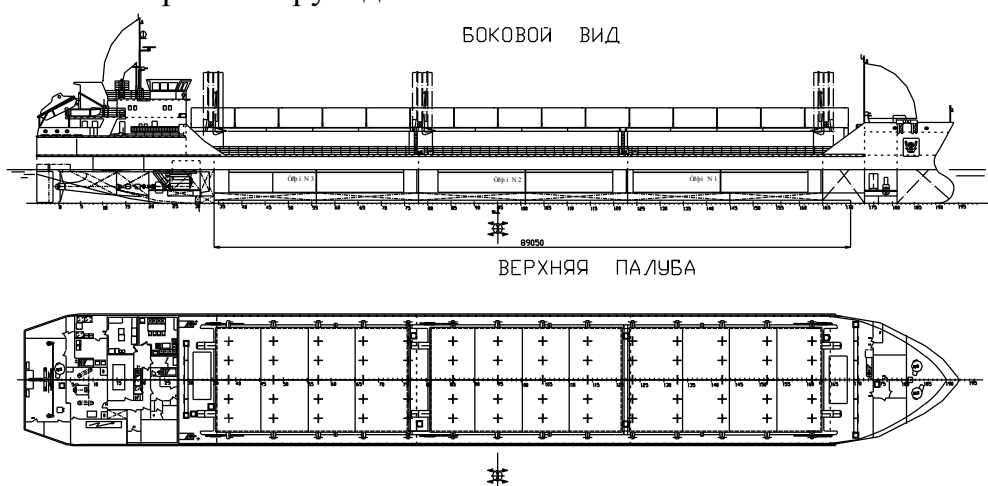


Рис.3 Общий вид судна проекта 01010

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Материалы статьи дают представление о современном состоянии исследований в области создания транспортных судов с искусственными кавернами. Опыт, накопленный в ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова, показывает, что наибольший экономический эффект можно получить применяя каверны на следующих типах судов.

1. Речные тихоходные транспортные суда и баржи, составы барж, а также суда типа река-море. Наибольший эффект можно получить на судах имеющих небольшую осадку и значительную длину цилиндрической вставки. На этих судах можно применять оба варианта устройства, т. е. и наделки на днище и днищевую выемку. Первый вариант целесообразно использовать на уже построенных судах и баржах во время их планового докования. После такой модернизации можно добиться экономии топлива на 12~20%. Применение второго варианта устройства возможно только на вновь строящихся судах и баржах. В этом случае экономия топлива может возрасти до 25%.

2. Речные тихоходные мелкосидящие пассажирские суда и круизные лайнеры. В этом случае более рационально использование каверн на вновь строящихся судах для повышения их экономичности, а не для увеличения скорости. Экономия топлива может составить 15-20%.

3. Крупные транспортные суда, такие как супертанкеры и балкеры. Выполненные проработки показали, что использование каверн на таких судах снижает расход топлива на 15-20%.

Следует отметить, что несмотря на сложность экспериментальной отработки обводов корпуса с каверной, эти работы увеличивают стоимость судна весьма незначительно. При переходе на строительство судов с каверной судостроительному заводу или верфи не требуется разработки специальных технологий, а также

приобретения дополнительного оборудования. Стоимость постройки судна возрастет не более чем на 1~2%. Если же на судне будут применены дизели меньшей мощности, то его стоимость станет ниже, чем аналогичного судна без каверн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Butusov A., Sverchkov A., Poustoshny A., Chalov S. State of Art in Investigation and Development for the Ship on the Artificial Cavity. - IWSH'99, China, 1999.
2. Sverchkov A. Perspectives of artificial cavity application aimed on resistance reduction of ocean/river ships. - Proceedings of Third International Shipbuilding Conference. St.Peterburg, Russia, 2002, p.p. 95-100.
3. Butuzov A., Sverchkov A., Poustoshny A., Chalov S. High Speed Ships on the Cavity: Scientific Base, Design Peculiarities and Perspectives for the Mediterranean Sea. - 5th Symposium on High Speed Marine Vehicles HSMV'99. Capri 24-26, March 1999.
4. Sverchkov A. New Type of Ocean Fast Speed Car/Passenger Ferries. - Conference Abstracts of 6-th International Conference for Shipbuilding, Shipping, Offshore Equipment & Support Vessels, Marine Engineering for the Continental Shelf and Ocean Developments (Neva 2001), St.-Petersburg, Russia, 2001, p.p. 130-132.
5. Jane's High Speed Marine Transportation, 2001-2002.
6. Sverchkov A., Poustoshny A. Air lifted catamarans or air cavity ship – Which is better? - Fast Ferry International, April 2003, p.p. 30-33.
7. Sverchkov A. Prospects of artificial cavities in resistance reduction for planing catamarans with asymmetric demihulls. - Proceedings of 8th International Conference on Fast Sea Transportation (FAST 2005). Saint-Petersburg, Russia, 27-30 June 2005.
8. Anosov V.N., Galoushina M.V., Poustoshny A.V., Prokhorov S.D., Rozhdestvensky S.O., Sverchkov A.V. Prospects Of Unconventional Hydrodynamic Configurations For Large High-Speed Marine Ships. - FAST 2003: 7th-10th October 2003, Ischia (Gulf of Naples), ITALY.
9. Cai Jinqi. Ship Resistance Reduction by Using Thin Layer of Air Film. - Shipbuilding of China 2000, Vol.41, No.3, p.p. 9-13.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ С РАЗЛИЧНЫМИ ПРЕГРАДАМИ

АФАНАСЬЕВ К.Е., д.ф.-м.н., профессор; РЕЙН Т.С., ассистент –
Кемеровский государственный университет (г. Кемерово, Россия)
keafa@kemsu.ru, rein@kemsu.ru

ВВЕДЕНИЕ

Для расчета неустановившихся течений вязкой жидкости создано большое число численных методов. Наибольшее распространение получили методы конечных разностей, конечных и граничных элементов, а также метод контрольных объемов. Данные методы принадлежат классу сеточных. Их сущность может быть описана следующим образом. В области изменения независимых переменных вводится сетка - дискретная совокупность узловых точек. Вместо функций непрерывного аргумента рассматриваются конечномерные сеточные функции, значения которых задаются в узловых точках сетки. Все эти методы обладают одним общим недостатком. На каждом временном шаге сетка, на которой строится решение, не теряет свою узловую связность, что, в свою очередь, при больших деформациях жидкости может быстро приводить к ее вырожденности.

С ростом производительности компьютеров развитие получили бессеточные методы, которые аппроксимируют уравнения в частных производных, основываясь только на наборе узлов, без знания дополнительной информации о структуре сетки. В таких методах отношение соседства частиц не фиксировано, то есть частицы, бывшие соседями в начальный момент времени, могут со временем расходиться друг от друга. Характерными представителями этой группы методов являются метод сглаженных частиц (SPH - Smoothed Particle Hydrodynamics) [11], полунеявный метод движущихся частиц (MPS - Moving Particle Semi-implicit) [10], метод Лагранжево-Эйлеровых частиц [5]. Данные методы позволяют достаточно точно воспроизводить кинематику течений, однако получение динамических характеристик, необходимых для расчета гидродинамических нагрузок, является трудоемкой задачей. К общим недостаткам бессеточных методов можно также отнести трудность введения граничных условий.

Эти обстоятельства заставили исследователей искать новые методы, сочетающие в себе идеи и возможности бессеточного подхода, но, вместе с тем, обладающие достоинствами сеточных методов. Первым из бессеточных методов нового поколения появился метод естественных соседей (Natural Element Method) [14]. Особенность метода NEM в том, что для стационарных задач он является обычным (классическим) методом Галеркина, то есть является сеточным. Для нестационарных задач, в которых применяется Лагранжев подход к описанию изучаемого процесса, на каждом шаге по времени по найденному на предыдущем шаге положению узлов строится новая сетка, определяющая новую структуру соседей для каждой узловой точки области. На вновь построенной сетке аппроксимированная система уравнений

снова решается методом Галеркина. В силу этого метод NEM сохраняет некоторые преимущества классического метода Галеркина, а именно простоту функций формы в области определения, непрерывность между элементами, легкость введения граничных условий. При этом имеет все достоинства бессеточных методов, так как функции формы метода естественных соседей зависят только от положения узловых точек. Поскольку метод естественных соседей представляет собой разновидность метода Галеркина, то для формирования дискретной системы уравнений используется метод взвешенных невязок с набором весовых функций, совпадающих с базисными. Интегралы берутся по элементам расширенной триангуляции Делоне [9]. Множество естественных соседей для каждого узла, а также узлы свободной границы на новом временном шаге определяются с помощью методов sweep line и α -share [4]. Для аппроксимации неизвестных функций используются функции формы Сибсона и Лапласа [13,3]. Полученная система линейных алгебраических уравнений после внедрения граничных условий решается методом сопряженных градиентов с предобуславливанием.

В настоящей работе приводятся результаты решения задач о колебаниях вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольном бассейне и об обрушении плотины. Определяются нагрузки на стенки расчетной области. [1].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ

Пусть в расчетной области D , ограниченной свободной поверхностью G_0 и твердыми границами G_1 , G_2 и G_3 , происходит движение вязкой несжимаемой жидкости, описываемое системой уравнений Навье-Стокса:

$$r \frac{Du_i}{Dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + m \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + r f_i, \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0. \quad (1)$$

Здесь $x(t) = x_i(t) = (x_1, x_2)$, $i, j = \bar{1}, \bar{2}$, по принятому правилу по повторяющемуся индексу проводится суммирование. В системе (1) искомыми функциями являются давление $p(x, t)$ и вектор скорости $u(x, t) = u_i(x, t) = (u_1(x, t), u_2(x, t))$. Параметрами будут плотность r , коэффициент динамической вязкости m и вектор массовых сил $f_i = (f_1, f_2)$.

На свободной поверхности G_0 выполняется динамическое условие $p(x, t) = p_{atm}$; так как жидкость вязкая, то на твердых стенках G_1 , G_2 , G_3 выполняется условие прилипания $u_i = 0$, $i = \bar{1}, \bar{2}$.

Дискретизация по времени. Для интегрирования системы уравнений (1) в методе естественных соседей используется метод расщепления (метод дробных шагов), предложенный в докладе [6] и описанный в работе [8] для интегрирования системы Навье-Стокса. Суть этого метода заключается в разбиении физического процесса на два: конвекцию-диффузию и вклад давления. На первом этапе в уравнении движения учитываются только конвективные члены, в результате чего выделяется фиктивная переменная $u^*(x, t)$ и записываются выражения для предиктора и корректора скорости.

$$u_i^* = u_i^n + f_i Dt + \frac{m}{r} \frac{\partial^2 u_i^{*+1/2}}{\partial x_j^2} Dt, \quad (2)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^* - \frac{Dt}{r} \frac{\nabla}{\nabla x_i} p^{n+1}. \quad (3)$$

Здесь $[u(x, t)]^{*+1/2} = 1/2[u^{n+1}(x, t) + u^*(x, t)]$, $Dt = t^{n+1} - t^n$ - шаг по времени. На втором этапе решается уравнение Пуассона на давление:

$$\frac{r}{Dt} \frac{\nabla}{\nabla x_i} u_i^* = \frac{\nabla}{\nabla x_j} \frac{\nabla}{\nabla x_j} p^{n+1}. \quad (4)$$

В соответствие с идеей метода расщепления алгоритм движения по времени метода естественных соседей состоит из следующих шагов.

I) определение границы области и построение интерполяционных функций;

II) вычисление предиктора скорости $u^*(x, t)$ из системы (2);

III) решение уравнения Пуассона (4) для определения давления $p^{n+1}(x, t)$;

IV) вычисление нового значения скорости $u^{n+1}(x, t)$ из уравнения (3) с учетом найденного на шаге IV давления;

V) вычисление нового положения узлов на $(n + 1)$ -ом временном шаге: $x(t)^{n+1} = x^n(t) + u^{n+1}(x, t)Dt$ и далее на шаг I.

СТАБИЛИЗАЦИЯ УСЛОВИЯ НЕСЖИМАЕМОСТИ

Одной из главных трудностей численного моделирования нестационарных уравнений Навье-Стокса является регуляризация условия несжимаемости. В описанном выше методе расщепления по пространственным переменным условие несжимаемости представлено уравнением Пуассона для давления (4). Для устранения нефизических осцилляций функции давления используется метод конечных приращений (Finite Increment Calculus [12]).

Устойчивость решения системы Навье-Стокса методами, основанными на методе Галеркина, обеспечивается выбором конечно-элементных пространств для скорости и давления: степени интерполяционных полиномов компонент вектора скорости и давления должны удовлетворять условию Ладыженской-Бабушки-Бреззи (ЛББ). В данной работе для аппроксимации функции давления в уравнениях (4) и (3) использовались линейные базисные функции (функции формы расширенной интерполяции Лапласа), для аппроксимации компонент вектора скорости – квадратичные базисные функции (функции формы Сибсона). Построение такого обобщенного метода естественных соседей (GNEM - General Natural Element Method) приводит к удовлетворению условий ЛББ для совместной аппроксимации, что гарантирует невырожденность решения.

ТЕСТОВЫЕ РАСЧЕТЫ

Тестирование обобщенного метода естественных соседей представлено в работе [2]. В настоящей работе применимость GNEM для моделирования течений вязкой несжимаемой жидкости демонстрируется на решении задачи о колебаниях жидкости в прямоугольном бассейне и определении нагрузок на стенки бассейна.

Задача формулируется следующим образом. В расчетной области $D: x \in [0; p]$, $y \in [0; 1 + 0,25 \cos(x)]$ под действием силы тяжести происходит движение жидкости. В начальный момент времени распределение поля скоростей $u(x, 0) =$

0. Моделирование колебаний движения жидкости проводилось для различных значений числа Рейнольдса: $Re = 400$, $Re = 10000$, $Re = 50000$. Выбранное в начальный момент времени возвышение жидкости не приводит к образованию нелинейных режимов движения, при которых происходит формирование и дальнейшее обрушение волновых структур. Профили свободной границы, а также значения гидродинамических нагрузок, создаваемых идеальной жидкостью на твердых стенках, сравнивались с результатами, полученными комплексным методом граничных элементов для потенциальной модели идеальной жидкости [1].

Расчет методом GNEM проводился для различного числа узлов расчетной области. Для расчетов, представленных на рис. 1, в методе GNEM использовалось 3220 узлов области, из них на жесткой границе - 209, на свободной - 105. Число узлов на свободной границе области в методе КМГЭ также было выбрано равным 105. Шаг по времени в методе GNEM переменный, выбирался из условия [1] $\Delta t = \min_x \{s / |u(x, t)|\}$, $s = \min_{i/j} |x_j - x_i|$ - минимальное расстояние между узлами расчетной области.

Одним из важнейших преимуществ метода естественных соседей перед классическими сеточными методами является возможность численного моделирования течений, сопровождающихся большими деформациями расчетной области. Для получения моментов обрушения расчетная область задавалась следующим образом: $D: xO[0; p]$, $yO[0; 2 + 1,1\cos(x)]$. Решение задачи осуществлялось методами GNEM и КМГЭ для числа узлов области 3690, из которых 145 узлов принадлежат свободной границе, 254 – твердой. Шаг по времени также выбирался переменным. Комплексный метод граничных элементов позволяет проводить моделирование лишь до момента соприкосновения гребня волны с подошвой. Дальнейший расчет становится невозможен вследствие нарушения связности области.

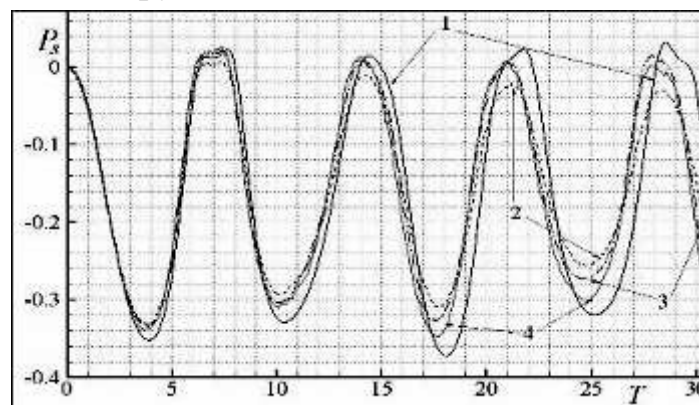


Рис. 1 Кривые динамических нагрузок P_s на левой стенке области в зависимости от времени t (сек). 1) – метод КМГЭ, 2)-4) – GNEM: $Re = 400, 10000, 50000$

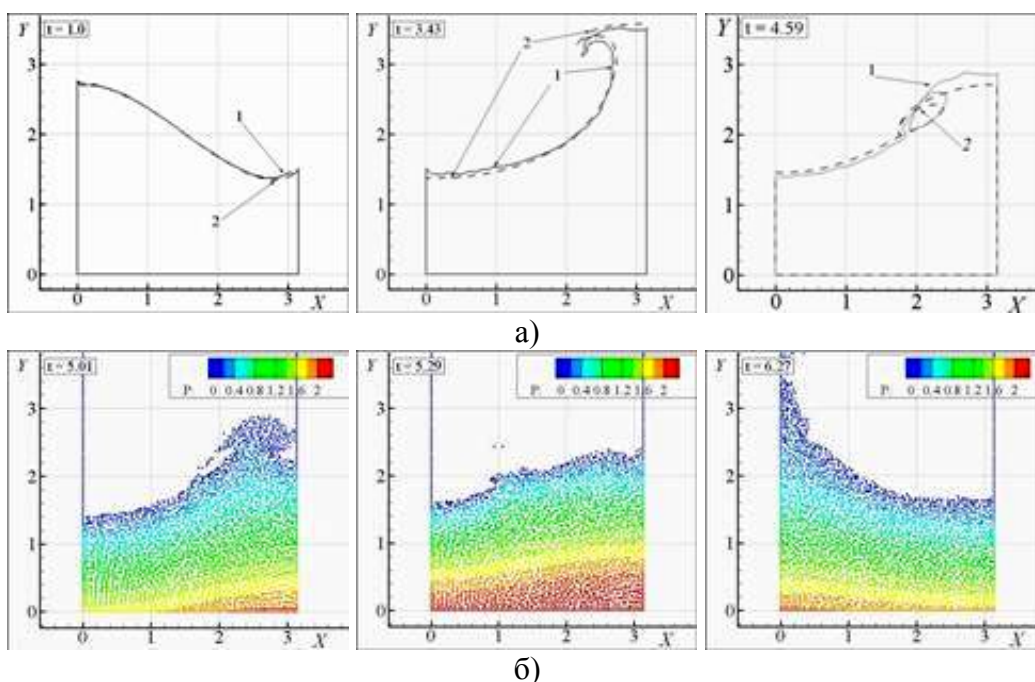


Рис. 2. а) профили свободной границы;
 б) картина течения после момента обрушения

Обобщенный метод естественных соседей позволяет проводить моделирование течений, сопровождающихся сильными деформациями расчетной области. На рис. 2,а приведено сравнение профилей свободной границы, полученной различными методами. Результаты сравнения показывают достаточно точное совпадение профилей границ. Наибольшее расхождение соответствует моменту времени непосредственно перед обрушением гребня волны. Момент соприкосновения гребня волны с подошвой происходит для разных методов в разные моменты времени: для GNEM – $t = 4,53$ сек, для КМГЭ – $t = 4,61$ сек. На рис. 2,б приведены картины течения после моментов обрушения.

На рис. 3 приведены хронограммы динамических нагрузок, создаваемых вязкой и идеальной жидкостями на правой и левой вертикальных стенках: кривая 1 (сплошная) расчет методом GNEM, кривая 2 (пунктирная)– КМГЭ. Значения нагрузок после момента обрушения получены методом GNEM. Для контроля консервативности метода GNEM в течении всего расчета проводилась проверка закона сохранения полной энергии системы. К концу расчета относительное отклонение энергии не превосходило 0,93 %.

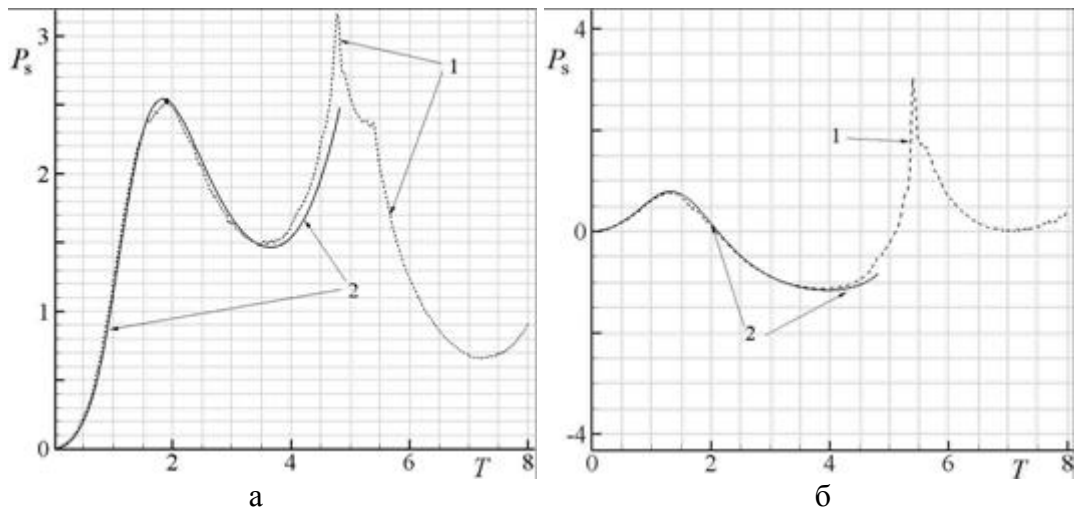


Рис. 3 Динамическая нагрузка. а) на правую стенку; б) на левую стенку

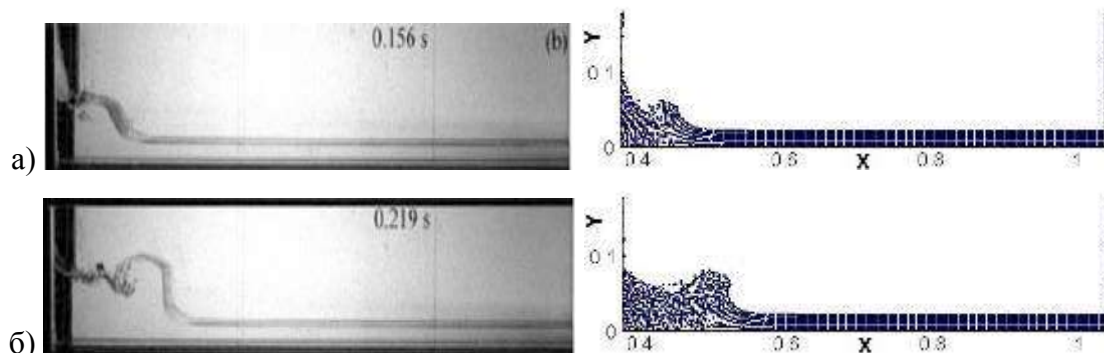
ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ

Рассматривается задача о разрушении плотины при наличии слоя жидкости на основании. Расчетная область состоит из бассейна с ровным дном и твердыми непроницаемыми стенками, заполненного однородной вязкой несжимаемой жидкостью и разделенного в начальный момент времени тонкой непроницаемой перегородкой, создающей перепад уровня жидкости. В начальный момент времени перегородка начинает равномерно двигаться вверх с заданной скоростью, формирующийся при этом столб жидкости с нулевым начальным вектором скорости начинает обрушаться под действием силы тяжести. В таблице 1 приведены значения параметров расчета поставленной задачи. Шаг по времени выбирался переменным.

Таблица 1

Параметры задачи

Параметр	Значение	Размерность
Скорость перегородки плотины	1,5	м/с
Плотность жидкости	1000	кг/м ³
Коэффициент динамической вязкости	$3,2 \cdot 10^{-2}$	кг/м ^с
Сила тяжести	9,8	м/с ²
Высота слоя жидкости при основании	$1,8 \cdot 10^{-2}$	м
Высота столба жидкости в левом бьефе	0.15	м
Ширина столба жидкости	0.38	м



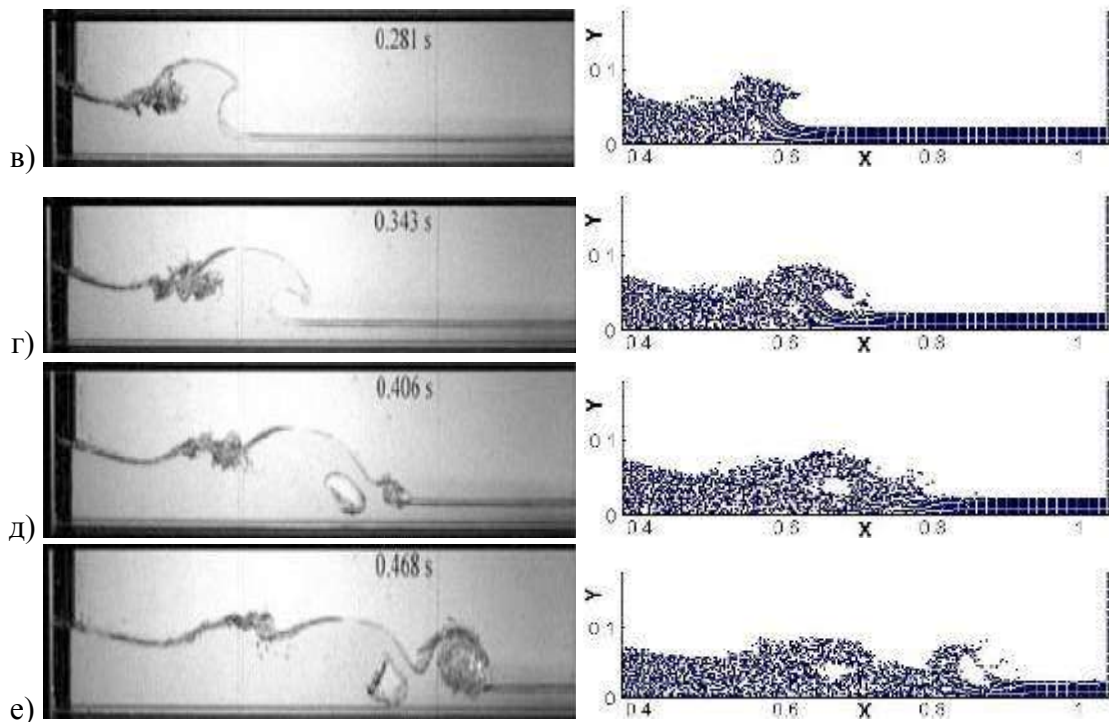


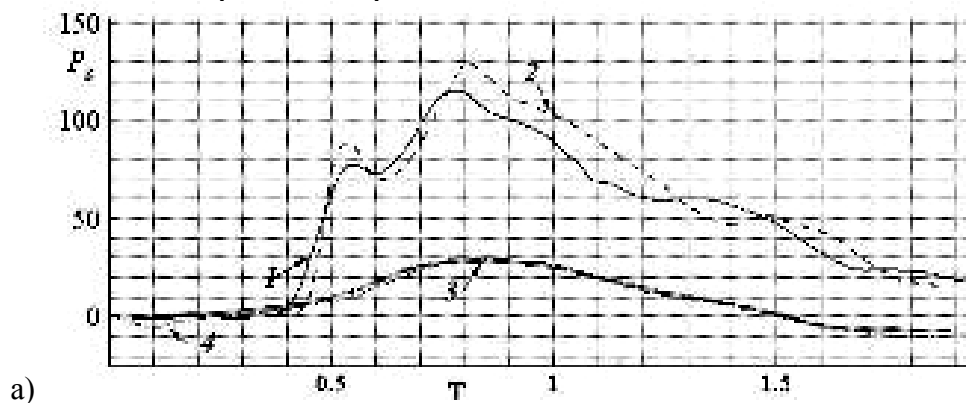
Рис. 4. Сравнение результатов работы авторов с экспериментальными данными в моменты времени: а) $t = 0,156$ с.; б) $t = 0,219$ с.; в) $t = 0,281$ с.; г) $t = 0,343$ с.; д) $t = 0,406$ с.; е) $t = 0,468$ с.

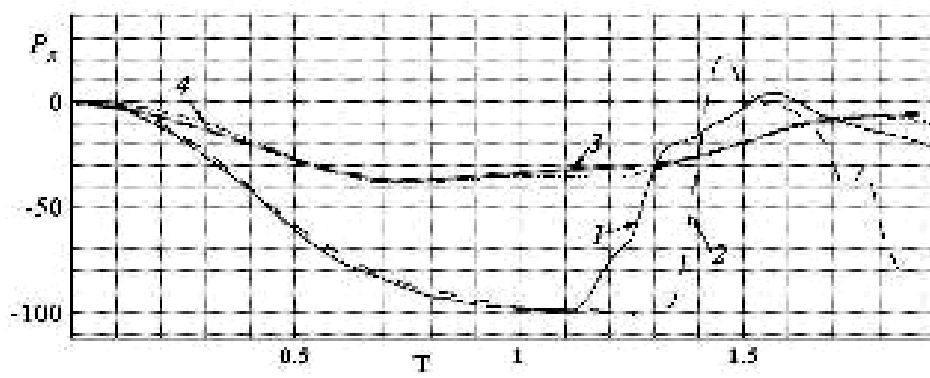
Слева - экспериментальные данные, справа - текущие расчеты

На рис. 4 приводится сопоставление расчетов об обрушении плотины с экспериментом. Данные эксперимента были взяты из работы [7]. К концу расчета относительное отклонение энергии не превосходило 0,86 %.

ВЫЧИСЛЕНИЕ НАГРУЗОК

В ходе расчета было получено распределение поля давления, которое позволяет определить значения гидродинамических нагрузок на вертикальные стенки области. Для различных значений параметра h (высота слоя жидкости при основании) вычислялись нагрузки на правую вертикальную стенку бассейна. На рис. 5 приведены хронограммы нагрузок на вертикальные границы области для значений $h = 0,018; 0,038; 0,09$ и $0,12$ м соответственно на правой рис. 5а и левой рис. 5б вертикальных стенках области.





б)
Рис. 5. Хронограммы гидродинамической нагрузки на вертикальных стенках области. Для значений $h = 0,018$ м (номер 1), $0,038$ м (номер 2), $0,09$ м (номер 3), $0,12$ м (номер 4): а - правая стенка области; б - левая стенка области

При $h = 0,12$ м толщина слоя практически соответствует высоте столба жидкости и выбрана эмпирически на основе проведенной серии расчетов. Такая высота слоя при основании соответствует картине течения, при которой для заданной длины бассейна не нарушается связность области и не возникают моменты обрушений. Соответственно график нагрузок для $h = 0,12$ м наиболее гладкий и имеет наименьшее число экстремумов в отличие от хронограмм нагрузок для других значений толщины слоя при основании. При значении высоты столба $h = 0,09$ м момент обрушения свободной границы возникает уже после отката образующейся в результате разрушения плотины волны излива, поэтому на хронограмме максимальное значение нагрузки лежит ниже по сравнению с режимами, для которых моменты обрушений возникают до наката волны излива на вертикальную стенку. Можно отметить, что расчетные хронограммы нагрузок на правую стенку имеют два локальных максимума. Однако, первый максимум имеет меньшее значение, чем второй, и возникает в следствие наката на стенку слоя жидкости справа при основании плотины. Сама волна, формирующаяся при обрушении плотины достигает правой вертикальной стенки значительно позднее, уже после отката от стенки жидкости при основании плотины. Отсюда можно видеть второй, наибольший по значению, максимум нагрузки. При дальнейшем откате волны от правой стенки нагрузка на ней начинает убывать.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе представлен обобщенный метод естественных соседей, позволяющий проводить численное моделирование задач динамики вязкой несжимаемой жидкости со свободными границами на всех этапах вычислительного эксперимента, включая этапы сильно нелинейного поведения течения с образованием многосвязности расчетной области. Характерной особенностью метода является возможность расчета давления жидкости в области и на границе, которое в дальнейшем может быть использовано для получения значений динамических нагрузок, создаваемых жидкостью на твердых стенках области.

Развитие условно-бессеточных численных методов, а именно метода естественных соседей является важной и актуальной задачей для

моделирования течений вязкой несжимаемой жидкостей, что дает возможность получать решение новых задач со свободными границами, решение которых традиционными методами или весьма затруднительно, или вообще невозможно. (120,130) (20,50) (20,0) (15,95) а) (15,35) б)

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев К.Е. КМГЭ для решения плоских задач гидродинамики и его реализация на параллельных компьютерах: учеб. пособие / К.Е. Афанасьев, С.В. Стуколов. - Кемерово: Изд-во КемГУ, 2001. - 206 с.
2. Афанасьев К.Е., Карабцев С.Н., Рейн Т.С., Стуколов С.В. Метод естественных соседей на основе интерполяции Сибсона // Вестник Томского государственного университета: ТГУ, 2006. №19. С.210–219.
3. Беликов В.В. Несибсоновская интерполяция – новый метод интерполяции значений функции на произвольной системе точек / В.В. Беликов, В.Д. Иванов, В.К. Конторович, С.А. Коротник, А.Ю. Семенов // Вычислительная математика и математическая физика. - 1997. - Т. 37, №1. - С. 11–17.
4. Карабцев С.Н. Эффективный алгоритм генерации конечноэлементной сетки для метода естественных соседей / С.Н. Карабцев, С.В. Стуколов // Материалы III международной научной летней школы <<Гидродинамика больших скоростей и численное моделирование>>. Кемерово: ИНТ, 2006. - С. 401–409.
5. Франк А.М. Дискретные модели несжимаемой жидкости / А.М. Франк. - М: Физматлит, 2001. – 208 с.
6. Яненко Н.Н. Об экономичных неявных схемах (метод дробных шагов) / Н.Н. Яненко // Доклад АН СССР, 1960. –Т. 134, 5 с.
7. Alejandro J. S. Crespo Effect of wet bottom on dam break evolution // SPH European research interest community SIG. 2007. Vol. 6. P. 3.
8. Chorin A. Numerical solution of the Navier-Stokes equations / A. Chorin // Math. comp, 1968. –Vol. 22. – P. 745–762.
9. Farin G. Surfaces over Dirichlet tessellations / G. Farin // Computer Aided Geometric Design. - 1990. - Vol.7. - P. 281-292.
10. Koshizuka S. A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation / S. Koshizuka, H. Tamako, Y. Oka // Computational Fluid Dynamics Journal, 1995. – Vol. 4, №1. – P. 29–46.
11. Monaghan J. Smoothed particle hydrodynamics / J. Monaghan // Ann. Rev. Astron and Astrophysics, 1992. – № 30. – P. 543–574.
12. Onate E. A stabilized finite element method for incompressible viscous flows using a finite increment calculus formulation / E. Onate // Comput. meth. appl. mech. eng, 2000. – Vol. 182, № 1-2. – P. 355–370.
13. Sibson R. A brief description a natural neighbor interpolation / R. Sibson // Interpret multivariate data, 1981. – Chichester: John Wiley. – P. 21–36.
14. Sukumar N. The natural element method in solid mechanics / N. Sukumar, B. Moran, T. Belytschko // Int. J. Num. Methods Eng., 1998. – Vol.43, № 5. – P. 839–887.

SOFTWARE FOR DESIGNING THE SUPERCAVITATING VEHICLES

SEMENENKO Volodymyr N. –

National Academie of Sciences of Ukraine, Institute for Hydromechanics
8/4, Zhelyabov str., 03680 Kyiv-180, Ukraine
Semenenko@ipnet.kiev.ua

ABSTRACT

*The paper presents an overview of various problem arising when designing the high-speed underwater vehicles. The features of designing the launched “small” supercavitating models and the self-propelled “big” supercavitating vehicles are considered. The examples of investigation of some named problems using the new versions of **SC_Design** and **ACAV** software developed at the IHM of NAS of Ukraine are presented.*

INTRODUCTION

As is known, the supercavitation (SC) flows underwater have a number of specific peculiarities. Rational designing the SC-vehicles is impossible unless the well understanding these processes. We have generalized a great experience of theoretical and experimental investigations of the SC-flows when developing the **SC-Design, Version 2.5** software for designing SC-vehicles and computer simulation of the SC-vehicle motion, where the latest version of the **SCAV** and **STAB** programs [1, 2] are coupled. In this software to calculate a shape of unsteady supercavities the approximation mathematical model is applied based on the known *Logvinovich*'s principle of independence of the cavity section expansion [3, 4]. The various relations agreed with experimental data [5–7] are used as well. Motion of SC-models is computed by numerical integrating a set of differential equations of the body dynamics, also relations for forces acting onto the model at interaction between the model and the cavity walls are used. In this paper, an overview of various problem arising when designing the high-speed underwater vehicles is given. The examples of investigation of some named problems with the **SC_Design** software are presented.

1. PROBLEM OF SC-VEHICLE DESIGNING

From the viewpoint of designing, it is convenient to divide two classes of the high-speed underwater bodies: the launched “small” ones ($L \approx 0.1 \div 1.0$ m, $V_0 \approx 1000$ m/s), and the self-propelled “big” ones ($L \approx 5 \div 50$ m, $V \approx 100 \div 200$ m/s). In both cases the models move underwater in the natural supercavitation regime.

The launched “small” SC-models should be designed with consideration of the following basic requirements: 1) the model must be sufficiently strong for taking a starting accelerating impulse of a launching device and an impact load at the water entry as well; 2) the model must stably fly desired distance in the supercavitating regime with a minimal deviation; 3) desired value of the model speed and/or the kinetic energy at the end of distance must be retained.

The self-propelled “big” SC-vehicles must fly the desired distance along the desired trajectory with the established average velocity. In this case besides the cavitator diameter, the model shape and mass, the parameters of the propulsor and the control performance should be designed.

All calculations necessary for the hydrodynamic design of both the “small” and “big” models may be performed with the **SC_Design** software.

2. THE “SC_DESIGN” SOFTWARE

The **SC_Design** software is intended to calculate a shape of the unsteady supercavities and the velocity variation of the “small” and “big” high-speed SC-models moving on inertia or under thrust of an

acting propulsor. In the **SC_Design, Version 2.5** software (the short name is **SCD25**), the modules of the **SCAV** and **STAB** programs [1, 2] have been coupled. The **SCAV** modules serve to calculate the rectilinear motion of axisymmetric SC-models in the axially symmetric flow. The **STAB** modules serve for computer simulation of the SC-model dynamics.

It is supposed that “small” models start on the depth H_0 with the velocity V_0 under the angle γ to the horizon and then move in the natural supercavitation regime. If there are starting perturbations of the pitch angle ψ_0 and angular velocity ω_0 , then the model position in the cavity is asymmetric and unsteady, and the flight path deviates from a straight line.

The “big” models start horizontally on the depth H under thrust of propulsor. In the **STAB** modules the flight path of the “big” models may deviate from a straight line.

Basing on the accepted mathematical model we have developed the “fast” calculation algorithms which make it possible to perform computer experiments “in real time”.

3. PROBLEM

OF SELF-PROPELLED SC-VEHICLE SPEEDING-UP

The practical application of the SC motion regime for attaining the very high speed of the self-propelled underwater vehicles requires solving a number of difficult technical problems. The main problem consists in that a SC-vehicle must overcome the very high hydrodynamic drag when it is accelerated from the start to the time when the vapor supercavity is formed. During acceleration, it moves sequentially in the non-separated flow regime, in the partial cavitation regime, and finally in the planing SC regime.

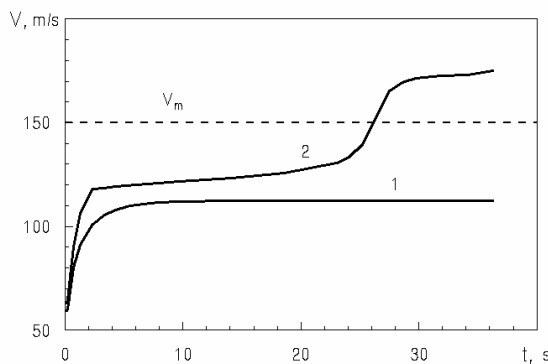


Fig. 1: History of the vehicle velocity at the steady thrust: 1 – $F_{pr} / F_m = 1$; 2 – $F_{pr} / F_m = 1.324$

The **SC-Design** program makes it possible to design the model shape and the cavity dimensions for the most energy conserving marching motion. For example for the “standard” SC-vehicle model having the length $L = 7$ m and the cavitator diameter $D_n = 100$ mm moving on the depth $H = 15$ m with the marching velocity $V_m = 150$ m/s, the propulsor thrust must be $F_m = 83$ KN, and the towing power $P_m = 12.5$ MW. The supercavity length during the steady marching motion is $L_{cm} = 8.71$ m.

Fig. 1 shows time dependence of the “standard” SC-vehicle model velocity during the acceleration when the thrust F_{pr} is fixed. The curve 1 was obtained at $F_{pr} = F_m$. As is seen, in this case the marching value V_m is not achieved. The obtained balanced values $L_c = 4.93$ m, $V = 112.5$ m/s correspond to the partial cavitation regime. If the thrust increases (curve 2), than we come to the balanced values of V exceeding their marching values L_{cm} and V_m . Besides, one can see from the graph that the acceleration to the balanced velocity with the mid-flight engine occurs during the long time interval about 10–30 s. In this case much fuel is consumed for the vehicle acceleration, and the total range decreases.

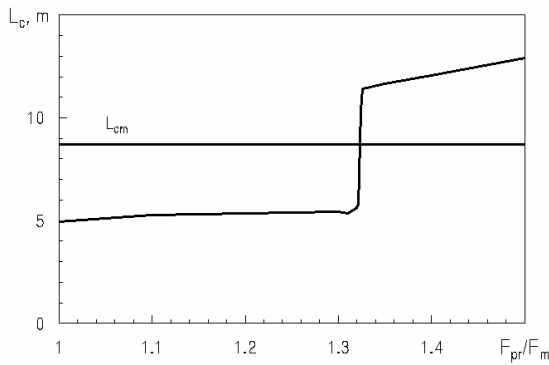


Fig. 2: Final cavity length at the “standard” vehicle model speeding-up under various thrust

Fig. 2 shows dependence of the final cavity length on the propulsor thrust after the vehicle acceleration. As is seen, the step-wise passage from the partial cavitation regime to the supercavitation occurs when the thrust increases. After that we come to uneconomical flow regimes $L_c > L_{cm}$, $V > V_m$.

Thus, it is impossible to come to the marching regime using the mid-flight engine with fixed thrust. In practice, the additional starting engine should be used for both the marching parameters achievement and the start time reduction. It must give high thrust $F_{st} \gg F_m$ during short time $t_{st} \approx 0.1 \div 0.5$ s. The high-

energy fuels with short combustion time, e.g. a gun-powder, are used for the starting engine [8].

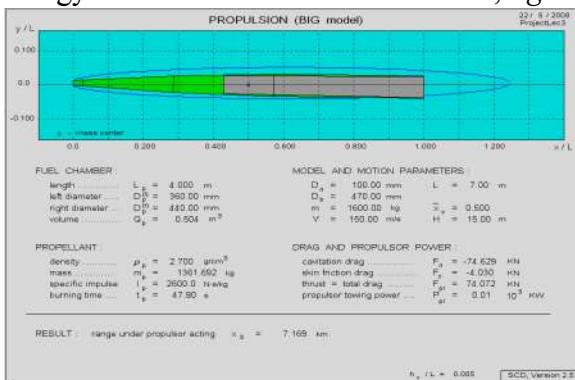


Fig. 3: The function “Steady / Propulsion”

characteristics of the rocket motor and fuel in the SC-vehicle steady-state horizontal motion (see Fig. 3).

The analysis [8, 9] has shown that only the rocket motors and the gas-turbine engines may be applied as the mid-flight engines for the SC-vehicles. They have to use hydro-reacting fuels with the very high specific impulse, for example aluminium or magnesium. A number of questions of the SC-vehicle propulsion are considered in the *Yu. Savchenko's* papers [9, 10].

The menu function “Steady / Propulsion” makes it possible to estimate the required propulsive

4. STABILIZATION OF SELF-PROPELLED SC-VEHICLE MOTION

A self-propelled SC-vehicle may have the positive or negative residual buoyancy. In the SC-vehicle steady horizontal motion on the depth H , it must be compensated by the hydrodynamic force F_{ny} created by inclination of the cavitator on the angle δ , and by the lift F_{sy} at planing the SC-vehicle tail on the cavity wall in the planing regime, or by the lift F_{by} on the SC-vehicle hull in the partial cavitation regime. In the partial cavitation regime, the hydrostatic *Archimedes* force F_A acts onto the SC-vehicle as well. The additional transversal force and moment can be obtained by deflection of the thrust vector \vec{F}_{pr} on the angle θ . In the steady-state motion, the sum of the vertical components of all these forces must be equal to the SC-vehicle weight, and the summary moment of forces relative to the SC-vehicle mass center must be equal to zero.

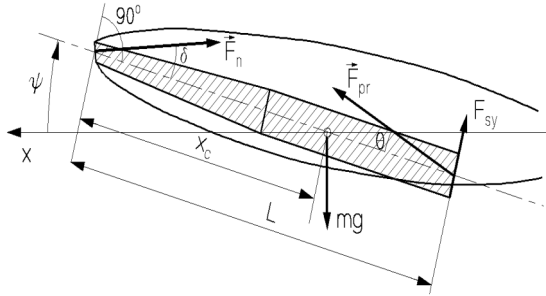


Fig. 4: Scheme of forces acting on a SC-vehicle in the planing regime

In case of the planing regime (see Fig. 4), the set of equations of the SC-vehicle balance has the form:

$$\begin{aligned} F_{pr} \cos(\theta + \psi) - F_{nx0} &= 0, \\ F_{ny0} + F_{sy} \cos \psi + F_{pr} \sin(\theta + \psi) - mg &= 0, \\ F_{ny} x_c - (F_{sy} + F_{pr} \sin \theta)(L - x_c) &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

where F_{nx0} and F_{ny0} are components of the force on the cavitator in the flow coordinate system; F_{ny} and F_{sy} are projections of the forces in the body coordinate system.

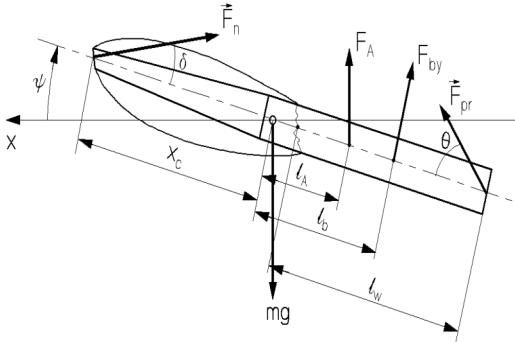


Fig. 5: Scheme of forces acting on a SC-vehicle in the partial cavitation regime

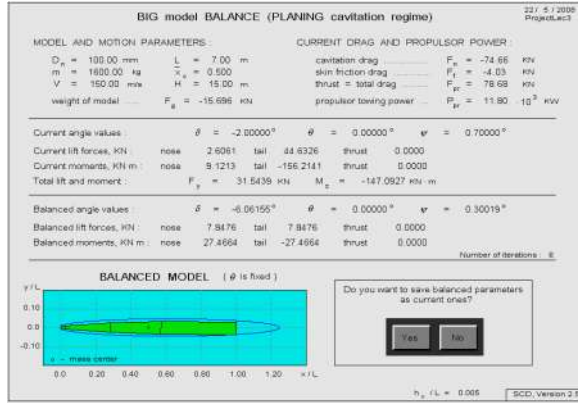


Fig. 6: The function "Steady / Balance"

In case of the partial cavitation regime (see Fig. 5), the set of equations of the model balance has the form:

$$\begin{aligned} F_{pr} \cos(\theta + \psi) - F_{nx0} - F_f \cos \psi &= 0, \\ F_{ny0} + F_{by} \cos \psi + F_A + F_{pr} \sin(\theta + \psi) - mg &= 0, \\ F_{ny} x_c - F_{by} l_b - F_{pr} \sin \theta (L - x_c) - F_A \cos \psi l_A &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

where l_b and l_A are arms of the forces F_{by} and F_A relatively to the model mass center x_c . In the **SC_Design** software, the balanced values of three angles δ^* , θ^* , and ψ^* are founded automatically by the iteration process (see Fig. 6).

5. EQUATIONS OF SC-VEHICLE DYNAMICS

In the **SC_Design** software, the investigation of the SC-vehicle dynamics is performed by the numerical integration of the set of equations which include:

- 1) the differential equations of a rigid body six-degree-of-freedom dynamics;
- 2) the equations to calculate an unsteady supercavity shape and its position;
- 3) the equations connecting hydrodynamic forces and moments acting on a SC-vehicle with the supercavity parameters and the vehicle motion parameters.

The general 3D-motion of SC-vehicle may be divided on the longitudinal motion in the vertical plane and the lateral motion (the rotation between the x_1 -axis and y_1 -axis and the motion to the z_1 -axis direction, see Fig. 7).

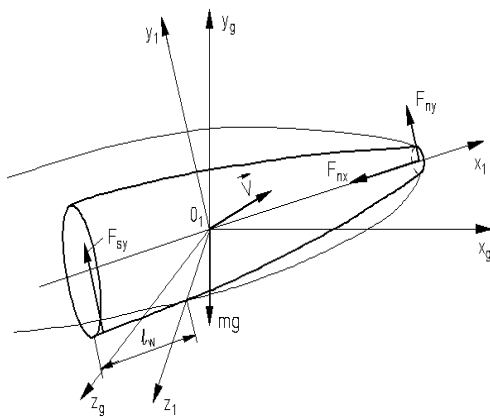


Fig. 7: Scheme of a SC-model in the planing motion regime. Body and semi-body coordinate systems

The longitudinal and lateral motions may be considered independently if the inertial and hydrodynamic connections between these motions are insignificant. This is valid for SC-vehicle if $\omega_x = 0$ or if the cavitator slope is absent $\delta = 0$.

In dependence on the mutual sizes and mutual positions one can select four main regimes of the SC-vehicle motion. For each of regimes the calculation of the hydrodynamic forces and moments in the right parts of the dynamic equations has characteristic peculiarities.

1) Steady high-speed supercavitation regime is characteristic for the free inertial motion of the “small” SC-models at the very high velocities $V > 300$ m/s without perturbations. In this case the model is completely located within the cavity, and only the cavitator contacts with water with the cavitation drag F_{nx} . However, this regime is rarely realized in practice owing to presence of starting perturbations.

2) The non-steady ricocheting regime is characteristic for the same conditions as for the *a* regime, but at presence of starting perturbations. In this case the model oscillates within the supercavity and periodically interacts by its tail with the opposite cavity walls [11]. In this case in addition to the cavitation drag F_{nx} the unsteady transversal force $F_{ny}(t)$ arises on the cavitator owing to turning the model axis, and the unsteady planing force with alternating signs $F_{sy}(t)$ periodically arises on the model transom. As we have shown theoretically and experimentally, such motion regime may be stable “as a whole” or unstable [11, 12].

3) The planing regime, when the SC-vehicle is planing by its tail along the supercavity boundary. This regime is characteristic for motion of the “big” self-propelled SC-vehicles at moderate velocities $V = 100 \div 200$ m/s. In such scheme the model gravity mg is compensated by the lift F_{ny} created on the cavitator and by the transom planing force F_{sy} , which must be balanced in the steady-state motion.

4) The partial cavitation regime, when the supercavity length is less than the body length. This regime is characteristic for motion of the “big” SC-vehicle at comparatively not high velocities $V < 100$ m/s. In such motion regime the supercavity is closed on the SC-vehicle body, and the transom part

of the body is wetted by water. In this case in addition to the cavitation drag F_{nx} the strong friction drag F_{bx} acts on the body. If the SC-vehicle moves at the angle of attack, then the transversal force F_{by} arises on the wetted body part. In the case of the steady-state motion all the forces and moments must be balanced.

In the **SC_Design** software, all these forces and moments are calculated with accuracy sufficient for practice. The cavitation drag of a inclined disk cavitator is [3]

$$|\vec{F}_n| = F_{n0} \cos(\delta + \alpha) \cos \beta, \quad (3)$$

where δ is the cavitator slope angle; α is the angle of attack; β is the slide angle; F_{n0} is the cavitation drag when $\delta = \alpha = \beta = 0$. Then the force components are calculated in the body coordinate system by formulae:

$$\begin{aligned} F_{nx} &= F_{n0} \cos(\delta + \alpha) \cos \delta \cos \beta, \\ F_{ny} &= F_{n0} \cos(\delta + \alpha) \sin \delta \sin \beta, \\ F_{nz} &= F_{n0} \cos(\delta + \alpha) \sin \delta \sin \beta. \end{aligned} \quad (4)$$

The *Paryshev's* formulae [13-15] are used for calculating the force of the SC-vehicle planing along the cavity walls \vec{F}_s . The method of plane sections [3] is used for calculating the force \vec{F}_b in the partial cavitation regime.

6. DYNAMICS AND STABILITY OF SC-MOTION

Computer simulation with the **SC-Design** software confirms that a basic mechanism of the “small” SC-model free motion stability is their self-stabilization by hydrodynamic interaction of the model tail with the cavity walls [11, 12].

It gives a method of varying the model shape and its construction to increase the motion stability for specified starting perturbations. For a well-designed model, the **SC_Design** simulation allows predicting a level of starting perturbations when the trajectory deviation will be admissible, *i.e.* determining requirements to a launching device. Fig. 8 and Fig. 9 show views of a computer screen when performing two functions for investigation of the “small” model dynamics.

The menu function “Range” serves for serial computation of the “small” model motion range in dependence on the cavitator diameter D_n , the cavitator slope angle δ , the initial depth H_0 , the angle γ of launching the model, the initial perturbation of the pitch angle ψ_0 and the starting angular velocity ω_0 (see the example in Fig. 10).

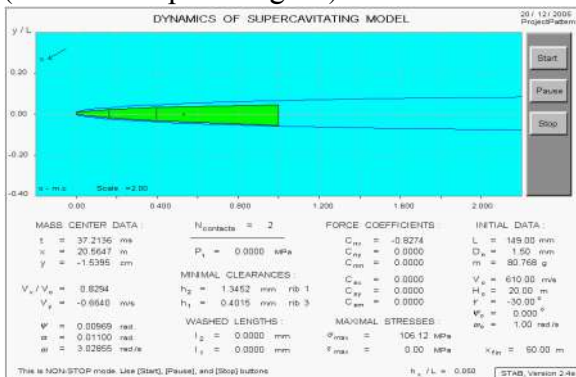


Fig. 8: The function “Dynamics / Testing” For “small” model

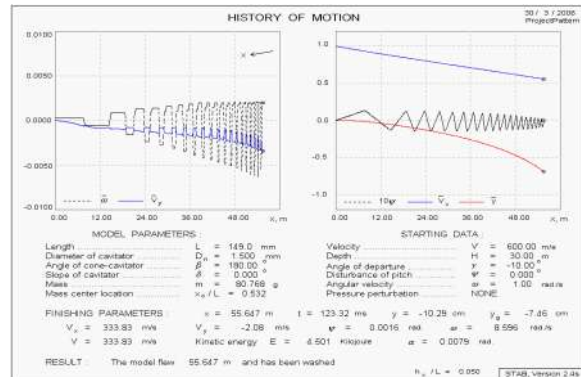


Fig. 9: The function “Dynamics / History” for “small” model

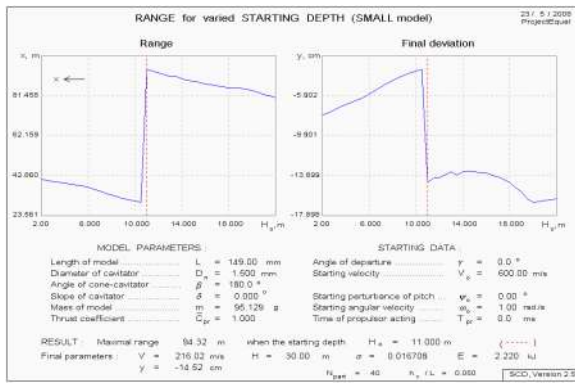


Fig. 10: The function “Range / Starting Depth”

areas of the stable and unstable motion on the planes of the various motion parameters, for example (H, ω_0) [2, 16].

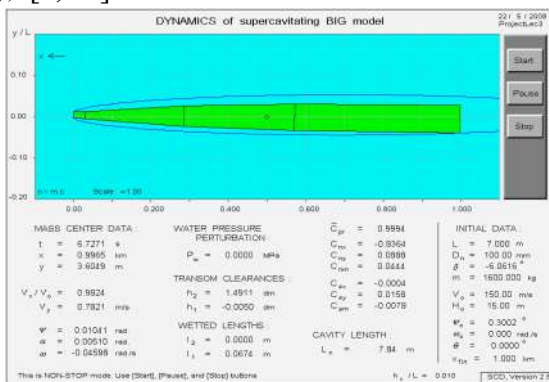


Fig. 11: The function “Dynamics / Testing” for “big” model

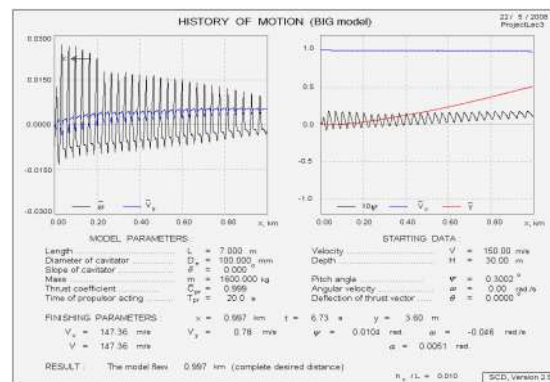


Fig. 12: The function “Dynamics / Portraits” for “big” model

Fig. 11 and Fig. 12 show views of a computer screen when performing three functions for investigation of the “standard” SC-vehicle model dynamics. In this case, the permanent propulsor thrust is equal to the total drag when $t = 0$. As a result we obtain a stable motion, but the motion depth decreases. In the general case it is necessary to introduce the additional control force in the calculation to keeping the fixed motion depth.

The computer simulation shows that the self-propelled SC-vehicles moving in the planing regime usually oscillate within the cavity. In this case the oscillation amplitude may both damp and increase. As a rule, to save horizontal stable “as a whole” motion of SC-vehicle it is necessary to use additionally an active control.

7. SOME PROBLEMS OF CONTROL AND MANEUVERING

Keeping stability and control of the self-propelled SC-vehicle motion realize by creation of lateral forces on asymmetric cavitators or/and with the operating controls as the cavity-piercing fins and rudders which work as SC-hydrofoils. The control by the vectored thrust of a propulsor may be used as well. For example, in the steady-state horizontal motion the lift on both the cavitator and the model tail must be created to compensate the model weight.

In last years appear a lot of papers devoted to the theory of the SC-vehicle control (e.g. see [17–19]). The non-linear delayed nature of the reactions and the feedback presence are the main peculiarity and an origin of mathematical difficulties of such problems. Here, one gives some practical notes related to hydrodynamic aspects of problem of the SC-vehicle control.

1) Theoretically, the simplest way of control of a SC-vehicle motion in the horizontal plane is just

Fig. 10 shows that for the small depths the model flies the distance less than 40 m and loses the stability. With increasing the depth the motion becomes stable, and the range increases spasmodically.

The computer simulation shows that the SC-model free motion is more stable for the smaller D_n and the greater depth i.e. with the “tighter” cavity. Also, the motion stability of SC-models essentially depends on their shapes. As a result of serial calculation, it is possible to plot the

the vehicle roll about its longitudinal axis. Indeed, if the vehicle roll angle $\theta \neq 0$, then the lift F_{ny} on the cavitator creates the extra side force $F_{nz} = F_{ny} \sin \theta$, which causes to the vehicle yaw.

2) The rotary disk and cone cavitators and also the transformer variable-lift cavitators may be used as the operating controls in both vertical and horizontal planes. Disadvantage of rotary cone cavitators consists in possibility of changing the cavity detachment line for the big deviation angles α . This leads to non-uniformity of the dependence between the deviation angle of the cone and the arising transversal force $c_y(\alpha)$ [20, 21].

3) Tradition operating controls as the cavity-piercing fins and rudders are applicable to SC-vehicles. However, their effectiveness decreases considerably in comparison with the non-cavitating flow. This is explained by the following four causes: a) the working area of the hydrofoil decreases on the value of its part locating within the cavity; b) the hydrofoil itself is flowed in the supercavitation regime; c) the positive effect of the hydrofoil interference with the model hull disappears; d) the negative effect of the free cavity boundary appears.

4) An additional disadvantage of using fins and rudders for the SC-vehicle control is uncertainty of the flow regime around the fin. Indeed, the flow around the fins can be non-separated, partially cavitating or supercavitating one. Moreover, the flow regime can change in time. Besides, the lateral force may depend ambiguously on the deviation angle due to flow re-arrangement [20, 21]. This is accompanied by the stepwise changing the coefficient c_y and the hysteresis effects. Thus, the active automatic systems of controlling with feedback are needed for SC-vehicles.

5) Control of the self-propelled SC-vehicle motion by the vectored thrust has not such weaknesses as rudders. That is why it seems to be preferable to use in the supercavitation regime.

The **SC_Design** software makes it possible to introduce any kinds of control forces and moment into the right parts of the dynamic equations, and to perform the computer simulation of the operating control effect on the SC-vehicle motion.

Designing cavitators is the most important stage of the general process of designing SC-vehicles. A cavitator serves not only for the supercavity formation, but it can be used as the stabilizing element and operating control of the high-speed underwater vehicle. As is known, the main supercavity dimensions depend weakly on the cavitator shape but are defined only by its "effective diameter" $D_n^* = D_n \sqrt{c_{x0}}$. The cavity dimensions are defined by dimensions and a shape of a vehicle inscribed within the cavity. Thus, for the fixed D_n^* the cavitator shape can be designed with taking into account additional requirements, as motion stability, controllability, presence of a water intake *etc.*

8. SOME PROBLEMS OF USING VENTILATION

The initial acceleration part of the SC-vehicle motion is the most power-consuming, when transition occurs from the continuous flow to the steady SC-flow over the vehicle. For acceleration of the supercavity formation it is expedient to blow a gas into the cavity.

Also, the method of regulating the gas-supply rate into the cavity is a known ways of the supercavitation flow control.

As is known, the ventilated cavity behaviour is very complicated, it is determined mainly by a type of the gas-leakage from cavity $\dot{q} = F(\sigma, \sigma_v, Fr, Re, We, \dots)$ and the value of the dynamic parameter $\beta = \sigma_v / \sigma$, where σ_v is the vapor cavitation number [23]. When the parameter β increases, role of the elasticity of the gas filling the cavity increases as well. If $\beta > \beta_{cr}$, the stability loss in the

dynamic cavity-gas system and arising of self-induced oscillations of the ventilated cavity are possible [24, 25].

On the one hand, gaps between the vehicle hull and the cavity walls is advantageous to make minimal for decreasing the cavitation drag. On the other hand, the gas flow in narrow gaps may lead to adverse deformation and disintegration of the free boundary and hence to appearance of the high spray drag [26]. Influence of this factor may be weakened by applying the distributed gas-supply into the cavity.

A possibility of the stability loss and development of the self-induced oscillation of the ventilated cavities is one of important peculiarities of the artificial cavitation flows. If the ventilated cavity closes on the vehicle hull at acceleration of the vehicle, then the great vibration loads may act upon the hull, and the gas supply rate increases. This must be taken into consideration when designing. It is necessary to be able to predict the pulsation appearance conditions and parameters in order to avoid their undesirable consequences.

The **ACAV** software developed at the IHM of NASU is intended for computer simulation of unsteady processes of the ventilated supercavity control, and also for computer simulation and analysis of instability and the non-linear self-induced oscillation of the ventilated supercavities. In the **ACAV**, **Version 2.5** software, modules of previous versions of **PULSE** and **ACAV** have been coupled [2].

The program uses different laws of the gas-leakage from the cavity in dependence on the cavitation number and the *Froude* number and also when the cavity closes on a body [6, 23]. It performs the numerical spectral and correlation analysis of the discrete time series for both the cavity pressure and the cavity length with the direct and inverse Fast *Fourier* Transformation (FFT), and also plots the phase-plane portraits of the self-induced and forced

oscillations of supercavities.

In all, the menu of the **ACAV**, **Version 2.5** software includes 55 different functions, and in addition 16 demo-functions. Fig. 13 – Fig. 15 show views of a computer screen when performing some functions of the **ACAV** software. Fig. 15 shows the partial ventilated cavity reaction on the periodic variation of the gas supply rate. In this case, the ventilated cavity oscillation appears periodically due to loss of stability.

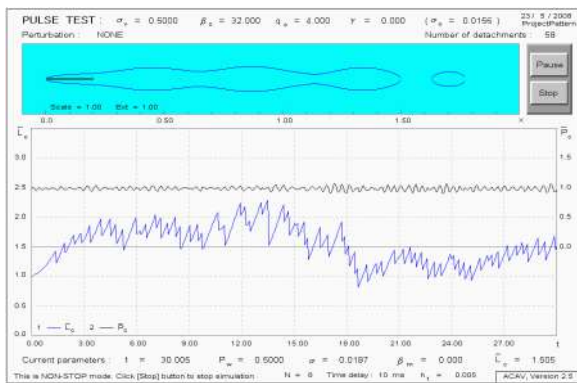


Fig. 13: The function ‘Pulse / Testing’

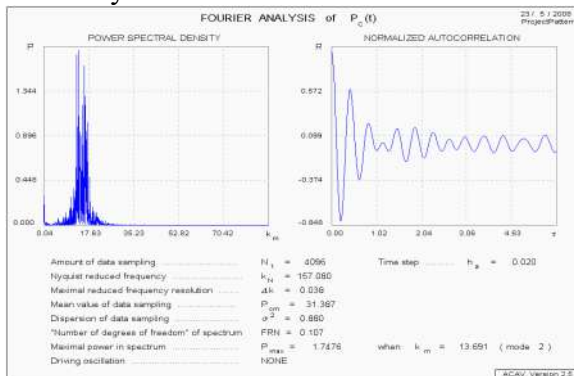


Fig. 14: The function ‘Analysis / Fourier Pressure’

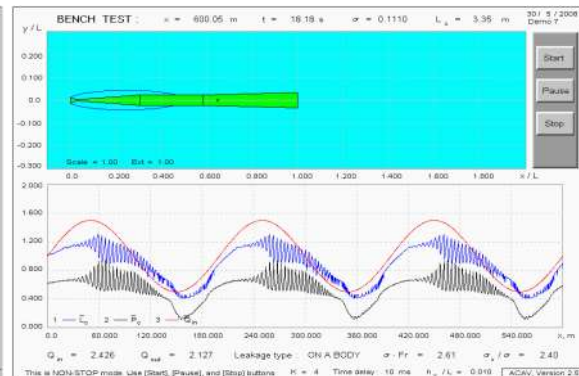


Fig. 15: The function ‘Motion / BenchTest’

CONCLUSIONS

In addition to possibilities listed above, the **SC_Design** software makes it possible to calculate the elastic stress distribution in ‘small’ model sections, to investigate the supercavity reaction on the ambient

water pressure perturbation, to simulate the process of the “small” model water entry from the atmosphere, and others. In all, the menu of the **SC_Design, Version 2.5** software includes over 50 different functions.

Some design problems concerning with the ventilated cavitation application can be investigated successfully with the **ACAV** software.

An experience of practical application of this software for the computer-aided designing (CAD) of the high-speed underwater SC-vehicles showed their high efficiency and easy-to-use.

REFERENCES

1. Savchenko Yu.N., Semenenko V.N., Putilin S.I., and others. Designing the high-speed supercavitating vehicles, *Proc. of the 8th Int. Conference on Fast Sea Transportation (FAST'2005)*, St. Petersburg, Russia, 2005.
2. Savchenko Yu.N., Semenenko V.N., Putilin S.I., and others. Some problems of the supercavitating motion management, *Sixth International Symposium on Cavitation CAV2006*, Wageningen, The Netherlands, 2006.
3. Logvinovich G.V. *Hydrodynamics of Flows with Free Boundaries*, Naukova Dumka Publishing House, Kiev, 1969 (in Russian). English translation: Halsted Press, 1973.
4. Logvinovich G.V. Questions of theory of slender axisymmetric cavities, *Trudy TsAGI*, 1976, No. 1797, pp. 3 -17 (in Russian).
5. Buyvol V.N. *Slender cavities in perturbed flows*, Naukova Dumka Publishing House, Kiev, 1980 (in Russian).
6. Epshtein L.A. *Methods of Theory of Dimensionality and Similarity in Problems of Ship Hydromechanics*, Sudostroenie Publishing House, Leningrad, 1970 (in Russian).
7. Guzevsky L.G. Approximation Dependencies for Axisymmetric Cavities past Cones, In: *Hydrodynamic Flows and Wave Processes*, In-t of Thermophysics, Novosibirsk, 1983, pp. 82-91 (in Russian).
8. Greyner L. *Underwater missile propulsion*. Compass Publications, Inc., Arlington, Virginia, USA, 1967.
9. Savchenko Yu.N. Supercavitating object propulsion, *RTO-AVT/VKI Special Course on Supercavitating Flows*. February 12-16, 2001, VKI, Brussels (Belgium).
10. Savchenko Yu.N. Investigations of supercavitation flows, *Prykladna Gidromehanika*, **9** , Nos. 2-3, 2007, pp.150-158 (in Russian).
11. Savchenko Yu.N., Vlasenko Yu.D., and Semenenko V.N. Experimental study of high-speed cavitated flows, *Int. J. of Fluid Mechanics Research*, 1999, **26**, No. 3, pp. 365-374.
12. Savchenko Yu.N., Semenenko V.N., and Putilin S.I. Unsteady Supercavitated Motion of Bodies, *Int. J. of Fluid Mechanics Research*, 2000, **27**, No. 1., pp. 109-137.
13. Logvinovich G.V. Some questions on planing, *Trudy TsAGI*, 1980, No. 2052, pp. 3-12 (in Russian).
14. Vasin A.D., and Paryshev E.V. Immersion of the cylinder in the liquid through the cylindrical free surface, *Mehanika zhidkosti i gasa*. 2001, No. 2, pp. 3-12 (in Russian).
15. Paryshev E.V. On unsteady planing of a body over liquid curvilinear surface, *Second Int. Summer Scientific School “High Speed Hydrodynamics”*, June 2004, Cheboksary, Russia, pp. 175-178.
16. Semenenko V.N. Computer simulation of supercavitating body dynamics, *Prykladna Gidromehanika*, **2** , No. 1, 2000, pp. 64-69 (in Russian).

17. Kirschner I., Kring D.C., Stokes A.W., Fine N.E., and Uhlman J.S. Control strategies for supercavitating vehicles, *J. of Vibration and Control*, 2002, No. 8, pp. 219-242.
18. Lin G., Balachandran B., and Abed E., Supercavitating body dynamics, bifurcations and control, *2005 American Control Conference*, June 8-10, 2005, Portland, OR, USA, pp. 691-696.
19. Balas G.J., Bokor J., Vanek B., and Arndt R.E.A. Control of high-speed underwater vehicles, In: *Control of Uncertain Systems*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006, pp. 25-44.
20. Savchenko Yu.N., Semenenko V.N. Special features of supercavitating flow around polygonal contours, *Int. J. of Fluid Mechanics Research*, 2001, **28**, No. 5, pp. 660-672.
21. Savchenko Yu.N., Semenenko V.N. Discontinuous operating control performance at the free-streamline flow, *Naukovi Visti NTTU "KPI"*, 2002, No. 2, pp. 82-87 (in Ukrainian).
22. Kozyuk G.S. Some methods of the cavitation flow control, In: *Investigation of supercavitation*, Int of Thermophysics, Novosibirsk, 1976, pp. 78-87 (in Russian).
23. Semenenko V.N. Artificial Supercavitation. Physics and Calculation, *VKI/RTO Special Course on Supercavitation*, 2001, Von Karman Institute for Fluid Dynamics, Brussels (Belgium).
24. Paryshev E.V. Theoretical investigation of the stability and pulsations of axisymmetric cavities, *Trudy TsAGI*, 1978, No. 1907, pp. 17-40 (in Russian).
25. Semenenko V.N. Computer modeling of pulsations of ventilated supercavities, *Int. J. of Fluid Mechanics Research*, 1996, **23**, Nos. 3&4, pp. 302-312.
26. Savchenko G.Yu. Influence of gas blowing on the surface spray drag, *Prykladna Gidromehanika*, **6**, No. 2, 2004, pp.60-64 (in Russian).

THE INFLUENCE OF STAGNATION ZONE UPON THE FLOW PARAMETERS FOR SHOCK-FREE SUPERCAVITATING HYDROFOIL WITH SPOILER

FRIDMAN Gregory & Zaw WIN,

Applied Mathematics and Mathematical Modelling –

St. Petersburg State Technical Marine University (St. Petersburg, Russia)

ABSTRACT

An analytical solution is carried out and the corresponding numerical results are obtained for the two-dimensional nonlinear problem of a shock free supercavitating flow past a hydrofoil with a spoiler and controllable thickness of the leading edge. The flow model addressed in the paper has two essential features, namely, the stagnation zone in the spoiler vicinity and stagnation point coinciding with the tip of the wedge-like leading edge. The former enables one to indirectly take into account viscosity effects in the framework of an ideal fluid model while the latter ensures the shock free flow mode. Basing upon the numerical results obtained through the solution procedure, a new type of the cavitating section can be designed.

INTRODUCTION

The problem of the flow past the shock free supercavitating hydrofoil with stagnation zone in the spoiler vicinity and wedge-like leading edge is a problem of the theory of jets in an ideal fluid [3, 5, 6]. Using the term ‘shock free’ we assume that the stagnation point coincides with point D (the dividing streamline reaches the wedge-like leading edge in its vertex D) and the upper bound of the cavity smoothly detaches at point B , see Fig. 1.

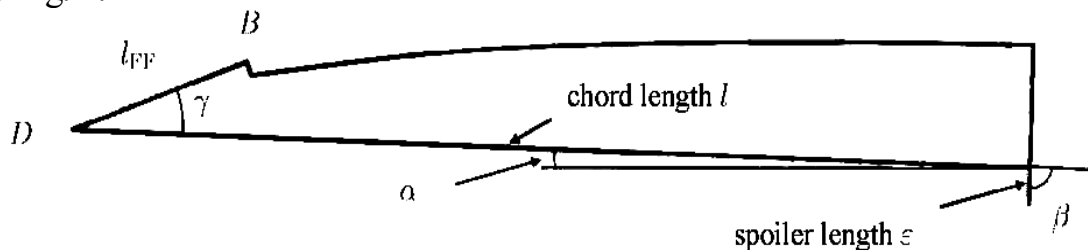


Figure 1: Sketch of the shock-free supercavitating hydrofoil with spoiler and controllable thickness of the sharp leading edge. The geometry of the hydrofoil ensures that the leading stagnation point coincides with the tip of the leading edge D

PROBLEM STATEMENT AND ANALYTICAL SOLUTION

The Tulin-Terentev model with single-vortex termination is chosen to be the cavity closure scheme. The method of singular points (Chaplygin’s method) is applied to derive the exact nonlinear solution along with the elliptic theta functions technique used for numerical implementation. The sketch of the flow pattern is depicted in Figure 2. The flow region is mapped onto the rectangle $\pi/2 \times \pi\tau/2$ on the auxiliary u -plane, where τ has a pure imaginary value.

With the correspondence between the physical $z = x + iy$ plane and auxiliary quadrant $u = \xi + i\eta$ shown in Figure 2, the exact solution can be written out in the form of two derivatives of the complex potential $w = \varphi + i\psi$ with respect to the physical and auxiliary variables:

$$\frac{dw}{dz} = V_0 e^{i\alpha} \frac{\theta_1(u - id)}{\theta_1(u + id)} e^{2i\beta u/\pi} \exp\left(i c \left(\frac{\theta_1(u)}{\theta_1(u - g)} - \frac{\theta_1(u)}{\theta_1(u + g)} \right) \right) \quad (1)$$

$$\frac{dw}{du} = N \theta_1(2u) \frac{\theta_1(u - g)}{\theta_1^2(u - u_\infty)} \frac{\theta_1(u + g)}{\theta_1^2(u + u_\infty)} \frac{\theta_1(u - id)}{\theta_1^2(u - \bar{u}_\infty)} \frac{\theta_1(u + id)}{\theta_1^2(u + \bar{u}_\infty)} \quad (2)$$

$$z(u) = \int_{\pi\tau/2}^u \frac{dz}{du} du + Z_E = \int_{\pi\tau/2}^u \frac{dz}{dw} \frac{dw}{du} du + Z_E \quad (3)$$

where $u_\infty = a + ib$ corresponds to the point at infinity at the physical plane (flow domain). Note that a well-known technique of elliptic theta-functions $\theta_i, i = 1, \dots, 4$, which *nome* $0 < q < 1$ is real ($q = \exp(i\pi\tau) < 1$), see [7], is proved to be very effective both from the analytical and numerical viewpoints [4, 2].

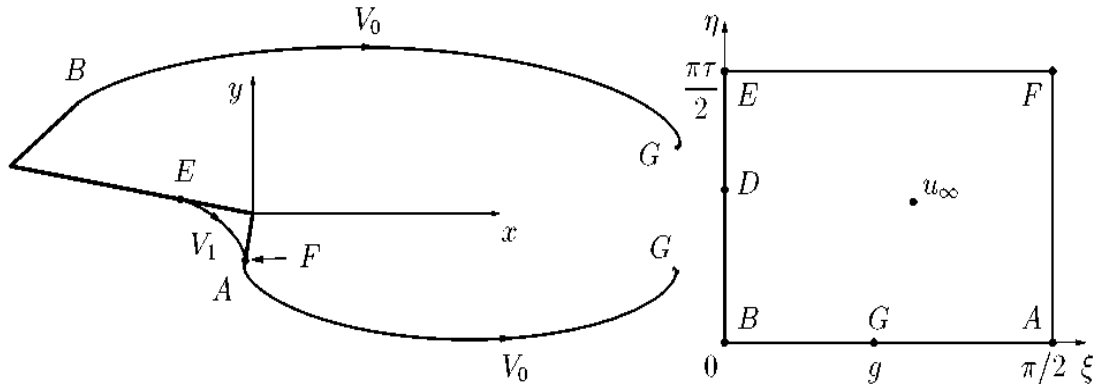


Figure 2: Tulin-Terentiev cavity closure for the shock free supercavitating hydrofoil: physical plane $z = x + iy$ and corresponding auxiliary plane $\zeta = \xi + i\eta$

In the case when the position of the detachment point of stagnation zone ZE is given the analytical solution includes nine real unknowns a, b, c, d, g, V_l, q, N , and l_F , where $Z_F = l_F e^{-i(\alpha+\beta)}$, which can be determined via the following conditions

$$\begin{aligned} z(0) = z_B = l e^{i(\pi-\alpha)}; \quad z\left(\frac{\pi}{2}\right) = z_A = \varepsilon e^{-i(\alpha+\beta)}; \\ \frac{dw}{dz}(u_\infty) = V_\infty; \quad \oint_{u_\infty} \frac{dz}{du} du = 0; \\ \frac{dw}{dz}\left(\frac{\pi\tau}{2}\right) = V_1 e^{i\alpha}; \quad z\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi\tau}{2}\right) = z_F \end{aligned} \quad (4)$$

If position of point E is unknown then the Brillouin's condition is to be imposed as follows $\alpha = d\mathcal{G}/ds$, where $\mathcal{G} = \arg(dw/dz)$ denotes the tangential angle to the contour and s is the arc coordinate. It is seen that the Brillouin's condition implies that the stagnation zone detaches smoothly in point E . The flat plate has zero curvature at any point and that is why at point E the second derivative of the function of stagnation zone shape ordinates with respect to x coordinate is to be equal to zero. It is seen that this condition can be readily reduced to

$$\left. \frac{d\vartheta}{du} \right|_{z_E} = \frac{d}{du} \arg \frac{dw}{dz} \left(\frac{\pi\tau}{2} \right) = 0 \quad (5)$$

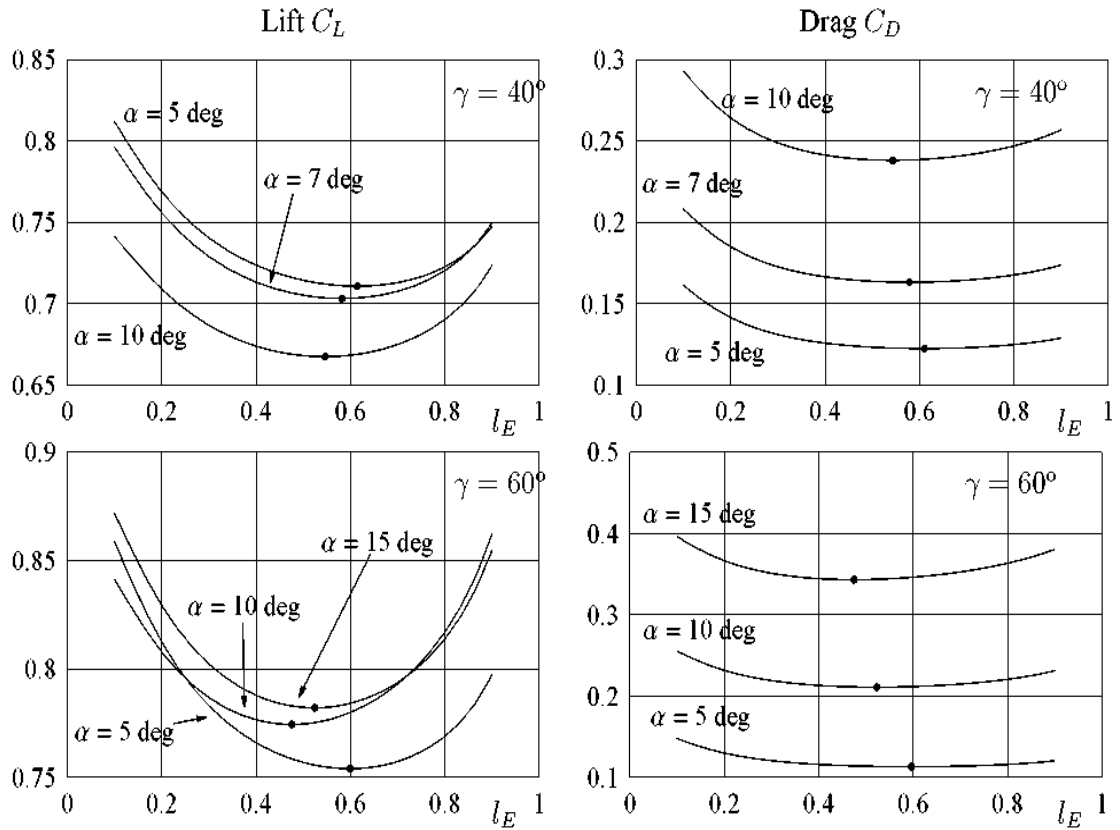


Figure 3: Lift C_L (left column) and drag C_D (right one) coefficients versus the position of detachment point l_E are shown for 2 values of the leading edge angle $\gamma = 40^\circ$ and 60° (respectively in rows). For a set of α the relative spoiler length $\varepsilon/l = 0.05$, $\sigma = 0.5$, the inclination angle of the spoiler being $\beta = 90^\circ$

NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSION

The system of nonlinear equations that can be derived from conditions (4) and (5) is very complicated to solve numerically for the convergence region is small. That is why a special procedure is proposed of searching the initial point to start the iteration loops for the Newton damping method. This procedure based on linearization of nonlinear solution to the problem of shock free su-percavitating hydrofoil *without* stagnation zone and some conformal mapping technique. Detailed discussion of the procedure see, e.g. in [4, 2].

Basing on the scheme of numerical solution to the problem, a large amount of numerical data were produced for hydrodynamic coefficients and flow patterns for various ranges of the flow parameters (i.e. angle of attack α , cavitation number σ , spoiler length ε , angle γ , etc.).

It is proven numerically that the separation point of the stagnation zone determined by the condition of the smooth detachment (so called Brillouine's condition) provides extreme values of the drag and lift for any set of initial data input, e.g. the angle of attack, cavitation number, spoiler length, etc., see Fig. 3. Dots in the figure show the value of l_E when the Brillouine's condition is satisfied. This fact correlates with results published in papers [4, 2] as well.

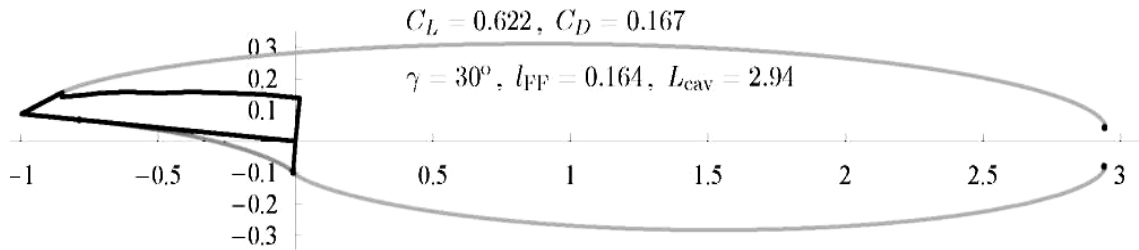


Figure 4: Flow pattern: shock-free supercavitating hydrofoil with stagnation zone (blue boundary) in the spoiler vicinity; stagnation point coincides with the leading edge. Tulin-Terentiev cavity closure scheme. Angle of attack $\alpha = 5^\circ$, cavitation number $\sigma = 0,35$, spoiler length $\varepsilon = 0,1$ and inclination angle $\beta = 90^\circ$, lift and drag coefficients and other flow parameters are indicated in the figure. The Brillouine's condition is satisfied.

The flow pattern is shown in Figure 4 for $\alpha = 5^\circ$, $\sigma = 0.35$, $\varepsilon/l = 0.1$, $\beta = 90^\circ$, and $\gamma = 30^\circ$. Cavity is shown as blue lines and the boundary of the stagnation zone is green. The problem is solved under the assumption that the Brillouine's condition is satisfied.

Figure 5 illustrates dependencies of lift C_L and drag C_D coefficients and length l_{FF} upon the angle γ of the leading edge for a set of values of the angle of attack α when cavitation number $\sigma = 0.5$, spoiler length $\varepsilon = 0.05$ and $\beta = 90^\circ$. It is seen that parameter γ significantly affects hydrodynamic characteristics of the hydrofoil as well as its shape. The length of the upper part of the leading edge l_{FF} should not be too large for the supercavitating hydrofoil. If the interval is known for the desirable values of l_{FF} for given α , ε , and σ then the corresponding interval for γ can be determined. The larger the value of γ the larger the lift coefficient C_L . This is again due to the fact that l_{FF} decreases with increasing γ and negative lift component acting upon BD , see Figure 1, decreases as well. The drag coefficient C_D is not so sensible to the parameter γ as C_L is. C_D slightly decreases with increasing γ for the same reason of l_{FF} behavior.

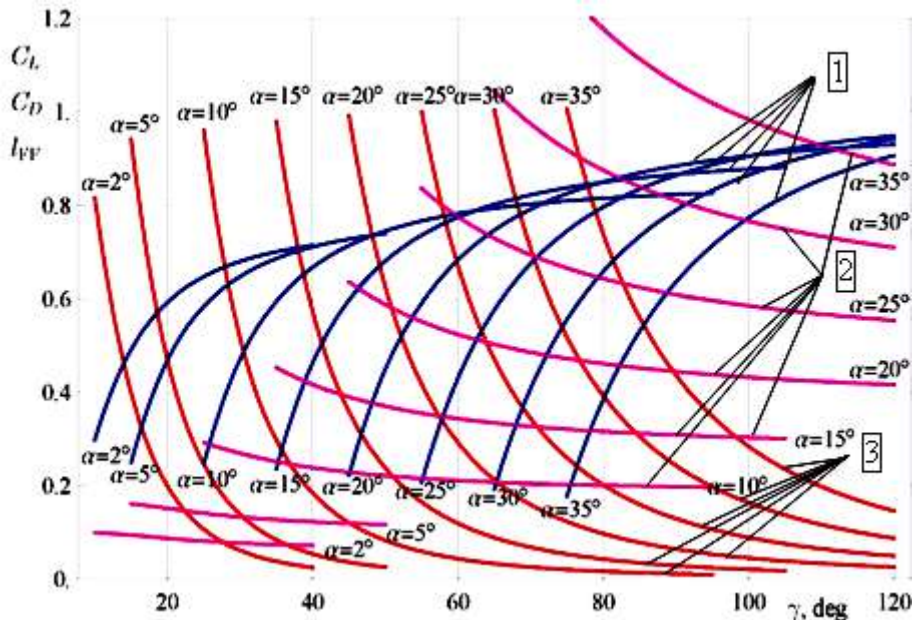


Figure 5: C_L (lines 1), C_D (lines 2), and l_{FF} (lines 3) as functions of the angle γ of the leading edge for different values of the angle of attack α when $\sigma = 0,5$, $\varepsilon = 0,05$ and $\beta = 90^\circ$.

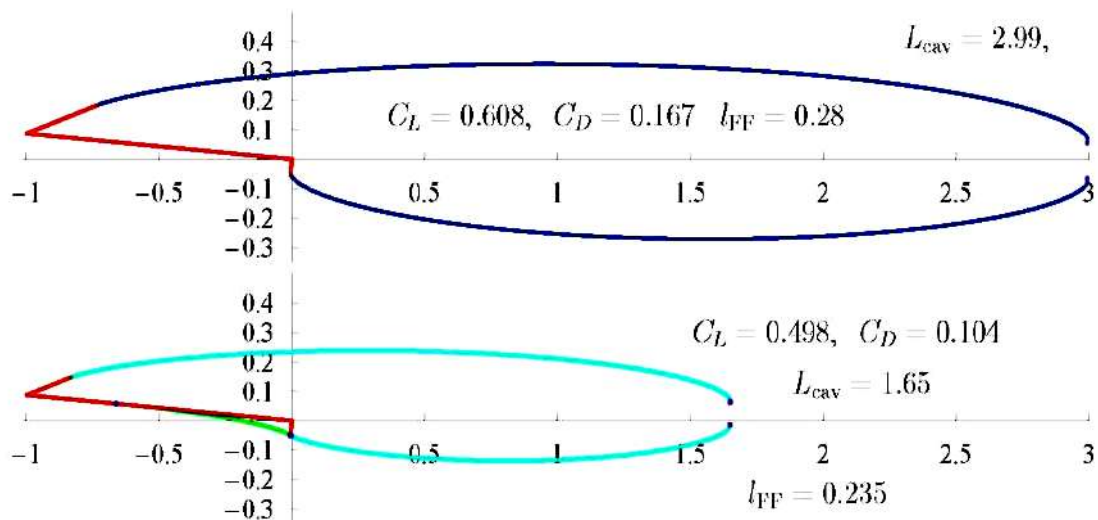


Figure 6: Flow patterns for the shock free supercavitating hydrofoil without (a) and with (b) stagnation zone as $\alpha = 5^{\circ}$, $\sigma = 0,35$, $\varepsilon = 0,05$, $\beta = 90^{\circ}$, and $\gamma = 25^{\circ}$.

Calculations show that stagnation zone reduces both lift and drag of the supercavitating hydrofoil and dramatically decreases the cavity volume for the same set of input parameters. To the contrary, lift-to-drag ratio increases. Two flow patterns are depicted in Figure 6 for the shock free hydrofoil without (a) and with (b) stagnation zone in the case when angle of attack, spoiler geometry and cavitation number coincide. Both flow patterns are depicted in the same (xy) rectangle area. In the case without stagnation zone lift-to-drag ratio is equal to 3.64 and taking into account the influence of stagnation zone leads to the value of 4.79 for this parameter. The relative length of the upper side of the leading edge (the distance between points D and B) obtained for these input data is 0.28 and 0.235 correspondingly.

CONCLUSIONS

Basing upon the numerical results obtained through the solution procedure, a new type of the cavitating section can be designed with wedge-like fully wetted leading edge and spoiler at the trailing edge, the generalized strength condition being satisfied. The condition implies an appropriate (big enough) cavity thickness allowing one to ‘inscribe’ a chosen standard body in between the lower wetted part of a section and upper boundary of the cavity. It was shown [1] that meeting the strength condition is of exceptional importance in design problem of a cavitating section. Such a section may be used, for instance, for designing a blade of surface piercing screw propellers and jet propellers as well as submerged supercavitating wings in hydrofoil vessels, foil-assisted planing crafts and catamarans.

REFERENCES

1. Achkinadze A.S., Fridman G.M.: On Some Aspects of Design of Supercavitating Foils and Propellers. Variation and Asymptotic Approach, Proceedings of PROPCAV95, Newcastle, UK, 1995
2. Fridman G.M. and Uryadov A.K.: Cavitating hydrofoil in a cascade with stagnation zone in the spoiler vicinity, Proceedings The III International Summer Scientific School “High Speed Hydrodynamics and Numerical

- Simulation”, June 2006, Kemerovo, Russia, 2006
3. Gurevich M.I.: The theory of jets in an ideal fluid, Nauka Publ., Moscow, 1979 (in Russian).
 4. Maklakov D.V. and Fridman G.M.: Free streamline flow past a flat plate with stagnation zone in the spoiler vicinity, *Mekhanika Zhidkosti i Gaza*, **4**, 35–43, 2005 (in Russian).
 5. Terentev A.G.: Mathematical aspects of cavitation. Chuvash State University, Cheboksary, 1981 (in Russian).
 6. Terentev A.G.: Mathematical modeling of cavitating flows. Fifth International Symposium on Cavitation (CAV2003) Osaka, Japan, November 1-4, 2003.
 7. Whittaker E.T. & Watson G.N. 1940 *A course of modern analysis*. 4-th edition, Cambridge University Press.

COMPARISON OF TWO CLASSICAL FLOW MODELS FOR TWO-DIMENSIONAL NONLINEAR PLANING PLATE PROBLEM

FRIDMAN Gregory, Applied Mathematics and Mathematical Modelling –
St. Petersburg State Technical Marine University (St.Petersburg, Russia)
grifri@peterlink.ru

ABSTRACT

The paper addresses the two-dimensional nonlinear flow problem for the planing flat plate without gravity in the framework of the theory of jets in an ideal fluid. Traditionally, two schemes are used of such a flow: the first one postulates that the sprinkle jet is directed at infinity at a certain angle γ , $0 < \gamma < \pi - \alpha$, where α denotes the angle of attack, and the second one assumes that the sprinkle jet is moving along the planing plate (i.e. has direction at infinity $\pi - \alpha$). Both models are compared to analyze if the second one is indeed a special case of the first one as $\gamma \rightarrow \pi - \alpha$. It is found out that passage to the limit took place only if a new characteristic length is chosen for the model with arbitrarily directed sprinkle jet which definition is analogous to that to the Wagner wetted length.

The problem considered in the paper is the nonlinear two-dimensional (2D) flow problem for the planing flat plate without gravity. A flat plate is located with its trailing edge at the origin of coordinates, as shown in Figs. 1a and 1b. There is an incident stream with speed V_∞ coming from the left. The fluid is assumed to be incompressible and inviscid and the flow to be irrotational. A Kutta condition of smooth detachment is assumed to be satisfied at the trailing edge.

It is a classical problem of the theory of jets in an ideal fluid, see for instance [5]. An exact analytical solution to the problem has been found back in early 1930th by S. Chaplygin, Gurevich, and Yampolsky [6] and Wagner [12]. In [6] the solution was derived in the case of an arbitrary directed sprinkle jet. We call this planing flow scheme “the 1-st flow model”. In [12] the planing plate was assumed to have semi-infinite length and the sprinkle jet run in the direction of the leading edge. Later we name such a model “the 2-nd flow model”. Green [4] and Chaplygin [2] presented an analogous nonlinear solution and systematic numerical results to a more general problem about a planing plate in the case of a stream of finite depth. Since then numerous papers were based on results presented in the works mentioned above, see for instance [7, 8, 3, 9, 10, 11, 13] and many others.

The main goal of the present paper is to answer the following question: if the exact solution to the 2-nd flow model problem is a special case of that to the 1-st flow model problem.

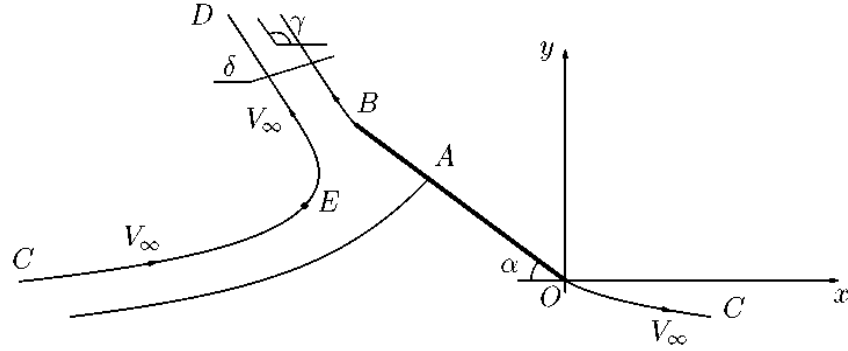
The total force coefficient $C_F = C_D + iC_L$ in the case of the 1-st flow model is given by expression

$$C_F = C_D + iC_L = \frac{2\delta}{l} \frac{1 - \cos \gamma}{\sin \alpha} e^{i(\pi/2 - \alpha)}, \quad (1)$$

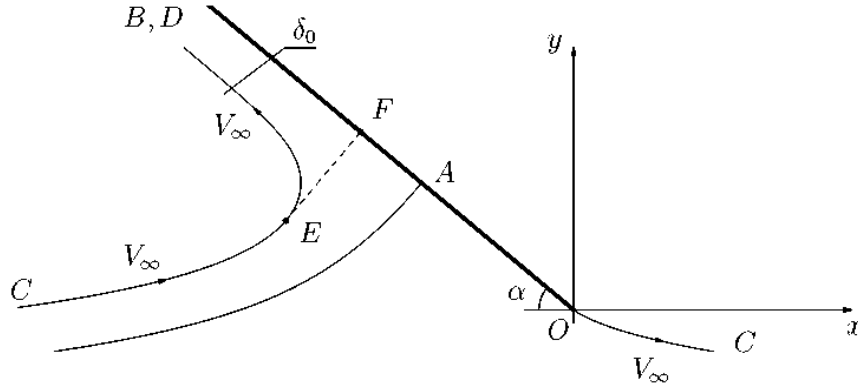
where C_L and C_D are lift and drag coefficients, l denotes the length of the plate, δ and γ are the thickness and direction of the sprinkle jet at infinity, and α is the angle of

attack, see Fig. 1a. The value of δ is easily calculated from

$$\delta = \pi l \left/ \left((1 - \cos \gamma) (2 \cot^2 \alpha + \pi \csc \alpha) + 2 \cot \alpha \sin \gamma - 2 \cos(\alpha + \gamma) \log \left(\cot \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha + \gamma}{2} \right) \right) \right. \quad (2)$$



a) 1-st planing flow model



b) 2-nd planing flow model

Figure 1: Flow patterns for two schemes of the flow past the planing plate:

- a) 1-st planing flow model with an arbitrary directed sprinkle jet ($\gamma \in [0, \pi - \alpha)$) and
- b) 2-nd planing flow model with sprinkle jet running along the plate $\gamma = \pi - \alpha$.

In the case of the 2-nd planing flow model, see Fig. 1b, one arrives at another formula for the total force coefficient:

$$C_{F_0} = C_{D_0} + i C_{L_0} = \frac{2 \delta_0}{l_w} \cot \frac{\alpha}{2} e^{i(\pi/2 - \alpha)}, \quad (3)$$

where $l_w = |OF|$ is the *wetted* length of the planing plate defined in [12] and δ_0 is the thickness of the sprinkle jet at infinity given by

$$\delta_0 = \pi l_w \left/ \left(\cot^2 \frac{\alpha}{2} + \pi \cot \frac{\alpha}{2} + \log \left(\cot^2 \frac{\alpha}{2} - 1 \right) \right) \right. \quad (4)$$

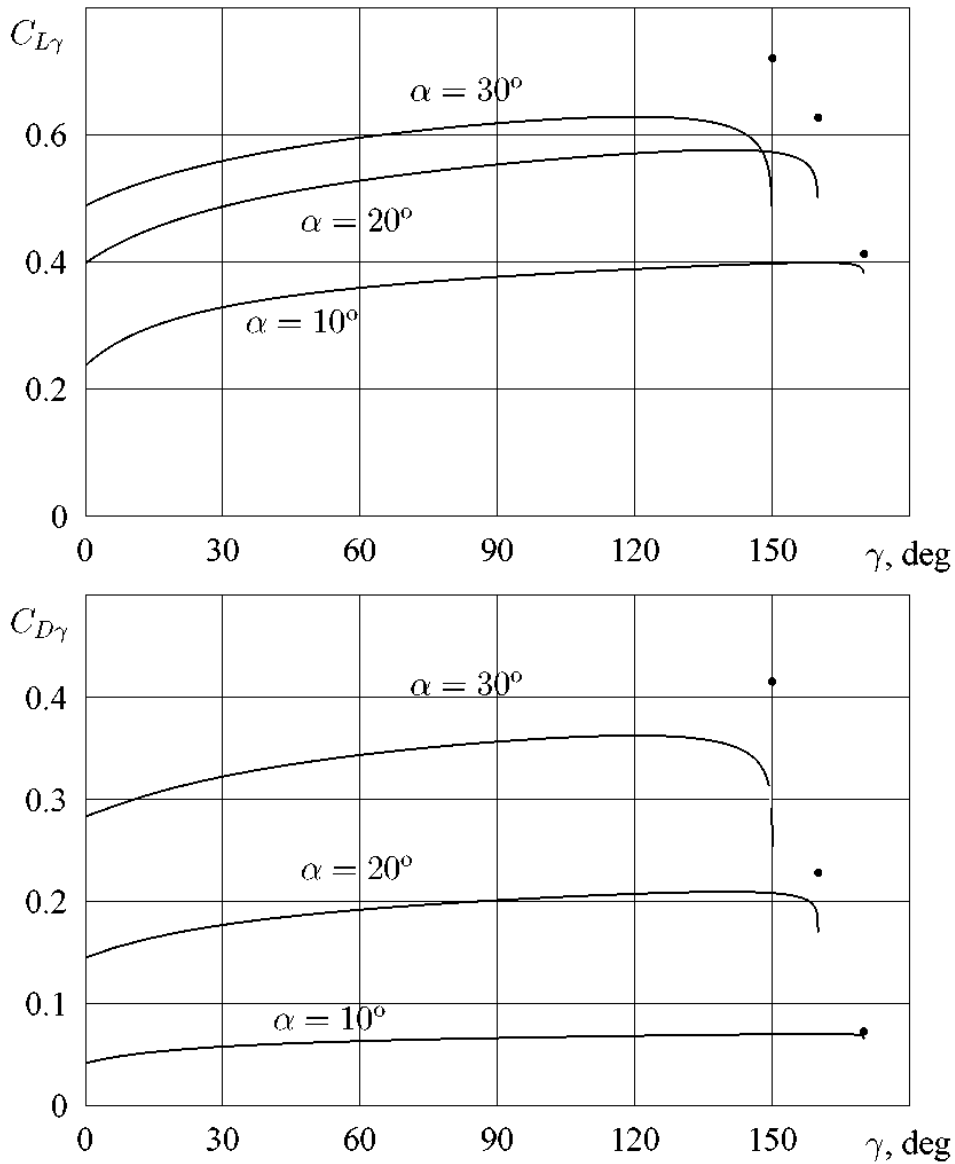


Figure 2: Lift and drag coefficients versus direction of the sprinkle jet γ . The corresponding values in the case when $\gamma = \pi - \alpha$ are marked as black dots.

It is clear that the flow pattern of the 2-nd flow model can be considered as a limiting case of that for the 1-st one as $\gamma \rightarrow \pi - \alpha$. On the other hand, graphs in Fig. 2 demonstrate that lift C_L and drag C_D coefficients as $\gamma \rightarrow \pi - \alpha$ significantly differ from those in the case when $\gamma = \pi - \alpha$ (marked as black dots in figures). In fact, $C_F \rightarrow 0$ as $\gamma \rightarrow \pi - \alpha$ due to logarithmic singularity in denominator of (2). Moreover, formula (2) does not transform to (4) as $\gamma \rightarrow \pi - \alpha$ (again, $\delta \rightarrow 0$), though both expressions are very similar, see for instance Fig. 3, where $\alpha = 20^\circ$ and $\delta_0/l_w \approx 0.05881$ is shown as a horizontal line.

At first these discrepancies might look odd but one has to bear in mind that two different characteristic lengths are used for these flow models, namely, l and l_w , which are determined in two different ways. While l is just a physical length of the planing plate, the value of the wetted length l_w is defined as a distance between the trailing edge of the planing plate and orthogonal projection of point E onto the plate, see Fig. 1b. The velocity vector at point E is perpendicular to the plate. Below we call

this point the Wagner point. Naturally, the Wagner point exists for the 1-st planing flow model as well but if $0 < \gamma < \pi/2 - \alpha$ it is situated on the “wrong” boundary of the sprinkle jet springing from the plate itself, see Fig. 4b. That is why it seems more reasonable to consider the 1-st flow model in the above mentioned range of γ as a generalization of free streamline flow past a flat plate, i.e. submerged cavitating plate at zero cavitation number, rather than a generalization of the 2-nd planing flow model. Note that expression (1) for the total force coefficient C_F reduces into that for the cavitating plate at zero cavitation number as $\gamma \rightarrow 0$:

$$C_F \rightarrow \frac{2\pi \sin \alpha}{4 + \pi \sin \alpha} e^{i(\pi/2 - \alpha)} \quad \text{as } \gamma \rightarrow 0,$$

while the sprinkle jet thickness (2) tends to infinity: $\delta \rightarrow \infty$, see Fig. 3.

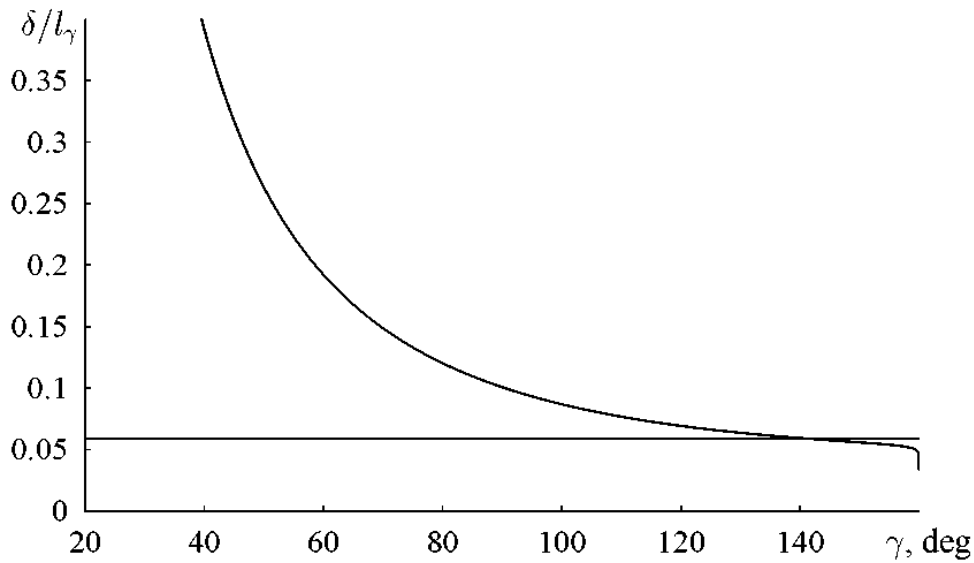


Figure 3: The relative thickness of the sprinkle jet δ/l versus its direction γ for $\alpha = 20^\circ$. Horizontal line corresponds to the case $\gamma = \pi - \alpha$.

If $\pi/2 - \alpha < \gamma < \pi - \alpha$, see Fig. 4a, then the 1-st flow model is indeed a generalization of the 2-nd model. In this case the Wagner point can be used in order to introduce another characteristic length in the considered problem which is analogous to the wetted length l_w . Denote this length as l_γ . The value of l_γ is determined as a distance between the trailing edge of the planing plate and the orthogonal projection of the Wagner point onto the ray containing the planing plate. After a little algebra one arrives at the following expression for the ratio l_γ/l which is valid for $\pi/2 - \alpha < \gamma < \pi - \alpha$:

$$\frac{l_\gamma}{l} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \times \frac{I}{D}, \quad (5)$$

where

$$I = (1 - \cos \alpha) \cos(\alpha + \gamma) \log \frac{\cos \alpha (\cos(\alpha + \gamma) - 1)}{\cos(\alpha + \gamma) (1 - \cos \alpha)} + \cos(\alpha + \gamma) -$$

$$-\cos \alpha + \pi (\cos \alpha \cos(\alpha + \gamma) - 1) \tan \frac{\alpha}{2}, \quad (6)$$

$$D = \cos(\alpha + \gamma) \cos \alpha + \cos(\alpha + \gamma) \sin^2 \alpha \log \left(\cot \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\alpha + \gamma}{2} \right) - \cos^2 \alpha - \pi (1 - \cos \gamma) \sin \alpha \quad (7)$$

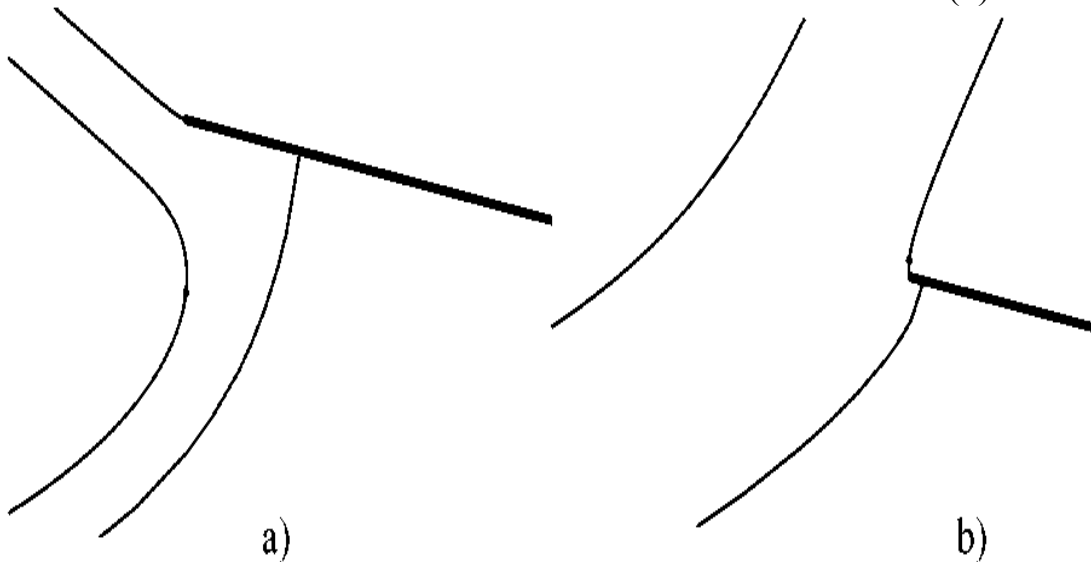
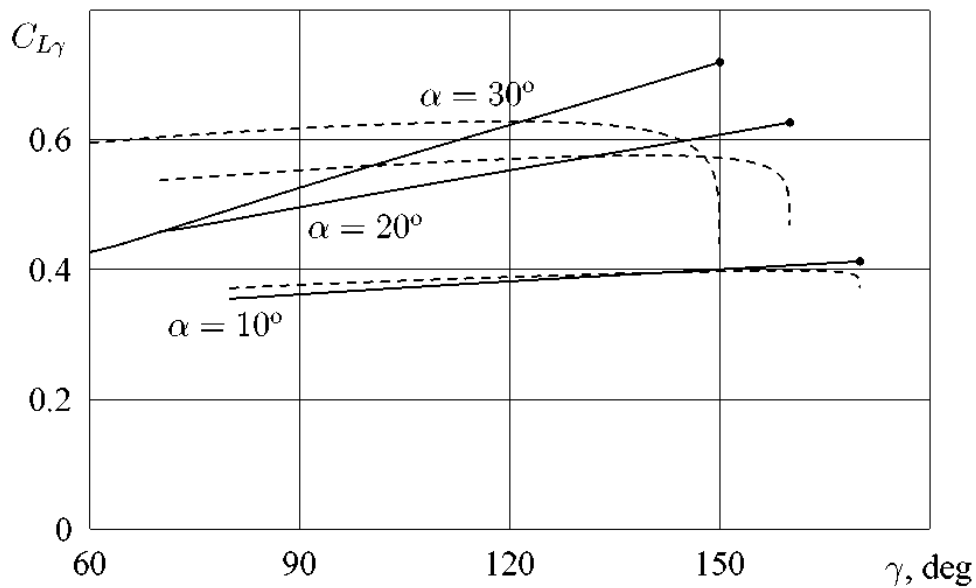


Figure 4: Two flow patterns in the vicinity of the leading edge for different sprinkle jet directions: $\alpha + \gamma > \pi/2$ (left) and $\alpha + \gamma < \pi/2$ (right). Wagner's points in both cases are shown as black dots

It is important that this ratio tends to zero as $\gamma \rightarrow \pi - \alpha$

$$\frac{l_\gamma}{l} \rightarrow \frac{\cos \alpha (1 + \cos \alpha) + \pi \sin \alpha}{2 \cos^2 \alpha + \pi (1 - \sin \alpha) \sin \alpha} \quad \text{as} \quad \gamma \rightarrow \frac{\pi}{2} - \alpha$$



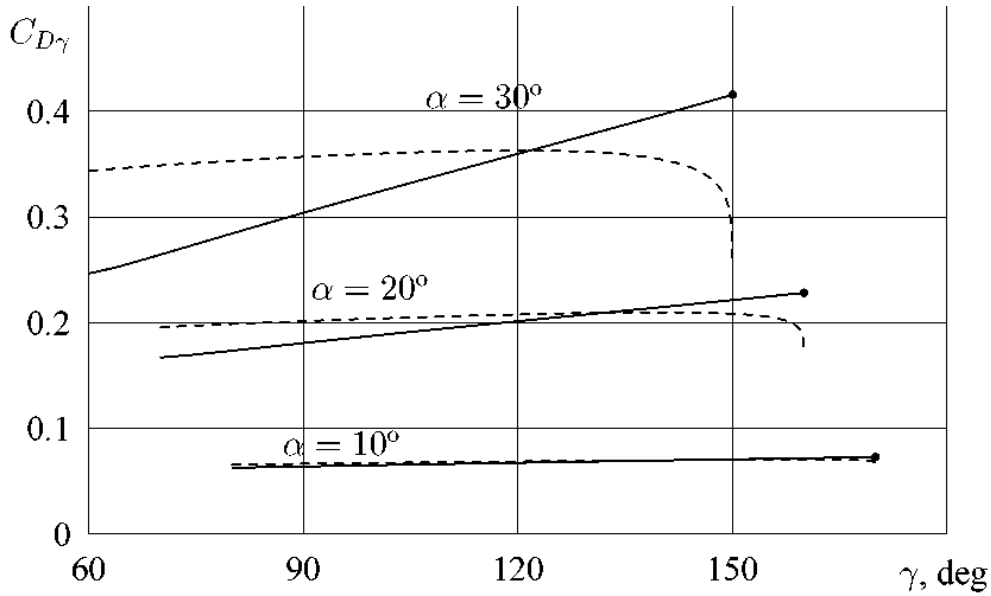


Figure 5: Re-calculated lift $C_{L\gamma}$ and drag $C_{D\gamma}$ coefficients versus direction of the sprinkle jet γ for different α ; $\pi/2 - \alpha < \gamma \leq \pi - \alpha$. C_L and C_F are shown as dashed lines

As a result, all the geometrical and hydrodynamic parameters of the flow problem can be re-calculated using this new characteristic length l_γ . For instance, re-calculated total force coefficient has the form

$$C_{F\gamma} = C_{D\gamma} + i C_{L\gamma} = \frac{2\delta}{l_\gamma} \frac{1 - \cos \gamma}{\sin \alpha} e^{i(\pi/2 - \alpha)} = C_F \frac{l}{l_\gamma} \quad (8)$$

Now it is obvious that

$$C_{F\gamma} \rightarrow C_{F_0} \quad \text{as} \quad \gamma \rightarrow \pi - \alpha.$$

Figures 5 and 6 illustrate that the values of the total force coefficient and relative thickness of the sprinkle jet re-calculated using new characteristic length l_γ coincide with those for the 2-nd planing flow model as $\gamma \rightarrow \pi - \alpha$. C_L , C_F and δ/l are shown in these figures as dashed lines.

Thus, analytical and numerical results presented in the paper lead to the conclusion that the 1-st planing flow model with the sprinkle jet inclined at a given angle γ is a generalization of the 2-nd planing flow model only if $\alpha + \gamma > \pi/2$ and a new characteristic length l_γ is defined analogously to the Wagner wetted length l_w . In the case $\alpha + \gamma < \pi/2$ the 1-st flow model should be considered as the flow problem for the submerged supercavitating plate at zero cavitation number which is a generalization of the flatplate free-streamline flow problem.

CONCLUSIONS

A comparative analysis has been done of two classical two-dimensional nonlinear flow problem for the planing flat plate without gravity: with sprinkle jet directed along the plate and with arbitrarily directed sprinkle jet. It has been shown that the former is a special case of the latter only if a new characteristic length is chosen for the model with arbitrarily directed sprinkle jet which definition is analogous to that to the Wagner wetted length.

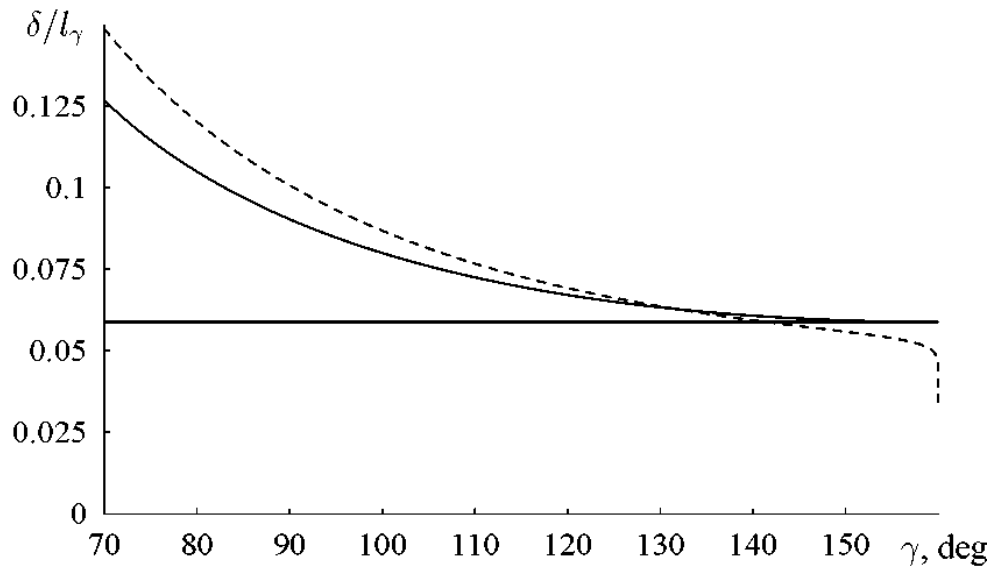


Figure 6: Re-calculated relative thickness of the sprinkle jet δ/l_γ versus γ for $\alpha = 20^\circ$; $\pi/2 - \alpha < \gamma \leq \pi - \alpha$. Horizontal line corresponds to the case $\gamma = \pi - \alpha$, δ/l is shown as dashed line

REFERENCES

1. Chaplygin S.A. 1948 Selected papers, OGIZ Publishing, Moscow-Leningrad (in Russian).
2. Chaplygin Yu.S. 1941 Planing on the surface of a stream of finite depth. *Prikladnaya Matematika i Mekhanika*, 5 (in Russian).
3. Fridman G.M. 1998 Matched asymptotics for two-dimensional planing hydrofoils with spoilers, *J. Fluid Mech.*, 358, 259–281.
4. Green A.E. 1935 The gliding of a plate on a stream of finite depth. *Proc. Camb. Phil. Soc.*, 31, 589–603.
5. Gurevich M.I. 1979 The theory of jets in an ideal fluid, Nauka Publ., Moscow (in Russian).
6. Gurevich, M.I. & Yampolsky, A.R. 1933 On a moving of a planing flat-plate foil. *Tekhnika Vozdushnogo Flota* 10, 52–70 (in Russian).
7. Luckashevsky, V.A., Bannikov, Yu.M., Bannikova, T.A. & Zeitlin, M.Yu. 1978 The investigation of the hydrodynamic characteristics of the planing surface with a spoiler on the trailing edge. Preprint, TSAGI (in Russian).
8. Rispin P.P. 1966 A singular perturbation method for nonlinear waves past an obstacle, Ph.D. Thesis, CalTech, Pasadena, California.
9. Shen Y.T., Ogilvie T.F. 1972 Nonlinear hydrodynamic theory for finite-span planing surfaces, *J. Ship Research*, 14, No. 1, March, pp. 3–20.
10. Ting L., Keller J.B. 1974 Planing of a flat plate at high Froude number, *The Physics of Fluids*, 17, No. 6, pp. 1080–1086.
11. Tran N.N., Rojdestvenski K. 1975 Hydroplanage d'une Plaque Plane de Grande Envergure sur la Surface d'un Domaine de Fluide de Profondeur Finie, *Jour. de Mecanique*, 14, No. 5, 794–821.
12. Wagner H. 1932 On phenomena of impact and planing on a fluid surface. *Z. Angew. Math. Mech.*, 12, 193–215.
13. Wu, T.Y. 1967 A singular perturbation theory for nonlinear free surface flow

problems. *Intl. Shipbuilding Prog.*, 14, 88–97.

О МАСШТАБНОМ ЭФФЕКТЕ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЯ С КАВЕРНАМИ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ЧИСЛОМ КАВИТАЦИИ

КОЗЛОВ И.И., научный сотрудник; ПРОКОФЬЕВ В.В., к.ф.-м.н. –
НИИ механики МГУ (г. Москва, Россия)

АННОТАЦИЯ

Ранее было показано [4], что механизм уноса газа из каверны с отрицательным числом кавитации связан с релей-тейлоровской неустойчивостью ее границы. Параметры волн, образующихся на поверхности каверны, в основном определяются действующим на этой поверхности ускорением и поверхностным натяжением, поэтому основным параметром, определяющим масштабный эффект в этом случае, является число Вебера. В настоящей работе на крупномасштабной струйной установке экспериментально исследуется зависимость коэффициента уноса газа от числа Вебера. Показано, что точность эксперимента вполне достаточна для утверждения о сильной зависимости коэффициента уноса газа из каверны от числа Вебера при $We < 10^5$.

ВВЕДЕНИЕ

Известно [1], что в задаче уноса газа из вентилируемой каверны имеет место масштабный эффект. Коэффициент уноса газа зависит не только от геометрии течения и числа кавитации, но и от чисел Фруда, Рейнольдса и Вебера. На рис. 1 показана искусственная каверна, образованная за диском (фотография взята из работы Эпштейна [1]).



Рис. 1

Такой режим уноса газа (унос по вихревым шнурам, образующимся за счет всплывания каверны) характерен для малых чисел кавитации и небольших чисел Фруда. Для такого режима основным дополнительным параметром, влияющим на унос газа, является число Фруда. Там же отмечено, что влиянием поверхностного натяжения на унос газа при числах Вебера $We > 1000$ (здесь в качестве характерной длины используется диаметр кавитатора) можно пренебречь. При увеличении чисел Фруда зависимость от него исчезает. Спарк [2] обратил внимание на то, что в этом режиме существенным может оказаться вязкое взаимодействие жидкости с заполняющим каверну газом.

О возможности реализации обтекания тел с образованием искусственных каверн с отрицательным числом кавитации $\sigma_k = \frac{p_\infty - p_k}{\rho V_\infty^2 / 2}$; p_∞ ; p_k ; P_∞ , P_k - давление в набегающем потоке и в каверне, соответственно), по-видимому, впервые было заявлено академиком Л.И. Седовым во вступительном слове на открытии

симпозиума IUTAM 1971 года [3]. Тогда же под его руководством такие течения были реализованы в Институте механики МГУ. На рис. 2 представлена фотография такой каверны, полученная в лаборатории экспериментальной гидродинамики Института механики МГУ (каверна образована в кормовой области обтекаемого осесимметричного тела, течение справа налево).



Рис.2

Видно, что унос газа здесь носит совсем другой характер – пузырьки газа образуются не в хвостовой области, а практически по всей длине каверны. Длина таких каверн сравнительно мала, а кривизна границ велика, так что обычно ускорения частиц жидкости на границе каверны значительно больше ускорения силы тяжести. Следовательно, влияние весомости в отличие от обычных каверн здесь невелико. Имеется еще одно принципиальное отличие – ускорение на границе каверны направлено из газа в жидкость. Это приводит к образованию неустойчивых (в смысле Релея-Тейлора) волн на границе каверны, которые и определяют основной механизм уноса газа из каверны [4]. В развитии таких неустойчивых волн заметную роль играет эффект поверхностного натяжения.

Каверна с отрицательным числом кавитации исследовалась ранее [5] на плоской струйной установке, схема которой представлена на рис.3. Из форкамеры 2 через сопло 3 истекает струя воды 1, взаимодействует с экраном 4 и вытекает в пространство с атмосферным давлением. Справа имеется «тамбур», куда подается воздух через штуцер 5, и образуется воздушная каверна 6 с давлением большим атмосферного. В [5] исследовалось течение, ограниченное с боков двумя прозрачными пластинами (зазор между пластинами 5 мм), через которые проводились визуальные исследования процесса развития волн на неустойчивой границе каверны.

Если для обычной каверны с изменением числа кавитации меняются в основном только размеры каверны, то для вогнутых каверн в зависимости от величины числа кавитации меняется сам режим течения. Можно выделить критический режим течения, соответствующий теоретическому случаю замыкания каверны на стенке-экране, при меньшем давлении в каверне реализуется течение с образованием возвратной струйки, при давлении большем критического жидкая струя взаимодействует не со стенкой, а со струей газа, истекающей из каверны. На рис. 4 а,б,в показаны картины течения для околокритического, докритического и сверхкритического режимов течения при истечении струи из сопла наклоненного под углом 45° к экрану (сплошными белыми линиями нанесены теоретические границы течения). На рис. 4,а показано околокритическое течение при скорости 4.5 м/с, $C_d = -\sigma_k = 0,48 \approx C_d^*$ (здесь для удобства вместо числа кавитации вводится

коэффициент давления C_d , звездочкой отмечено критическое значение в соответствии с теорией идеальных струй). Цифрами 1,2,3 отмечены: внешняя граница струи, каверна, стенка-экран, соответственно. Волны, развивающиеся на границе каверны, при ее замыкании превращаются в пузырьковый след.

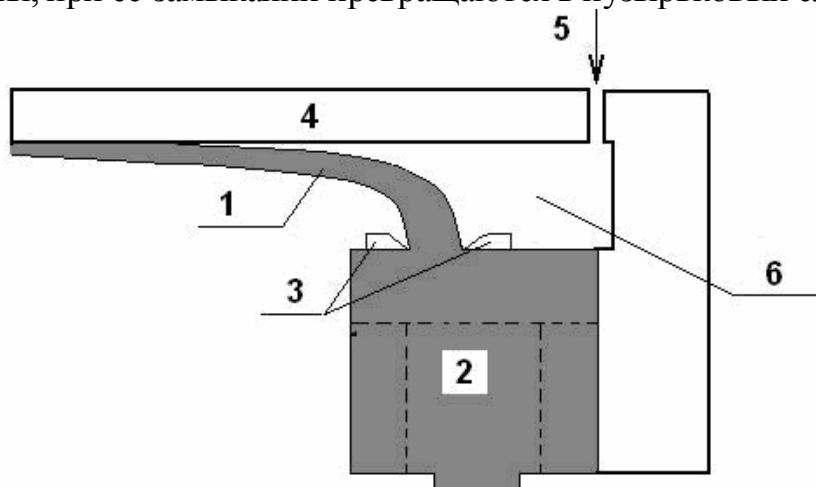


Рис. 3

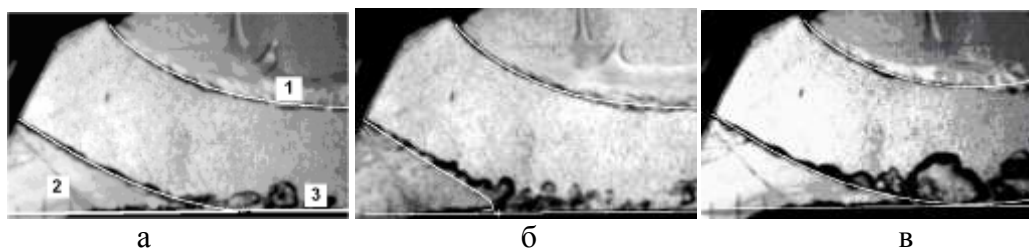


Рис.4

Специальные исследования [5] показали, что средний размер образующихся в следе пузырей хорошо коррелируется с длиной волн на границе каверны.

На рис. 4,б представлен докритический режим течения ($C_d = 0.44$). Видно, что жидкость возвратной струйки в хвостовой части каверны выбрасывается обратно в поток. При сверхкритическом режиме кавитационного течения ($C_d = 0.52$, рис. 4,в) границы каверны и струи хорошо согласуются с теоретическими расчетами только в области каверны. Ниже образуется двухфазный след, как результат взаимодействия истекающей из каверны газовой струи с жидкостью. Так как в рассматриваемой задаче граница теоретической каверны близка к окружности, то оценивать параметры волн можно на базе задачи о вращении жидкого цилиндра. Исследования течения между пластинами [5] показали, что на поверхности каверны образуются стоячие относительно жидкости волны, длина которых на начальной стадии развития неустойчивости близка к длине наиболее быстро растущих по линейной теории волн. Затем развитие волн переходит в нелинейную и турбулентную стадии [6]. В классической задаче турбулентная стадия является автомодельной – перемещение границы перемешивания жидкости и газа пропорционально gt^2 , где в данном случае за ускорение g следует принять V_k^2/R_k , V_k - модуль скорости жидкости на границе каверны, а R_k - радиус кривизны каверны (эти величины зависят от характерной скорости течения и числа кавитации). Если считать, что скорость уноса газа пропорциональна скорости границы перемешивания, то масштабный эффект в турбулентной стадии отсутствует. Другая

ситуация возникает на неавтономной нелинейной стадии развития. Оценим скорость роста нелинейных волн по стационарной скорости развития одномодовых (то есть периодических) волн [6,7]:

$$v_b = 0,23\sqrt{g\lambda_m} = 0,23V_\infty v_0 \sqrt{\lambda_m / R_k} \quad (1)$$

За длину волны здесь принята λ_m - длина волны возмущения, наиболее быстро растущего по линейной теории [6]:

$$\lambda_m = 2\pi \Delta v_0 \sqrt{3We^{-1}(R_k / \Delta)}; \quad We = \Delta \rho V_\infty^2 / \sigma; \quad \Delta = K_p D \quad (2)$$

Здесь We - число Вебера, Δ - толщина струи на бесконечности, K_p - коэффициент расхода сопла (функция числа кавитации), σ - коэффициент поверхностного натяжения, $v_0 = \sqrt{1 + \sigma_k}$, V_∞ - модуль скорости на внешней границе струи, D - ширина сопла. На самом деле возникающие волны не периодические и, как показано в [7], из-за субгармонической неустойчивости одномодового режима происходит увеличение средней длины волн. Поэтому средняя амплитуда волн растет быстрее, чем следует из (1). На рис. 5 показан рост амплитуды (как функции текущего угла разворота струи) для некоторых волн и осредненная амплитуда (закон роста близок к параболе) для всей совокупности измеренных растущих волн. Представлены результаты измерений для околокритического режима течения при $D = 25$ мм, расстоянии от среза сопла до экрана $H = 70$ мм, скорости $V_\infty = 4,5$ м/с, струя истекает перпендикулярно к стенке-экрану. Сплошные гладкие кривые на рис.5 соответствуют: нижняя - одномодовому режиму, а верхняя - движению сферического газового пузыря (эффективный коэффициент сопротивления брался равным 0,6) с начальным диаметром равным λ_m . Видно, что все траектории находятся между этими двумя оценочными кривыми. Так как предельная скорость движения одиночного пузыря и стационарная скорость одномодового режима пропорциональны величине $\sqrt{g\lambda_m}$, то ее можно принять за характерную скорость развития волн на границе каверны.

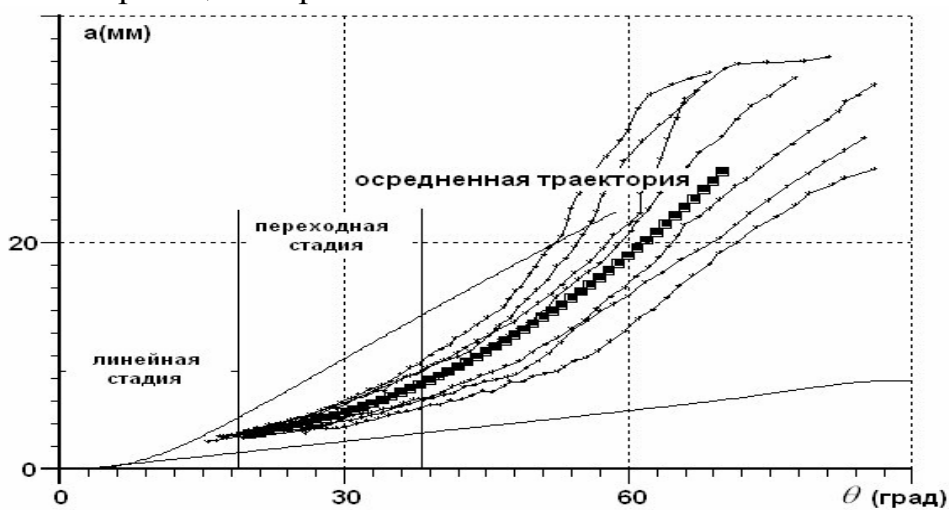


Рис. 5

Тогда из (1) и (2) следует, что коэффициент расхода газа C_q^* (отношение объемного расхода уносимого из каверны газа к расходу жидкости в струе,

звездочкой отмечена величина коэффициента при критическом режиме течения) пропорционален $We^{-0,25}$. На рис. 5 показаны также (согласно оценкам [6] для классической задачи) области линейного и переходного (к нелинейному стационару) развития неустойчивости. Длина линейного участка определяется по формуле $l_0 = 2,5V_k / \gamma_m$ (где γ_m - максимальный инкремент роста линейных волн). Для угла разворота струи 90^0 можно приближенно положить $R_k \approx H$ (H - расстояние от среза сопла до экрана), длина каверны $L_k \approx \pi H/2$, и тогда

$$\frac{l_0}{L_k} = \frac{5}{\pi} \frac{1}{\sqrt{(2/3)v_0 \sqrt{We/(3H/\Delta)}}}$$

Таким образом, с уменьшением We доля линейного и переходного участков увеличивается, что должно исказить приведенные выше оценки для коэффициента уноса.

Экспериментальные исследования течения в зазоре между пластинами [5] показали заметное увеличение коэффициента уноса газа из каверны с уменьшением скорости течения. Однако трактовать этот эффект как зависимость только от числа Вебера было бы неправильно из-за весьма сильного влияния вязкости при течении в 5 мм зазора между пластинами.

Поэтому был проведен специальный эксперимент, в котором боковые стенки незначительно влияли на струйное течение. Рабочая часть новой установки сделана по той же схеме, что и ранее, но кромки сопла здесь представляют собой дуги двух концентрических окружностей (получается сектор кольцевой струи). Схема рис.3. в этом случае есть сечение течения плоскостью симметрии (радиус по внутренней кромке сопла $R_c = 600$ мм, угол сектора 12^0). Такую установку можно также рассматривать как модель кольцевой струйной завесы. Если в плоской установке [5] расстояние между боковыми пластинами (5 мм) значительно меньше ширины сопла (25 мм), то в данном эксперименте расстояние между боковыми пластинами (126 мм) значительно больше ширины сопла (19,5 мм). Так как радиус кривизны кромки сопла более чем на порядок превосходил толщину струи, а расстояние между кромкой сопла и экраном H менялось в диапазоне 40-70 мм (на порядок меньше R_c), то для оценок критического коэффициента донного давления C_d^* использовалась теория плоского струйного течения. Отметим, что для широкой струи, в отличие от плоской установки, развитие неустойчивости носит трехмерный характер.

Была принята следующая методика определения критического коэффициента уноса газа C_q^* : при фиксированном полном напоре водяной струи изменялся расход поддуваемого в каверну воздуха и проводился ряд измерений C_q в окрестности критического коэффициента донного давления, данные аппроксимировались прямой (строилась прямая регрессии) и с помощью этой линейной зависимости определяется $C_q = C_q^*$ в точке $C_d = C_d^*$. Нужно отметить, что экспериментальные точки хорошо аппроксимировались прямой (коэффициент достоверности аппроксимации был не ниже 0,95), однако коэффициент регрессии (наклон прямой) довольно велик (от 20 до 40), причем он увеличивался с уменьшением напора струи, что требовало высокой точности измерения давления напора и давления в

каверне (подробности см. в [8]). Скорости истечения струи в экспериментах менялись от 5 до 20 м/с.

Давление менее $0,3 \cdot 10^5$ измерялось водяным манометром (погрешность не более 20 Па), что обеспечивало высокую точность измерений C_d при уменьшении числа Вебера. Погрешность при определении C_q^* составляла 0,1 вблизи концов интервала измерений (малые и большие скорости истечения) и увеличивалась до 0,3 в середине интервала.

В результате проведенных измерений получена зависимость C_q^* от числа Вебера для различных расстояний от среза сопла до экрана H . На рис.6 представлены зависимости критического коэффициента уноса от числа Вебера при $H/D = 1,54; 2,56; 3,59$ (кривые отмечены соответственно цифрами 1, 2 и 3, прозрачными квадратами показаны данные плоского эксперимента [5] при $H/D = 2,8$).

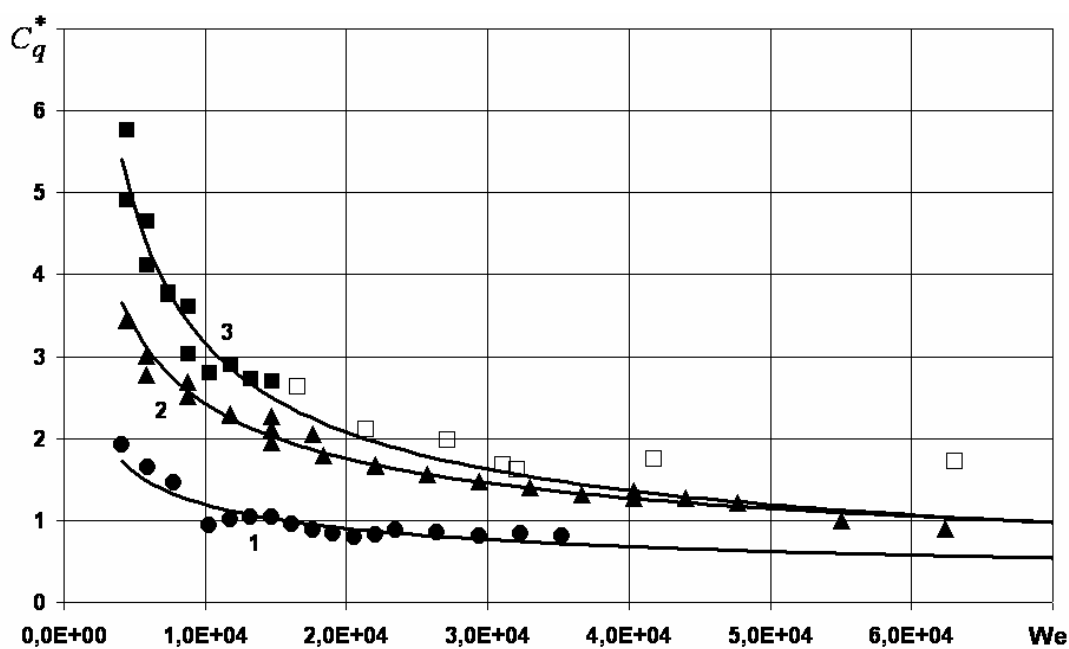


Рис. 6

Видно, что экспериментальные точки хорошо аппроксимируются степенными зависимостями $C_q^* \approx We^{-\gamma}$. Для представленных на рис.3.2 результатов $\gamma = 0,41, 0,47, 0,61$ соответственно. Видно, что расстояние H/D влияет на величину γ , но с уменьшением H/D расстояния от сопла до экрана (соответственно увеличивается C_d) зависимость становится менее крутой. Видно, что данные работы [5] удовлетворительно согласуются с результатами, полученными в экспериментах с кольцевым сектором, что свидетельствует также и о незначительном влиянии боковых стенок (числа Рейнольдса) в плоском эксперименте [5]. Так как длина каверны невелика (обычно удлинение порядка 1), а ускорение жидкости на границе каверны значительно больше ускорения свободного падения (в представленных экспериментах ускорение меняется от 400 до 6000 м/с²), влиянием весомости жидкости можно пренебречь. Следовательно, масштабный эффект в основном здесь связан с влиянием поверхностного натяжения, которое можно характеризовать числом Вебера. На основании опытов на крупномасштабной установке и данных [5], можно сделать вывод, что влияние

числа Вебера усиливается при $We < 10^5$. Этот факт нужно учитывать при моделировании течений с образованием каверны с отрицательным числом кавитации на малых установках. Кроме того, число Вебера зависит от физических свойств системы жидкость газ. Так при добавлении в воду мыла поверхностное натяжение уменьшается примерно в 2 раза, так что при одинаковых гидродинамических параметрах число Вебера увеличивается в два раза, что может сопровождаться значительным уменьшением уноса газа из каверны.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 06-08-00412, 08-08-00463, 07-01-00296) и программы НШ-610.2008.1

ЛИТЕРАТУРА

1. Эпштейн Л.А. Методы теории размерностей и подобия в задачах гидромеханики судов. Л. Изд-во «Судостроение», 1970
2. Spurk J.H. A theory for the gas loss from ventilated cavities. Proc. Int. Summer Sci. School “NSH-2002”. Cheboksary, Russia/Washington, USA, 2002, p. 191-195
3. Седов Л.И. Вступительное слово на открытии симпозиума. Труды межд. симп. «Неустановившиеся течения воды с большими скоростями» Л. 22 – 26 июня 1971, «Наука» М. 1973
4. Козлов И.И., Прокофьев В.В. «Унос газа из вентилируемой каверны с отрицательным числом кавитации» Изв. РАН, МЖГ. 2001. №5. С. 92-106.
5. Козлов И.И., Прокофьев В.В., Пучков А.А. Исследование развития волновых структур на неустойчивой границе каверны с помощью скоростной видеокамеры. Изв. РАН, МЖГ. 2008. №2. С. 135-148
6. Иногамов Н.А., Демьянов А.Ю., Сон Э.Е., Гидродинамика перемешивания. М. Изд-во МФТИ, 1999, 464 с.
7. Герценштейн С.Я., Чернявский В.М., Штемлер Ю.М., Об устойчивости Релея-Тейлора при больших значениях времени// Изв. АН СССР, МЖГ. 1989. №5. С. 8-18
8. Козлов И.И., Прокофьев В.В. Влияние числа Вебера на коэффициент уноса газа из каверны с отрицательным числом кавитации. Отчет НИИ Мех, М., 2007, № 4915, 37 с.

СТРУКТУРА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СУДОВОГО КОРПУСА

ТИХОНОВ В.И., к.т.н., доцент – Волжская государственная академия
водного транспорта (г. Н. Новгород, Россия)
nitihonova@mail.ru

В статье приведён краткий анализ сопротивления воды движению судна и предложены структурные выражения для его продольной и поперечной составляющих.

Одним из важнейших мореходных качеств судна является ходкость, под которой понимается его способность развивать заданную скорость прямолинейного движения в определённых условиях плавания при эффективном использовании мощности главной энергетической установки. Ходкость зависит от размеров, формы обводов и состояния наружной поверхности обшивки погруженной части корпуса, мощности главных двигателей, типа движителей, а также от условий, в которых происходит движение судна.

Для оценки ходкости необходимо располагать данными о силе сопротивления окружающей среды (воды и воздуха) движению судна, а также характеристиками движителей, которые создают силу тяги, приводящую судно в движение.

Работа любого типа движителя в той или иной степени влияет на структуру потока, обтекающего корпус судна, и изменяет сопротивление жидкости его движению. Однако обычно сопротивление воды движению корпуса рассматривают без учёта влияния на него работающего движителя, а дополнительную силу, вызванную этим влиянием, как и сопротивление жидкости перемещению в ней самого движителя, учитывают отдельно при расчёте эффективности движителя.

При установившемся движении судна с некоторой скоростью v вдоль всей смоченной поверхности S его корпуса в результате взаимодействия с жидкостью возникают непрерывно распределённые поверхностные силы. В каждой точке поверхности они характеризуются вектором напряжений поверхностных сил \vec{p}_S . Система гидродинамических сил, действующих со стороны воды на погружённую часть корпуса судна, представляет собой сумму распределённых по его поверхности элементарных сил, которую можно привести к главному вектору \vec{R} и главному моменту \vec{M} по формулам [1]:

$$\vec{R} = \int_S \vec{p}_S dS ; \quad (1)$$

$$\vec{M} = \int_S (\vec{r} \times \vec{p}_S) dS , \quad (2)$$

где \vec{r} – радиус-вектор данной точки поверхности корпуса относительно начала координат.

Проекция вектора \vec{p}_S на направление внутренней нормали \vec{n}_1 к поверхности корпуса в какой-либо её точке представляет собой гидродинамическое давление p , а его проекция на направление линии тока в этой точке – касательное напряжение τ , обусловленное вязкостью жидкости. Следовательно [2],

$$\vec{p}_S = p\vec{n}_1 + \vec{\tau}. \quad (3)$$

Подставив равенство (3) в формулу (1), получим:

$$\vec{R} = \int_S p\vec{n}_1 dS + \int_S \vec{\tau} dS. \quad (4)$$

Выражение (4) позволяет разделить гидродинамическую силу \vec{R} , представляющую собой общее сопротивление воды движению в ней корпуса судна, на две составляющие: сопротивление давлений \vec{R}_p и вязкостное сопротивление \vec{R}_V , то есть

$$\vec{R} = \vec{R}_p + \vec{R}_V. \quad (5)$$

При этом первая составляющая

$$\vec{R}_p = \int_S p\vec{n}_1 dS \quad (6)$$

представляет собой суммарный вектор сил, создаваемых гидродинамическими давлениями, распределёнными по смоченной поверхности S корпуса судна. Вторая составляющая

$$\vec{R}_V = \int_S \vec{\tau} dS \quad (7)$$

представляет собой равнодействующую касательных напряжений, распределённых по наружной поверхности обшивки погруженной части корпуса.

Судно, двигаясь в жидкости, создаёт на её свободной поверхности систему волн, вызванных колебаниями частиц воды, которые выведены из состояния равновесия. Процесс образования волн приводит к изменению поля скоростей и давлений на свободной поверхности, в том числе и вдоль обшивки самого корпуса. В итоге возникает результирующая сила давлений, обусловленных весом жидкости, которую называют волновым сопротивлением \vec{R}_W [1, 2]. Поэтому суммарную силу давлений \vec{R}_p также разделяют на две составляющие –

$$\vec{R}_p = \vec{R}_{PF} + \vec{R}_W. \quad (8)$$

Составляющая \vec{R}_{PF} представляет собой часть общего сопротивления давлений, которую принято называть вязкостным сопротивлением давления [2], или сопротивлением формы [1, 2].

Попытаемся выяснить, результатом каких давлений является сопротивление формы \vec{R}_{PF} . Прежде всего, отметим, что поле скоростей потока, обтекающего корпус судна, неоднородно. Поэтому скорости движения частиц жидкости вдоль обшивки различных частей корпуса (внешний и внутренний борта, носовая и кормовая оконечности) неодинаковы. Следовательно, имеются давления, обусловленные разностью скоростей обтекания водой поверхности корпуса. Равнодействующая поверхностных усилий, создаваемых этими давлениями, аналогична силе, возникающей на крыле вследствие циркуляции скорости обтекающего его потока и называемой циркуляционной [3].

Кроме того, имеются давления, обусловленные скоростным напором (или разностью скоростных напоров) жидкости на поверхность погруженной части

корпуса судна. Равнодействующую распределённых по смоченной поверхности сил, создаваемых скоростными давлениями, принято называть отрывной [3].

Таким образом, сопротивление формы \vec{R}_{PF} представляет собой не что иное, как равнодействующую гидродинамических сил, обусловленных циркуляционно-отрывным обтеканием водой погруженной части корпуса судна, то есть

$$\vec{R}_{PF} = \vec{R}_{цир} + \vec{R}_{отр}. \quad (9)$$

Последнее выражение позволяет сделать вывод о том, что гипотеза о существовании прямой (аффинной) взаимосвязи между сопротивлением формы и сопротивлением трения не может считаться вполне обоснованной, поскольку природа циркуляционно-отрывных и вязкостных усилий существенно различна.

Вязкостное сопротивление \vec{R}_V зависит от распределения касательных напряжений по смоченной поверхности корпуса. На него влияют продольная и поперечная кривизна обводов корпуса и обусловленные ею перепады напряжений поверхностных сил, состояние наружной поверхности обшивки, различные виды отрыва пограничного слоя, а также волнообразование [2]. Эти факторы приводят к тому, что касательные напряжения на обшивке судового корпуса отличаются от значений, соответствующих обтеканию плоской гладкой пластины при равных числах Re . Поэтому суммарная сила, обусловленная вязкостью жидкости, всегда оказывается больше силы трения, возникающей на эквивалентной пластине.

Следовательно, «сопротивление формы» можно рассматривать как разность между суммарным вязкостным сопротивлением \vec{R}_V и силой трения \vec{R}_f , возникающей на эквивалентной пластине. В этом случае наличие аффинной связи между вязкостным сопротивлением формы \vec{R}_{VF} и сопротивлением трения \vec{R}_f будет очевидным. Тогда сила \vec{R}_V может быть представлена в виде

$$\vec{R}_V = \vec{R}_f + \vec{R}_{VF}. \quad (10)$$

Необходимо заметить, что при определении сопротивления обычно делается допущение об отсутствии крена. Однако крен судна приводит к тому, что площадь смоченной поверхности одного борта увеличивается, а другого – уменьшается, в результате чего на корпусе появляются гидродинамические усилия, равнодействующая которых \vec{R}_θ представляет собой дополнительное сопротивление воды, возникающее в случае движения судна с углом крена θ .

Таким образом, суммарное сопротивление жидкости движению в ней корпуса судна может быть представлено следующим образом:

$$\vec{R} = \vec{R}_{цир} + \vec{R}_{отр} + \vec{R}_V + \vec{R}_W + \vec{R}_\theta. \quad (11)$$

Проекция главного вектора \vec{R} на оси x и y , а главного момента \vec{M} – на ось z связанной с судном подвижной системы координат

$$X_\Gamma = X_{цир} + X_{отр} + X_V + X_W + X_\theta; \quad (12)$$

$$Y_\Gamma = Y_{цир} + Y_{отр} + Y_V + Y_W + Y_\theta; \quad (13)$$

$$M_\Gamma = M_{цир} + M_{отр} + M_V + M_W + M_\theta \quad (14)$$

называют гидродинамическими характеристиками судна. Продольную

составляющую общего сопротивления $X_G = R_X$ называют также силой сопротивления воды движению судна (или, кратко, сопротивлением воды).

Структурные формулы (12) – (14) отражают, по мнению автора, реальный процесс динамического взаимодействия погруженной части корпуса судна с окружающей жидкостью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Басин А. М. Ходкость и управляемость судов. – М.: Транспорт, 1977. – 456с.
2. Войткунский Я. И. Сопротивление движению судов. – Л.: Судостроение, 1988. – 288с.
3. Соболев Г. В. Управляемость корабля и автоматизация судовождения. – Л.: Судостроение, 1976. – 478с.

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

ТИХОНОВ В.И., к.т.н., доцент – Волжская государственная академия
водного транспорта (г. Н. Новгород, Россия)
nitihonova@mail.ru

С использованием понятия «присоединённая жидкость» получены зависимость распределения скоростей и уравнение установившегося потенциального движения жидкости в пограничном слое.

При исследовании движения твёрдых тел в реальной жидкости предполагается, что влияние вязкости на структуру потока ограничивается областью вблизи их поверхности. Поэтому окружающую тело жидкость разделяют на две части – прилегающий к поверхности тела пограничный слой, в котором проявляется действие сил вязкости, и внешний поток, в котором жидкость ведёт себя как идеальная.

Основной геометрической характеристикой пограничного слоя служит его толщина ε – расстояние по внешней нормали n (или поперечной оси y , если $\vec{y} \parallel \vec{n}$) к поверхности S тела, где скорость $v_{обт}$ потока, обтекающего тело внутри пограничного слоя, достигает значения v , соответствующего скорости внешнего потока относительно данной точки поверхности тела [1]. Внешняя поверхность S_1 пограничного слоя не является линией тока, а лишь условно ограничивает извне зону влияния вязкости на поток, обтекающий тело.

Для оценки силы сопротивления трения, действующей на корпус водоизмещающего судна, широко используется понятие «эквивалентная плоская пластина». Такие пластины, обтекаемые в продольном направлении x , представляют собой группу простейших тел, для которых характерно отсутствие перепада давления жидкости вдоль их поверхности.

Определение характеристик пограничного слоя основано на решении интегрального соотношения Кармана, справедливого как для ламинарного, так и турбулентного течения. Для пограничного слоя плоской пластины это соотношение примет следующий вид [2]:

$$\rho v \frac{d}{dx} \int_0^{\varepsilon} u_x dy - \rho \frac{d}{dx} \int_0^{\varepsilon} u_x^2 dy = \tau_0, \quad (1)$$

где u_x – скорость жидкости, обтекающей тело в пределах пограничного слоя (при турбулентном течении под скоростью u_x понимается её осреднённое во времени значение); p – давление жидкости; τ_0 – касательное напряжение на поверхности S тела (при $y = 0$).

Значение τ_0 как при ламинарном, так и при турбулентном движении жидкости может быть определено по известной формуле Ньютона

$$\tau_0 = \rho \eta \left. \frac{\partial u_x}{\partial y} \right|_{y=0}. \quad (2)$$

Здесь η – кинематическая вязкость жидкости. Таким образом, для решения уравнения (1) необходимо и достаточно установить характер распределения скоростей $u_x(y)$ движения частиц жидкости в пределах толщины пограничного слоя. Очевидно, что зависимость $u_x(y)$ должна быть объективной, то есть соответствующей основным законам механики. Попытаемся определить эту зависимость.

Предположим, что судно движется в продольном направлении с постоянной скоростью v относительно находящейся в состоянии покоя жидкости. Преодолевая её сопротивление, судно совершает работу, изменяя при этом энергию окружающей его воды. Этот процесс непрерывной передачи энергии, происходящий в пограничном слое толщиной ε , сопровождается возникновением в нём поля вызванных скоростей частиц, в результате чего образуется так называемая присоединённая жидкость.

Условность этого понятия объясняется тем обстоятельством, что в пределах пограничного слоя каждая частица воды является участницей движения по двум противоположным направлениям:

1) по направлению движения судна со скоростью v_{np} как присоединённая жидкость;

2) по направлению внешнего потока с относительной скоростью $-v$ как жидкость, обтекающая корпус.

Рассмотрим частицы плоского пограничного слоя, находящиеся на одной и той же внешней нормали n к поверхности S борта судна в какой-либо точке O , полагая, что координатная ось Ox совпадает с направлением движения судна, а ось Oy – с направлением нормали n .

Скорость частицы вязкой жидкости, непосредственно прилегающей («прилипшей») к поверхности S обшивки корпуса, равна его скорости v . По мере удаления от поверхности S скорость жидких частиц уменьшается и на условной поверхности S_1 , разделяющей пограничный слой и внешний поток, становится равной нулю (рис. 1). Следовательно, скорость v_{np} движения частиц присоединённой жидкости должна удовлетворять следующим граничным условиям:

на поверхности корпуса

$$v_{np}|_S = v; \quad (3)$$

на поверхности, разделяющей внешний поток и пограничный слой,

$$v_{np}|_{S_1} = 0. \quad (4)$$

Результирующая скорость $v_{обм}$ движения частицы вязкой жидкости относительно поверхности корпуса будет определяться выражением:

$$v_{обм} = -(v - v_{np}). \quad (5)$$

Скорость $v_{обм}$ должна удовлетворять противоположным граничным условиям (см. рис. 1):

на поверхности корпуса

$$v_{обм}|_S = 0; \quad (6)$$

на поверхности, разделяющей пограничный слой и внешний поток,

$$v_{обм}|_{S_1} = -v. \quad (7)$$

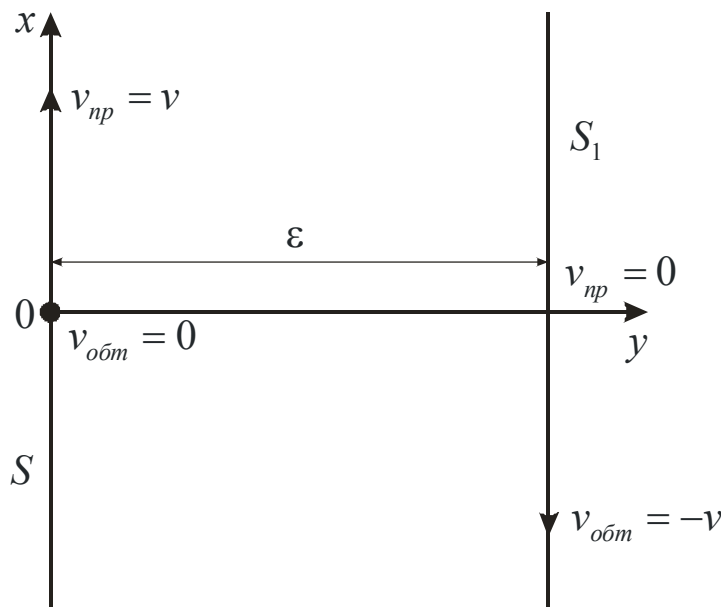


Рис. 1. Граничные значения скоростей частиц жидкости

Равенство (5) свидетельствует о том, что в пределах пограничного слоя выполняется условие неразрывности и несжимаемости жидкости, то есть

$$v_{np} - v_{обм} = v. \quad (8)$$

Заметим, что сила сопротивления воды движению судна, а также энергетические затраты судна на преодоление этого сопротивления будут определяться относительной скоростью $v_{обм}$ обтекания жидкостью судового корпуса. Кроме того, поскольку внешний поток, рассматриваемый как идеальная жидкость, никакого влияния на пограничный слой не оказывает, то система частиц воды внутри пограничного слоя может считаться замкнутой. Тогда, согласно закону сохранения количества движения, для случая движения судна в покоящейся жидкости

$$\frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} v_{np}(y) dy = const. \quad (9)$$

Рассмотрим теперь обращённое установившееся движение жидкости относительно неподвижного судна с той же самой скоростью. В этом случае сила сопротивления судна движению жидкости, а также энергетические затраты потока на преодоление этого сопротивления будут определяться скоростью v_{np} движения частиц относительно внешнего потока, а для системы частиц воды внутри пограничного слоя можем записать:

$$\frac{1}{\varepsilon} \int_{\varepsilon}^0 v_{обм}(y) dy = const. \quad (10)$$

Тогда единственным условием, не противоречащим ни принципу относительности Галилея, ни третьему закону Ньютона, ни закону сохранения

количества движения, ни закону сохранения и превращения энергии, будет

$$\frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} v_{np}(y) dy = \frac{1}{\varepsilon} \int_{\varepsilon}^0 v_{обт}(y) dy. \quad (11)$$

Воспользовавшись теоремой о среднем значении интеграла, представим уравнение (11) в виде

$$\frac{\bar{v}_{np}}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} dy + \frac{\bar{v}_{обт}}{\varepsilon} \int_{\varepsilon}^0 dy = 0, \quad (12)$$

где \bar{v}_{np} , $\bar{v}_{обт}$ – средние в пределах пограничного слоя значения скоростей частиц жидкости.

Из выражения (12) вытекает:

$$\bar{v}_{np} + \bar{v}_{обт} = 0. \quad (13)$$

Равенства (8) и (13) позволяют сделать вывод о том, что

$$\bar{v}_{np} = 0,5v; \quad \bar{v}_{обт} = -0,5v. \quad (14)$$

Следовательно, если имеет место относительное движение твёрдого тела в реальной жидкости, то в пределах пограничного слоя

1) средняя скорость частиц присоединённой жидкости равна половине скорости относительного движения;

2) средняя скорость обтекания тела жидкостью равна половине скорости относительного движения;

3) движение частиц присоединённой жидкости и внешнего потока происходит навстречу друг другу.

Поскольку площади эпюр скоростей –

$$\int_0^{\varepsilon} v_{np}(y) dy = \int_{\varepsilon}^0 v_{обт}(y) dy = 0,5v\varepsilon$$

эквивалентны площадям прямоугольных треугольников, то, согласно равенствам (8) и (11), функции $v_{np}(y)$ и $v_{обт}(y)$ должны удовлетворять условиям:

$$v_{np}(y)|_{y=0,5\varepsilon} = 0,5v; \quad v_{обт}(y)|_{y=0,5\varepsilon} = -0,5v. \quad (15)$$

Если предположить, что на характер распределения скоростей жидких частиц вблизи поверхности S обшивки корпуса судна ($0 \leq y < 0,5\varepsilon$) большее влияние оказывает вязкость воды, а около внешней границы S_1 слоя ($0,5\varepsilon < y \leq \varepsilon$) – её «идеальность», то зависимость $u_x(y) = |v_{обт}(y)|$ может быть представлена в виде

$$u_x = v \left(\frac{1}{\varepsilon} y - A \sin \frac{2\pi}{\varepsilon} y \right). \quad (16)$$

Здесь A – безразмерный коэффициент. Очевидно, что уравнение (16) удовлетворяет следующему условию: на внешней границе слоя

$$\left. \frac{\partial \tau}{\partial y} \right|_{y=\varepsilon} = \rho \eta \left. \frac{d^2 u_x}{dy^2} \right|_{y=\varepsilon} = 0. \quad (17)$$

Найдём касательное напряжение на поверхности обшивки корпуса судна. Подставив выражение (16) в формулу (2), получим:

$$\tau_0 = \rho \eta \frac{v}{\varepsilon} (1 - 2\pi A). \quad (18)$$

Соотношение (18) позволяет определить границы возможного изменения значений коэффициента A . Очевидно, что при $A=0$ зависимость $u_x(y)$ становится линейной, а при $A=1/2\pi$ вода «превращается» в идеальную жидкость. Следовательно, коэффициент A должен удовлетворять условию:

$$0 < A < 1/2\pi.$$

Приняв величину коэффициента A средней – $A=1/4\pi$, получим окончательный вид зависимости распределения скоростей в пограничном слое жидкости, обтекающей твёрдое тело (рис. 2):

$$u_x = v \left(\frac{1}{\varepsilon} y - \frac{1}{4\pi} \sin \frac{2\pi}{\varepsilon} y \right). \quad (19)$$

Тогда

$$\tau_0 = 0,5 \rho \eta \frac{v}{\varepsilon}. \quad (20)$$

Необходимо отметить, что зависимость (19) полностью соответствует результатам экспериментальных исследований распределения скоростей в турбулентных гидродинамических следах и спутных струях, создаваемых сходящим с корпуса судна или его модели пограничным слоем [1, с. 49]. При этом некоторые весьма незначительные количественные расхождения в диапазонах $0 \leq y < 0,5\varepsilon$ и $0,5\varepsilon < y \leq \varepsilon$ могут быть объяснены, по мнению автора, влиянием, соответственно, шероховатости поверхностей моделей и волнообразования.

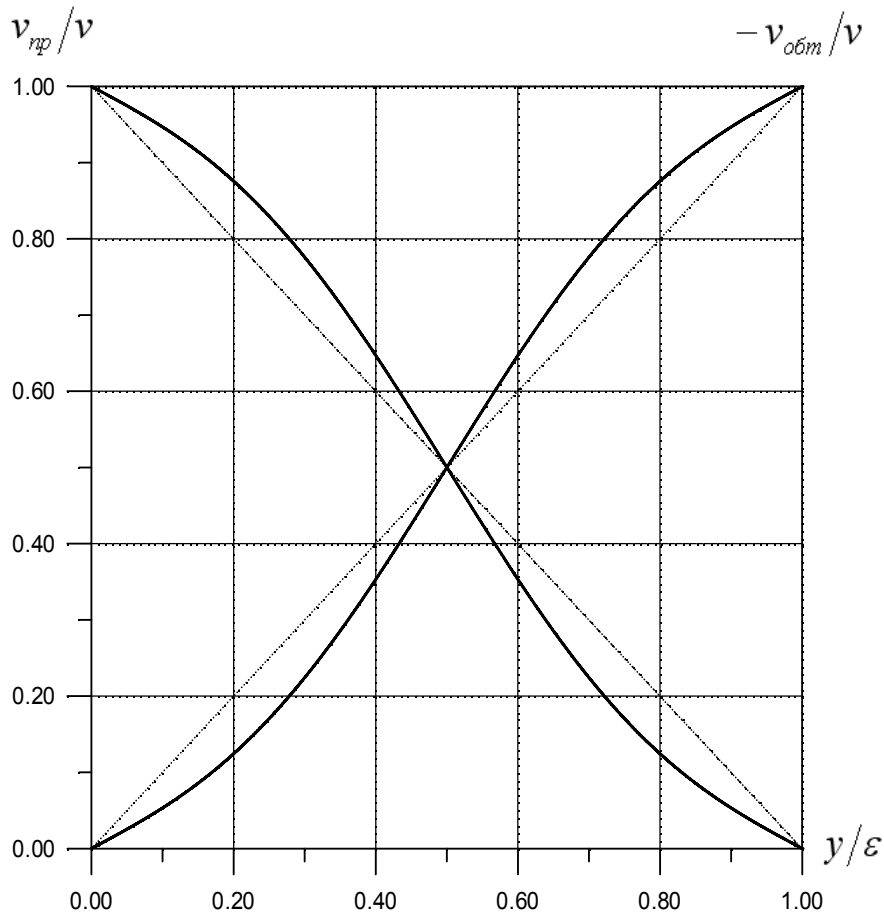


Рис. 2. Безразмерные эпюры скоростей в пограничном слое

Таким образом, можно считать, что Ярослав Иосифович Войткунский экспериментально установил, а автор аналитически подтвердил существование объективной закономерности распределения скоростей в пограничном слое воды, обтекающей твёрдое тело. Очевидно, что эта закономерность распространяется и на случай ламинарного течения жидкости в пограничном слое.

Подставив формулы (19) и (20) в выражение (1), получим:

$$\rho v^2 \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} y dy - \frac{1}{4\pi} \int_0^{\varepsilon} \sin\left(\frac{2\pi}{\varepsilon} y\right) dy - -\frac{1}{\varepsilon^2} \int_0^{\varepsilon} y^2 dy + \frac{1}{2\pi\varepsilon} \int_0^{\varepsilon} y \sin\left(\frac{2\pi}{\varepsilon} y\right) dy - \frac{1}{16\pi^2} \int_0^{\varepsilon} \sin^2\left(\frac{2\pi}{\varepsilon} y\right) dy \right] = \frac{1}{2} \rho \eta \frac{v}{\varepsilon}. \quad (21)$$

Интегрирование этого уравнения даёт следующий результат:

$$2\varepsilon d\varepsilon = \frac{96\pi^2 \eta}{(16\pi^2 - 27)v} dx, \text{ откуда}$$

$$\varepsilon = 2,69 \sqrt{\frac{\eta x}{v}}; \quad (22)$$

$$\tau_0 = \frac{0,3717}{\sqrt{\frac{vx}{\eta}}} \rho \frac{v^2}{2}. \quad (23)$$

Для определения коэффициента C_{f_0} сопротивления трения эквивалентной плоской пластины воспользуемся известным соотношением

$$C_{f_0} \Omega \rho \frac{v^2}{2} = \frac{\Omega}{L} \int_0^L \tau_0 dx, \quad (24)$$

где Ω – площадь смоченной поверхности корпуса судна; L – длина судна.

Соотношение (24) с учётом выражения (23) позволяет получить следующую формулу:

$$C_{f_0} = \frac{0,7434}{\sqrt{Re}}. \quad (25)$$

Таким образом, есть все основания полагать, что результаты расчётов коэффициента трения C_{f_0} эквивалентной пластины по формулам, основанным на использовании противоречащей фундаментальным законам механики логарифмической зависимости распределения скоростей жидкости в пограничном слое, недостоверны, поскольку существенно превышают его действительные значения.

Однако вернёмся к определению основных закономерностей динамического взаимодействия корпуса судна с окружающей его водой. Равенства (14) позволяют сделать вывод о том, что в пределах пограничного слоя средняя удельная кинетическая энергия \bar{E}_k , приходящаяся на единицу массы как присоединённой жидкости, так и жидкости, обтекающей твёрдое тело, определяется выражением:

$$\bar{E}_k = \int \bar{v}_{np} dv = \int \bar{v}_{обм} dv = 0,5 \int v dv = 0,25v^2. \quad (26)$$

Следовательно, установившееся потенциальное движение вязкой жидкости в пограничном слое может быть описано уравнением:

$$\bar{E} = gz + \frac{p}{\rho} + 0,25v^2 = const. \quad (27)$$

Здесь \bar{E} – средняя удельная энергия, приходящаяся на единицу массы жидкости в пределах пограничного слоя; z – аппликата рассматриваемой точки пограничного слоя относительно начала координат. Уравнение (27) не противоречит закону сохранения энергии. Оно лишь свидетельствует о том, что в пограничном слое, согласно выражениям (8 и 26), часть кинетической энергии твёрдого тела (или внешнего потока) превращается в кинетическую энергию присоединённой жидкости. Кроме того, равенство (26) позволяет сделать вывод о том, что затраты энергии судна на преодоление сопротивления воды его движению численно равны энергетическим затратам на поддержание движения присоединённой жидкости.

В изложенном выше основное внимание было уделено анализу продольного обтекания судового корпуса реальной жидкостью. Однако

нетрудно показать, что замена скорости судна v её составляющими v_x и v_y , а ординаты y нормалью n фактически не изменит выражений (3-14), то есть не изменит зависимости распределения скоростей частиц воды в пределах пограничного слоя как при продольном, так и при поперечном обтекании корпуса. Следовательно, и уравнение (27) описывает произвольное установившееся потенциальное движение вязкой жидкости в пределах пограничного слоя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Войткунский Я.И. Сопротивление движению судов: Учебник. – 2-е изд., доп. и перераб. – Л.: Судостроение, 1988. – 288 с.
2. Басин А.М. Ходкость и управляемость судов. – М.: Транспорт, 1977. – 456 с.

ОБОСНОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ УСЛОВНОЙ ЗАМЕНЫ РЕАЛЬНОГО СУДОВОГО КОРПУСА ЕГО ЭКВИВАЛЕНТНЫМ АНАЛОГОМ

ТИХОНОВ В.И., к.т.н., доцент – Волжская государственная академия
водного транспорта (г. Н. Новгород, Россия)
nitihonova@mail.ru

Для разработки аналитических методов определения действующих на судно гидродинамических усилий автором предлагается условная замена реального судового корпуса его эквивалентным аналогом с вертикальными штевнями или с вертикальными бортами. При этом доказывается, что геометрически эквивалентный аналог одновременно является гидродинамически тождественным аналогом реального корпуса судна.

Установившееся потенциальное движение воды, обтекающей корпус судна, может быть представлено следующим уравнением [1]:

$$gz + \frac{p}{\rho} + 0,25v^2 = const. \quad (1)$$

Здесь g – ускорение свободного падения; z – аппликата рассматриваемой точки потока; p – давление жидкости в данной точке; ρ – плотность жидкости; v – скорость жидкости в данной точке.

Следовательно, полученное автором уравнение (1) может рассматриваться как интеграл Громеки (или как уравнение Бернулли) применительно к случаю обтекания корпуса судна реальной жидкостью. Перепишем выражение (1) следующим образом:

$$gz_1 + \frac{p_1}{\rho} + 0,25v_1^2 = gz_2 + \frac{p_2}{\rho} + 0,25v_2^2, \quad (2)$$

где z_1, z_2 – аппликаты рассматриваемых точек потока, обтекающего корпус судна; p_1, p_2 – давления жидкости в рассматриваемых точках потока; v_1, v_2 – скорости частиц жидкости в рассматриваемых точках потока.

Если рассматриваемые точки потока, обтекающего корпус судна, лежат в одной и той же плоскости ватерлинии (то есть $z_1 = z_2$), то выражение (2) примет следующий вид:

$$p_1 + 0,25v_1^2 = p_2 + 0,25v_2^2. \quad (3)$$

Уравнение (3) позволяет определять разность давлений реальной жидкости на поверхности обшивки корпуса судна, возникающую как вследствие разности скоростей их обтекания, так и вследствие разности гидродинамических напоров на эти поверхности.

Элементарное гидродинамическое усилие dQ , действующее на поверхность обшивки погруженной части судового корпуса в какой-либо точке $A(x, y, z)$, может быть представлено в виде

$$dQ = pdS. \quad (4)$$

Здесь dS – элементарная площадь смоченной поверхности корпуса.

Проецируя силу dQ на продольную x и поперечную y оси связанной с судном системы координат, получаем:

$$dQ_x = -pdS \cos q \cos \gamma ; \quad (5)$$

$$dQ_y = pdS \sin q \cos \gamma , \quad (6)$$

где q – двугранный угол между диаметральной плоскостью (ДП) судна и вертикальной плоскостью, проходящей через нормаль к ватерлинии в рассматриваемой точке $A(x, y, z)$. Поскольку в данной работе угол q отличается от принятого в навигации курсового угла лишь тем, что всегда положителен, то в дальнейшем будем называть угол q курсовым углом нормали, подразумевая, что он измеряется в четвертной системе счёта; γ – снижение нормали к поверхности корпуса в этой точке относительно нормали к ватерлинии. Произведения $dS \cos q \cos \gamma$, $dS \sin q \cos \gamma$ представляют собой проекции элементарной площади dS соответственно на плоскость мидельшпангоута и ДП судна, то есть

$$dS \cos q \cos \gamma = dS_m ; \quad (7)$$

$$dS \sin q \cos \gamma = dS_\delta . \quad (8)$$

Подставив равенства (7) и (8) в уравнения (5) и (6), получим:

$$dQ_x = -pdS_m ; \quad (9)$$

$$dQ_y = pdS_\delta . \quad (10)$$

Следовательно, в случае плоскопараллельного движения судна проекции действующих на его корпус элементарных гидродинамических усилий будут определяться выражениями:

$$dX = -\Delta p_x dS_m ; \quad (11)$$

$$dY = \Delta p_y dS_\delta . \quad (12)$$

В уравнениях (11) и (12) обозначено: dX, dY – проекции элементарной гидродинамической силы, приложенной к корпусу судна, на оси подвижной системы координат; Δp_x – разность динамических давлений жидкости в равноотстоящих от ДП и лежащих в плоскости одной и той же ватерлинии точках обшивки носовой и кормовой оконечностей судового корпуса; Δp_y – разность динамических давлений жидкости в симметричных относительно ДП точках обшивки внешнего и внутреннего бортов корпуса судна.

Выражения (11) и (12) позволяют сделать предположение о том, что для определения действующих на судно гидродинамических усилий существует объективная возможность замены реального судового корпуса его эквивалентным аналогом.

Действительно, разделим погруженный объем корпуса судна на три составные части:

- 1) цилиндрическая вставка – средняя часть корпуса, характеризующаяся постоянством значения коэффициента полноты;
- 2) носовая оконечность – часть корпуса, расположенная в нос от цилиндрической вставки;
- 3) кормовая оконечность – часть корпуса, расположенная в корму от цилиндрической вставки.

Кроме того, представим реальный корпус судна в виде некоего условного корпуса с вертикальными штевнями. Тогда при сохранении объёмов его составных частей значения длины и коэффициента полноты водоизмещения носовой оконечности будут

$$l_n = 0,5\sigma_n L - l_{ц.н}; \delta_n = (0,5\delta L - \beta_m l_{ц.н}) / l_n, \quad (13)$$

а кормовой –

$$l_k = 0,5\sigma_k L - l_{ц.к}; \delta_k = (0,5\delta L - \beta_m l_{ц.к}) / l_k, \quad (14)$$

где l_n – средняя длина носовой оконечности корпуса судна; σ_n – коэффициент полноты носовой половины диаметрального батокса; $l_{ц.н}$ – средняя длина цилиндрической вставки в носовой половине корпуса судна; δ_n – коэффициент полноты водоизмещения носовой оконечности корпуса судна; δ – коэффициент полноты водоизмещения судна; β_m – коэффициент полноты мидельшпангоута; l_k – средняя длина кормовой оконечности корпуса судна; σ_k – коэффициент полноты кормовой половины диаметрального батокса; $l_{ц.к}$ – средняя длина цилиндрической вставки в кормовой половине корпуса судна; δ_k – коэффициент полноты водоизмещения кормовой оконечности корпуса судна.

Очевидно, что общий объём погруженной части корпуса судна при этом не меняется, ибо

$$(l_n \delta_n + l_{ц} \beta_m + l_k \delta_k) BT = (\bar{l}_n \delta_n + \bar{l}_{ц} \beta_m + \bar{l}_k \delta_k) LBT = \delta LBT. \quad (15)$$

Здесь $l_{ц} = (l_{ц.н} + l_{ц.к})$ – средняя длина цилиндрической вставки корпуса судна

$$\bar{l}_n = l_n / L; \bar{l}_{ц} = l_{ц} / L = l_{ц.н} / L + l_{ц.к} / L = \bar{l}_{ц.н} + \bar{l}_{ц.к}; \bar{l}_k = l_k / L.$$

Заметим, что равенство (15) характеризует собой условный судовой корпус с вертикальными штевнями. Если же обе части выражения (15) умножить и разделить на величину β_m , то получим аналог судового корпуса с вертикальными бортами, то есть

$$(\bar{l}_n \bar{\alpha}_n + \bar{l}_{ц} + \bar{l}_k \bar{\alpha}_k) \beta_m LBT = \bar{\alpha} L B_m T. \quad (16)$$

В последнем равенстве обозначено:

$\bar{\alpha}_n = \delta_n / \beta_m$ – коэффициент полноты ватерлинии в носовой оконечности условного корпуса;

$\bar{\alpha}_k = \delta_k / \beta_m$ – коэффициент полноты ватерлинии в кормовой оконечности условного корпуса;

$\bar{\alpha} = \delta / \beta_m$ – коэффициент полноты ватерлинии условного корпуса с вертикальными бортами;

$B_m = B \beta_m$ – ширина условного корпуса (средняя ширина мидельшпангоута).

Необходимо отметить, что условный корпус, характеризующийся равенствами (15) и (16) геометрически эквивалентен погруженной части реального судового корпуса. Для определения зависимости величины Δp_x от геометрических характеристик корпуса судна рассмотрим его обращённое движение в продольном направлении с установившейся скоростью v_x . Спроецировав скорость v_x на касательные к ватерлинии в каких-либо равноотстоящих от ДП точках обшивки носовой и кормовой оконечностей корпуса, получим:

$$\Delta p_{\tau_x} = p_1 - p_2 = 0,25 \rho v_x^2 (k_q^2 \sin^2 q_k - \sin^2 q_n), \quad (17)$$

где Δp_{τ_x} – разность давлений жидкости на поверхности обшивки носовой и кормовой оконечностей судового корпуса, возникающая вследствие разности скоростей их обтекания; k_q – коэффициент, учитывающий срыв пограничного слоя (уменьшение кривизны линий тока) в кормовой оконечности судового корпуса; q_n, q_k – курсовые углы нормалей к ватерлинии в рассматриваемых точках носовой и кормовой оконечностей.

Проецирование скорости v_x на внутренние нормали к обшивке в тех же точках носовой и кормовой оконечностей корпуса даёт следующий результат:

$$\Delta p_{n_x} = p_{n_1} - p_{n_2} = 0,25 \rho v_x^2 (\cos^2 q_n \cos^2 \gamma_n + \cos^2 q_k \cos^2 \gamma_k). \quad (18)$$

Здесь Δp_{n_x} – разность давлений, возникающая из-за разности скоростных напоров жидкости на поверхности носовой и кормовой оконечностей корпуса; γ_n, γ_k – снижение нормалей к поверхностям относительно нормалей к ватерлинии в рассматриваемых точках носовой и кормовой оконечностей корпуса.

Найдем приходящиеся на единицу площади смоченной поверхности корпуса средние динамические давления $\Delta \bar{p}_{\tau_x}$ и $\Delta \bar{p}_{n_x}$ в случае установившегося продольного движения судна. Для этого, воспользовавшись теоремой о среднем значении интеграла [2], представим выражения (17) и (18) следующим образом:

$$\begin{aligned} \Delta \bar{p}_{\tau_x} &= 0,25 \rho v_x^2 \left(\frac{1}{\Omega_k} \int_0^{\Omega_k} k_q^2 \sin^2 q_k dS - \frac{1}{\Omega_n} \int_0^{\Omega_n} \sin^2 q_n dS \right) = \\ &= 0,25 \rho v_x^2 (A_q \sin^2 \bar{q}_k - \sin^2 \bar{q}_n); \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \Delta \bar{p}_{n_x} &= 0,25 \rho v_x^2 \left(\frac{1}{\Omega_n} \int_0^{\Omega_n} \cos^2 q_n \cos^2 \gamma_n dS + \frac{1}{\Omega_k} \int_0^{\Omega_k} \cos^2 q_k \cos^2 \gamma_k dS \right) = \\ &= 0,25 \rho v_x^2 (A_{\gamma_n} \cos^2 \bar{q}_n + A_{\gamma_k} \cos^2 \bar{q}_k). \end{aligned} \quad (20)$$

В последних формулах обозначено:

Ω_n, Ω_k – площади смоченных поверхностей носовой и кормовой оконечностей корпуса;

$A_q = \bar{k}_q^2$ – среднее значение коэффициента, учитывающего срыв пограничного слоя в кормовой оконечности судна;

$A_{\gamma_n} = \cos^2 \bar{\gamma}_n$ – коэффициент, учитывающий среднее снижение нормалей к поверхности обшивки относительно нормалей к ватерлиниям в носовой оконечности корпуса;

$A_{\gamma_k} = \cos^2 \bar{\gamma}_k$ – коэффициент, учитывающий среднее снижение нормалей к поверхности обшивки относительно нормалей к ватерлиниям в кормовой оконечности судна.

Следовательно, в случае произвольного установившегося плоскопараллельного движения зависимость Δp_x от геометрических характеристик корпуса, согласно формулам Эйлера, может быть представлена в виде

$$\Delta p_x = F_x(y, \bar{q}_n, \bar{q}_k, \bar{\gamma}_n, \bar{\gamma}_k, \bar{k}_q) = \bar{F}_x(y); \quad (21)$$

Для оценки зависимости величины Δp_y от геометрических характеристик погруженной части корпуса рассмотрим обращённое установившееся поперечное движение судна со скоростью v_y . Поскольку скорость поперечного движения судна весьма мала, то можно допустить, что обтекание оконечностей корпуса происходит без срыва пограничного слоя. Тогда, спроецировав скорость v_y на касательные к ватерлинии в каких-либо симметричных относительно ДП точках обшивки бортов, получим:

$$\Delta \bar{p}_{\tau_y} = 0. \quad (22)$$

Проецирование скорости v_y на внутренние нормали к поверхностям в симметричных относительно ДП точках обшивки бортов даёт следующий результат:

в носовой оконечности корпуса

$$\Delta \bar{p}_{n_n} = 0,5 \rho v_y^2 A_{\gamma_n} \sin^2 \bar{q}_n; \quad (23)$$

в кормовой оконечности корпуса

$$\Delta \bar{p}_{n_k} = 0,5 \rho v_y^2 A_{\gamma_k} \sin^2 \bar{q}_k; \quad (24)$$

в области цилиндрической вставки

$$\Delta \bar{p}_{n_u} = 0,5 \rho v_y^2 A_{\gamma_u}. \quad (25)$$

Здесь $A_{\gamma_u} = \cos^2 \bar{\gamma}_u$ – коэффициент, учитывающий среднее снижение нормалей к поверхности обшивки относительно нормалей к ватерлиниям в области цилиндрической вставки.

Таким образом, в случае произвольного установившегося плоскопараллельного движения зависимость Δp_y от геометрических характеристик корпуса, согласно формулам Эйлера, может быть представлена в виде:

$$\Delta p_{y_n} = F_{y_n}(x, \bar{q}_n, \bar{\gamma}_n) = \bar{F}_{y_n}(x); \quad (26)$$

$$\Delta p_{y_k} = F_{y_k}(x, \bar{q}_k, \bar{\gamma}_k) = \bar{F}_{y_k}(x); \quad (27)$$

$$\Delta p_{y_u} = F_{y_u}(x, \bar{\gamma}_u) = \bar{F}_{y_u}(x). \quad (28)$$

Тогда, согласно уравнениям (11 и 12),

$$X = -T \left(\int_{-0,5B\beta_m}^0 \Delta p_{x_1} dy + \int_0^{0,5B\beta_m} \Delta p_{x_2} dy \right); \quad (29)$$

$$Y = T \left(\int_0^{l_{u,n}} \Delta p_{y_u} dx + \int_{l_{u,n}}^{0,5L\sigma_n} \Delta p_{y_n} dx + \int_{-l_{u,k}}^0 \Delta p_{y_u} dx + \int_{-0,5L\sigma_k}^{-l_{u,k}} \Delta p_{y_k} dx \right), \quad (30)$$

где $\Delta p_{x_1}, \Delta p_{x_2}$ – разности давлений жидкости на поверхности носовой и кормовой оконечностей соответственно внешнего и внутреннего бортов.

Определим моменты этих сил относительно вертикальной оси z . Момент M_{zX} продольной силы X найдём по выражению:

$$M_{zX} = -T \left(\int_{-0,5B\beta_M}^0 \Delta p_{x_1} y dy - \int_0^{0,5B\beta_M} \Delta p_{x_2} y dy \right). \quad (31)$$

Аналогично может быть подсчитан и момент M_{zY} поперечной силы Y

$$M_{zY} = T \left(\int_0^{l_{u,n}} \Delta p_{y_u} x dx + \int_{l_{u,n}}^{0,5L\sigma_n} \Delta p_{y_n} x dx - \int_{-l_{u,k}}^0 \Delta p_{y_u} x dx - \int_{-0,5L\sigma_k}^{-l_{u,k}} \Delta p_{y_k} x dx \right). \quad (32)$$

А теперь рассмотрим носовую половину погруженной части реального судна. Для общего анализа действующих на неё гидродинамических усилий введём следующие функции: $f(z) = l_i$ – длина носовой половины корпуса в плоскости i -ой ватерлинии; $f_1(z) = l_{u,ni}$ – длина носовой части цилиндрической вставки в плоскости i -ой ватерлинии; $f_2(z) = l_{ni}$; $f_3(z) = 0,5B_i$. Поскольку обшивка корпуса непротекаема, то будем считать, что введённые функции непрерывны в интервале $(-0,5T; +0,5T)$.

Согласно теореме о среднем значении интеграла [2],

$$S_M = 2 \int_{-0,5T}^{0,5T} f_3(z) dz = T \int_{-0,5B\beta_M}^{0,5B\beta_M} dy = TB\beta_M; \quad (33)$$

$$S_{\partial,n} = \int_{-0,5T}^{0,5T} f(z) dz = T \int_0^{0,5L\sigma_n} dx = 0,5TL\sigma_n; \quad (34)$$

$$S_{u,n} = \int_{-0,5T}^{0,5T} f_1(z) dz = T \int_0^{0,5l_{u,n}} dx = Tl_{u,n}; \quad (35)$$

$$S_n = \int_{-0,5T}^{0,5T} [f(z) - f_1(z)] dz = T \int_{l_{u,n}}^{0,5L\sigma_n} dx = T(0,5L\sigma_n - l_{u,n}) = Tl_n. \quad (36)$$

В формулах (34) – (36) обозначено: $S_{\partial,n}$ – площадь проекции носовой половины корпуса на ДП судна; $S_{u,n}, S_n$ – площади проекций носовой части цилиндрической вставки и носовой оконечности на ДП судна.

Аналогично можно показать, что в кормовой половине реального корпуса

$$S_{\partial,k} = T \int_{-0,5L\sigma_k}^0 dx = 0,5TL\sigma_k; \quad (37)$$

$$S_{u,k} = T \int_{-l_{u,k}}^0 dx = Tl_{u,k}; \quad (38)$$

$$S_k = T \int_{-0,5L\sigma_k}^{-l_{u,k}} dx = Tl_k; \quad (39)$$

Здесь $S_{\partial,k}$ – площадь проекции кормовой половины корпуса на ДП судна; $S_{u,k}, S_k$ – площади проекций кормовой части цилиндрической вставки и кормовой оконечности на ДП судна. Необходимо отметить, что как для реального судового

корпуса, так и для его эквивалентного аналога величины $\bar{q}_H, \bar{q}_K, A_{\gamma_H}, A_{\gamma_K}$ и A_{γ_U} будут иметь одни и те же значения. Следовательно, и разности давлений $\Delta p_x, \Delta p_{y_H}, \Delta p_{y_K}$ и Δp_{y_U} будут определяться одними и теми же выражениями (21, 26, 27 и 28). Тогда, согласно уравнениям (11, 12 и 33-39),

$$X = -T \left(\int_{-0,5B\beta_M}^0 \Delta p_{x_1} dy + \int_0^{0,5B\beta_M} \Delta p_{x_2} dy \right); \quad (40)$$

$$Y = T \left(\int_0^{l_{U,H}} \Delta p_{y_U} dx + \int_{l_{U,H}}^{0,5L\sigma_H} \Delta p_{y_H} dx + \int_{-l_{U,K}}^0 \Delta p_{y_U} dx + \int_{-0,5L\sigma_K}^{-l_{U,K}} \Delta p_{y_K} dx \right). \quad (41)$$

Попытаемся определить моменты этих сил относительно вертикальной оси z . Момент M_{z_X} продольной силы X найдём по выражению:

$$\begin{aligned} M_{z_X} &= - \int_{-0,5T}^{0,5T} f_3(z) \Delta p_{x_1} f_3(z) dz + \int_{-0,5T}^{0,5T} f_3(z) \Delta p_{x_2} f_3(z) dz = \\ &= - \int_{-0,5B\beta_M}^0 \Delta p_{x_1} dy \int_{-0,5T}^{0,5T} f_3(z) dz + \int_0^{0,5B\beta_M} \Delta p_{x_2} dy \int_{-0,5T}^{0,5T} f_3(z) dz = \\ &= -T \left(\int_{-0,5B\beta_M}^0 \Delta p_{x_1} y dy - \int_0^{0,5B\beta_M} \Delta p_{x_2} y dy \right). \end{aligned} \quad (42)$$

Аналогично можно показать, что момент M_{z_Y} поперечной силы Y

$$M_{z_Y} = T \left(\int_0^{l_{U,H}} \Delta p_{y_U} x dx + \int_{l_{U,H}}^{0,5L\sigma_H} \Delta p_{y_H} x dx - \int_{-l_{U,K}}^0 \Delta p_{y_U} x dx - \int_{-0,5L\sigma_K}^{-l_{U,K}} \Delta p_{y_K} x dx \right). \quad (43)$$

Идентичность формул (40) – (43) и (29) – (32) позволяет сделать вывод о том, что геометрически эквивалентный аналог одновременно является гидродинамически адекватным аналогом реального судового корпуса. Таким образом, можно считать доказанным существование объективной возможности для разработки аналитических методов адекватного моделирования физических процессов, происходящих в системе судно – жидкость. И для того чтобы воспользоваться этой возможностью, необходимо представить погруженную часть судового корпуса в виде её эквивалентного аналога, а значения $\bar{q}_H, \bar{q}_K, A_{\gamma_H}, A_{\gamma_K}$ и A_{γ_U} определить методами вычислительной гидродинамики с использованием теоретического чертежа судна еще на стадии его проектирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов В.И. Закономерности движения жидкости в плоском пограничном слое // Речной транспорт. – 2007. – № 2.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1980. – 976 с.

МЕХАНИЗМ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СТРУЙНОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ ДЕТАЛИ ПРИ ИМПУЛЬСНОЙ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ВИБРИРУЮЩИМ ЭЛЕКТРОД-ИНСТРУМЕНТОМ

ПОРЕЧНЫЙ С.С., аспирант; МУКСИМОВА Р.Р., аспирант –
Уфимский государственный авиационный технический университет
(г. Уфа, Россия)
porechny@mail.ru

АННОТАЦИЯ

Импульсная электрохимическая обработка (ЭХО) вибрирующим электрод-инструментом (ЭИ) сегодня является одной из наиболее перспективных технологических схем ЭХО, обеспечивающих наиболее высокую точность копирования и качество обработанной поверхности [1-3]. Вместе с тем данная схема не лишена и ряда недостатков, характерных для размерной ЭХО в целом. В частности, при определенных условиях на обрабатываемой поверхности (аноде) могут возникать макродефекты в виде волнистости поверхности, ориентированной в направлении потока электролита в межэлектродном пространстве (МЭП) (рис. 1). В литературе это явление получило название «струйности».

Проблему возникновения струйности при ЭХО рассматривали различные авторы [4-13]. Были предложены различные механизмы образования и соответствующие им методы устранения этого нежелательного явления. Так, в работах [7, 10] отмечается, что струйность на поверхности детали (анода) возникает, когда процесс в целом контролируется диффузной кинетикой. В частности, предполагается, что возникновение локальных питтингов вызывает турбулизацию потока электролита в виде микроструй, способствующих появлению макродефектов в виде струйности. Отсюда делается вывод об основных направлениях устранения струйности: устранением питтингообразования (например, изменением химического состава электролита), либо устранением диффузных ограничений процесса (например, использование импульсного тока).

В работе [13] на основе экспериментальных данных высказано предположение, что вид макродефектов (в частности струйность) и их размеры определяются химическим составом и структурой обрабатываемого материала, а также зависят от ряда параметров режима обработки (плотности тока, температуры и концентрации электролита). При этом существенного влияния скорости течения электролита в МЭП на образование струйности не установлено. Авторами [13] описывается зависимость струйности от параметров режима обработки. Так, для ЭХО магниевого сплава МА8М было установлено, что появлению струйности способствуют повышение плотности тока, уменьшение МЭЗ снижение скорости, а также температуры, рН и концентрации электролита.

В работах [4, 5] высказывается гипотеза о том, что в образовании струйности при ЭХО значительная роль принадлежит гидродинамическому режиму потока, и здесь особая роль отводится явлению кавитации. Как видно, приведенные мнения и результаты исследования относительно механизма возникновения струйности противоречивы, получены для различных условий ЭХО (преимущественно на

постоянном токе). В совокупности это не позволяет в полной мере использовать представленные в известных работах выводы и рекомендации для условий импульсной ЭХО вибрирующим электрод-инструментом (ЭИ) [1-3].

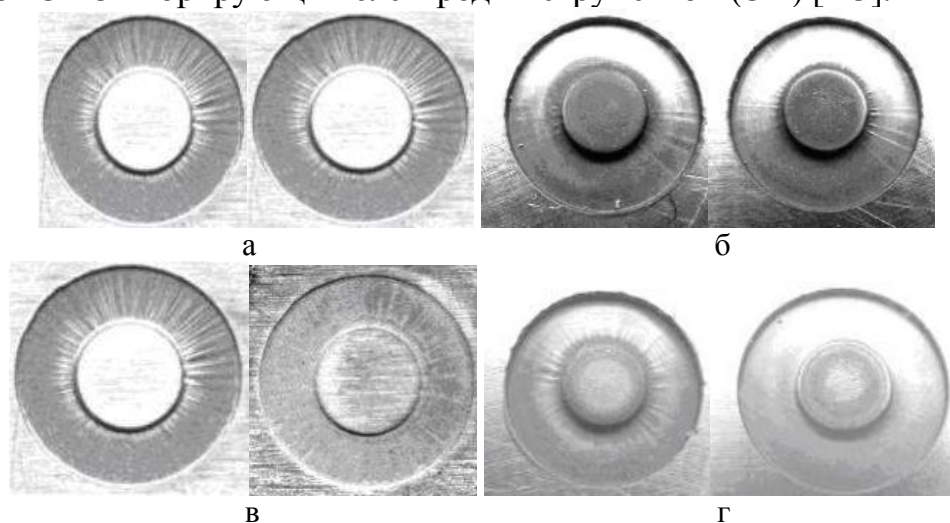


Рис. 1. Общий вид поверхности анода (детали) со следами струйности:
 а – полости с одинаковым рисунком следов струйности получены одним инструментом на одинаковых режимах; б – полости с одинаковым рисунком следов струйности получены одним инструментом на разных режимах ($U=7V$ и $9V$); в – полости с различным рисунком следов струйности полученные инструментами одинакового макропрофиля, но с различными радиусами скругления входной кромки ($r=0,05$ и 1мм) на одинаковых режимах; г – полости, полученные одним инструментом на различных (30 и 10мкм) межэлектродных зазорах (МЭЗ)

В настоящей работе предпринята попытка создать на основе экспериментальных исследований феноменологическую и упрощенную математическую модели образований струйности, обобщить с их помощью имеющийся технологический опыт и выработать рекомендации по устранению этого нежелательного явления.

Экспериментальные исследования проводились по схеме «трубка (катод-ЭИ) – плоскость (анод-деталь)» с прямой прокачкой электролита через центральное отверстие в ЭИ (рис. 3). В результате проведенных исследований было установлено, что характерный рисунок макропрофиля, полученный одним и тем же инструментом на одинаковых режимах обработки и в одинаковых условиях, остается неизменным (рис. 1, а), сколько бы деталей мы не обрабатывали. Более того, этот рисунок остается неизменным для данного ЭИ и при изменении режима обработки (рис. 1, б). Исключением здесь является уменьшение величины МЭЗ или увеличение давления электролита в МЭП, в этом случае при неизменном рисунке струйность уменьшается, либо совсем исчезает (рис. 1, г). С другой стороны даже незначительные изменения макро- и микропрофиля входной кромки ЭИ (рис. 3) в тракте подачи электролита существенно изменяют рисунок струйности (рис. 1, в). И, наконец, в поперечном сечении каждая «струйка» на поверхности детали представляет собой вытянутый и расширяющийся вдоль направления потока макровыступ (рис. 2).

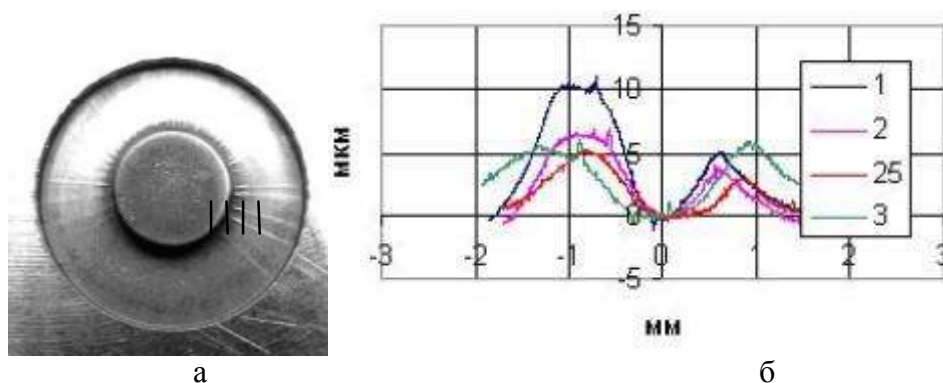


Рис. 2. Общий вид полости со следами струйности (а) и профилограммы профиля поперечного сечения данного макродефекта (б) на расстояниях: 1, 2, 2.5 и 3 мм от входной кромки ЭИ.

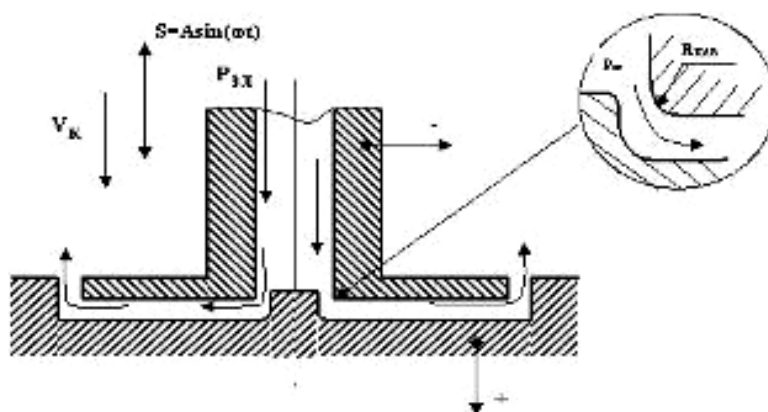


Рис. 3. Технологическая схема эксперимента.

На наш взгляд, изложенные факты лучше всего согласуются с идеями возникновения струйности, высказанными в работе [5]. В связи с этим была сформулирована следующая гипотеза в отношении механизма возникновения струйности при импульсной ЭХО вибрирующим ЭИ (рис. 3). На входе в МЭП, вследствие излома (негладкости) границ потока, происходит местное возрастание скорости течения электролита и падает давление. Создаются условия для возникновения кавитации, т.е. возникают каверны, наполненные насыщенным паром жидкости при давлении P_c . Форма каверн и условия их возникновения определяются, в основном, числом кавитации [1]

$$Q = 2 \frac{P_1 - P_c}{\rho_{el} V_\infty^2}, \quad (1)$$

где P_c , P_1 – давления в каверне и в окружающей ее жидкости на достаточном удалении, ρ_{el} – плотность жидкости, V_∞ – скорость жидкости на достаточном удалении от каверны.

Согласно [15], первые признаки кавитации появляются, когда число Q становится меньше некоторого значения Q' ($0.35 < Q' < 1$). В этом случае в зоне пониженного давления возникают мелкие каверны, наполненные парами, движущиеся вместе с потоком. С дальнейшим уменьшением Q пузырьки увеличиваются в размере, сливаются в общую полость (называемую каверной), т.е. возникает отрыв потока. В конце каверны существенно проявляется нестационарность течения [16], часть жидкости попадает внутрь каверны и вместе с некоторым количеством пара и газа периодически выбрасывается в основной

поток, образуя за каверной зону двухфазной вспененной жидкости, расширяющейся при движении вниз по потоку. Количество и распределение каверн зависит как от макро- так и от микропрофиля границ потока, т.е. фактически от формы кавитатора. В нашем случае от формы входной кромки ЭИ.

Вытягиваясь вдоль линий течения электролита, двухфазные следы от каверн образуют непроводящие области в межэлектродной среде. На расположенных под ними участках анодной поверхности падает плотность тока и, соответственно, снижается скорость анодного растворения. Последнее и способствует образованию «струйных» выступов на анодной поверхности. Резюмируя вышеизложенное, можно предположить, что для условий импульсной ЭХО характер расположения и форма кавитационных полостей практически не зависит от режима обработки, химического состава электролита и обрабатываемого материала. Они возникают и в отсутствие тока электролиза. Вносимые кавитацией искажения в распределение электропроводности межэлектродной среды и являются первопричиной формирования струйных макровыступов при прохождении тока. Отсюда следуют основные рекомендации для устранения струйности. Во-первых, должны быть устранены кавитаторы, находящиеся в тракте прокачки электролита. В рассматриваемом экспериментальном примере должен быть увеличен и заполирован радиус входной кромки ЭИ. Во-вторых, должно быть повышено давление электролита, например, путем уменьшения межэлектродного зазора, либо создания противодавления на выходе электролита из МЭП.

Необходимо заметить, что изменение физических параметров электролита (температуры, плотности и вязкости) в исследуемом диапазоне параметров существенного результата не дали, а более значительное их изменение отрицательно сказывается на выходных технологических показателях (точности и качестве поверхности).

В настоящей работе предпринята также попытка произвести теоретический анализ условий возникновения струйности в соответствии с изложенной выше феноменологической моделью. На импульсных режимах, при относительно небольших изменениях температуры и газонаполнения электролита расположение и форма каверн будут определять в основном гидродинамические параметры и форма границ потока электролита.

Возможность возникновения кавитации оценивалась для рассматриваемой схемы (рис.3) по числу кавитации Q_c (1). Для определения входящей в (1) скорости V_∞ электролита в МЭП формализуем условия задачи. Примем, что ЭИ и заготовка имеют плоские, параллельные друг другу рабочие торцы, жидкость (электролит) является вязкой и несжимаемой, а ее течение – плоским и ламинарным. Рабочая поверхность заготовки неподвижна, а поверхность ЭИ совершает возвратно-поступательные движения в направлении оси z по гармоническому закону (рис 3).

Как известно, уравнения движения и сплошности для вязкой несжимаемой жидкости в общем случае имеют вид:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = (V \cdot \text{grad})V = -\frac{1}{\rho} \text{grad } P + \nu \Delta V, \quad \text{div } V = 0, \quad (2)$$

где V , P , ρ , ν – соответственно, скорость, давление, плотность и кинематическая вязкость электролита.

Для прямой центральной схемы прокачки электролита используем

линеаризованную систему уравнений, применяемую в [17], записанную в цилиндрической системе координат

$$v \frac{\partial^2 V_r}{\partial z^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r}, \quad \frac{\partial P}{\partial z} = 0, \quad \frac{1}{r} \frac{\partial(rV_r)}{\partial r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (3)$$

с граничными условиями

$$\text{при } r = r_1 \quad P = P_1, \quad (4)$$

$$\text{при } r = r_2 \quad P = P_0, \quad (5)$$

$$\text{при } z = 0 \quad V_r = V_z = 0, \quad (6)$$

$$\text{при } z = S \quad V_r = 0, \quad V_z = \frac{dS}{dt} = u. \quad (7)$$

Интегрируя (3) с учетом (4) - (7) получим

$$P(r) = P_1 - \frac{3\rho v u}{S^3} (r_1^2 - r^2) + \left[P_0 - P_1 - \frac{3\rho v u}{S^3} (r_2^2 - r_1^2) \right] \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (8)$$

$$\frac{dP}{dr} = \frac{6\rho v u}{S^3} r + \frac{1}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \left[P_0 - P_1 - \frac{3\rho v u}{S^3} (r_2^2 - r_1^2) \right] \frac{1}{r},$$

$$V_r = \left[\frac{3u}{S^3} r + \frac{1}{2\rho v \ln \frac{r_2}{r_1}} \left[P_0 - P_1 - \frac{3\rho v u}{S^3} (r_2^2 - r_1^2) \right] \frac{1}{r} \right] z(z - S). \quad (9)$$

Следовательно, средняя скорость в межэлектродном пространстве

$$V_{av} = \frac{1}{S} \int_0^S V_r dz = -\frac{u}{2S} r + \frac{(P_1 - P_0) S^2}{12\rho v \ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{1}{r} + \frac{u}{4S \ln \frac{r_2}{r_1}} (r_2^2 - r_1^2) \frac{1}{r}. \quad (10)$$

Используя уравнение Бернулли, выразим давление на входе в МЭП

$$P_1 = P^* - \rho_{el} \frac{V_{av}^2}{2}. \quad (11)$$

В качестве P^* берется давление в камере. Подставляя (8) при $r=r_1$ в (11) получим уравнение для определения P_1 . После определения давления и скорости вычисляется число кавитации

$$K = 2 \frac{P_1 - P_c}{\rho_{el} V_{av}^2} \quad (12)$$

Расчеты числа кавитации, проведенные в соответствии с (11, 12), качественно подтверждают результаты экспериментов, описанные выше. Так с увеличением торцевого МЭЗ (рис.4) и давления электролита увеличивается относительная доля времени в периоде колебаний, в течение которой величина коэффициента кавитации имеет минимальное значение, т.е. увеличивает вероятность кавитации. В [15] отмечается, что существует некоторое критическое значение коэффициента

кавитации Q_c' , при превышении которого возникновение кавитации маловероятно. В связи с этим, на основании полученных расчетных зависимостей (11, 12) можно определить допустимые значения фазы подачи и длительности импульса тока, при которых не возникнет струйности на обрабатываемой поверхности. Характер возникновения и изменения кавитационных каверн в течение действия импульса позволяет объяснить появление выбросов напряжения по переднему фронту импульса напряжения. Так, возникновение каверны способствует резкому снижению проводимости межэлектродной среды, что (при заданной величине тока) приводит к соответствующему увеличению падения напряжения на МЭП. Так называемый выброс напряжения по переднему фронту является характерным изменением формы импульса напряжения на МЭП, которое может быть формально распознано и зарегистрировано. В дальнейшем этот сигнал можно использовать в системе автоматического управления процессом для предотвращения возникновения струйности. Примером такого подхода является адаптивная система управления, описанная в работе [12].

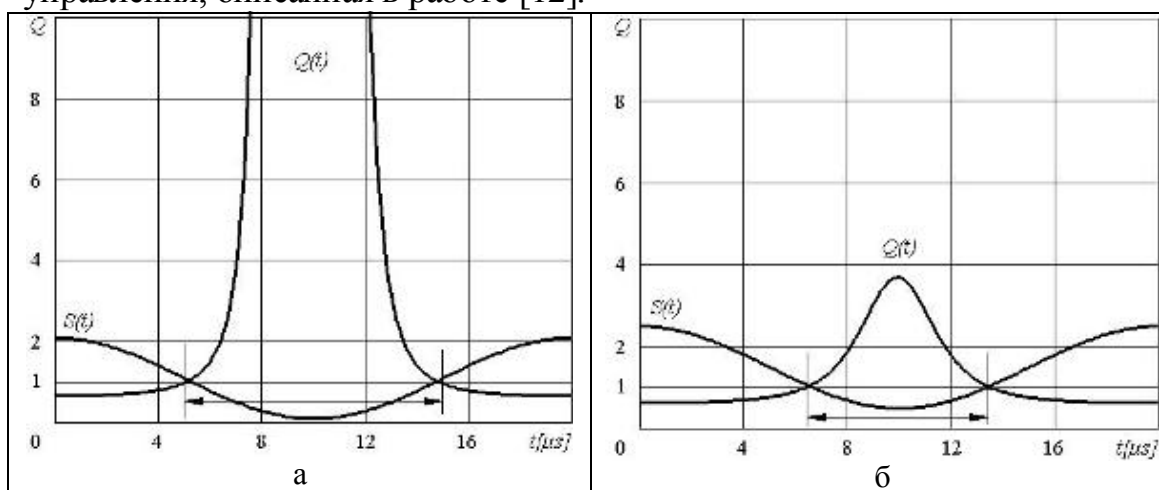


Рис. 4. Изменение коэффициента кавитации Q_c , величины МЭЗ S для различных значений минимального МЭЗ: а) – $S_{min}=10\text{мкм}$; б) – $S_{min}=50\text{мкм}$.

ВЫВОДЫ

В условиях импульсной ЭХО вибрирующим ЭИ струйность, как правило, проявляется в виде макровыступов, начинающихся на входе в МЭП и расширяющихся в направлении потока электролита вплоть до выходной кромки ЭИ. На основании результатов экспериментов, теоретического анализа и имеющейся в научно-технической литературе информации предложена феноменологическая модель образования струйности. Сформулированы основные направления ее устранения. Получены приближенные расчетные зависимости для распределения скорости и давления электролита в МЭП при импульсной ЭХО вибрирующим ЭИ, которые могут быть использованы для оценки числа кавитации и выбора оптимальной длительности и фазы подачи импульсов тока. Предложен информационный сигнал для систем автоматического управления, позволяющий выявить режимы обработки, при которых возникает струйность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зайцев А.Н. и др. Технология и оборудование для прецизионной электрохимической размерной обработки // Технология металлов. – 2000. – №1. – С. 20 – 24.

2. Zaitsev A.N., Belogorsky A.L., Agafonov I.L. Performing holes of small diameter in Steel foil using method of multi- Electrode precise electrochemical machining // 12th International Symposium for electro machining (ISEM-XII). – Apache, 1998. –P. 555 – 564.
3. Зайцев А.Н., Гимаев Н.З., Безруков С.В. и др. Технология и оборудование для прецизионной электрохимической размерной обработки. – М.:ВНИИТЭМР,1990. –63с.
4. Волков Ю.С., Мороз И.И. Особенности гидродинамического режима при электрохимической обработке металлов // Электронная обработка материалов. – 1969. – №5 – 6. –С.108 – 112.
5. Мороз И.И. и др. Электрохимическая обработка металлов. – М.: Машиностроение, 1969. – 208с.
6. Петров Ю.Н., Корчагин Г.Н., Зайдман Г.Н., Саушкин Б.П. Основы повышения точности электрохимического формообразования. – Кишинев: Штиинца, 1977. –152 с.
7. Крылов В.С., Давыдов А.Д., Козак Е. Проблемы теории электрохимического формообразования и точности размерной электрохимической обработки. – Электрохимия. – 1975. – Т. XI. – Вып.8.
8. Седыкин Ф.В. и др. Гидродинамические особенности электрохимической обработки фасонной полости // Вопросы гидродинамики процесса ЭХРО металлов. – Тула: ТПИ, 1969.
9. Каримов А.Х., Смоленцев В.П. Способы устранения струйности при ЭХО полостей // Вопросы гидродинамики процесса ЭХРО металлов. – Тула: ТПИ, 1969. – С. 17 – 25.
10. Пупков Е.И. и др. Закономерности образования макродефектов при размерной электрохимической обработке сталей в хлоридном электролите // Электрофизические и электрохимические методы обработки. – 1974. – №7. – С. 9 – 13.
11. Морозов В.В., Пупков Е.В., Гнидин В.И., Орлов Б.П. Исследование чистоты поверхности после размерной электрохимической обработки в хлоридных электролитах//Размерная электрохимическая обработка. – Тула, 1969. –С. 238 – 249.
12. Agafonov I.L., Muchutdinov R.R., Zaitsev A.N. The control of the process of pulse electrochemical machining with electrode vibration on the base of spectrum analysis of low- frequency component of gap electric resistance.- Труды 13-го международного симпозиума по электрическим методам обработки (ISEM-13). – Испания, Бильбао, 2001
13. Седыкин Ф.В. Размерная электрохимическая обработка деталей машин. – М.: Машиностроение, 1976. – с.64-65.
14. Житников В.П., Зайцев А.Н. Математическое моделирование электрохимической размерной обработки, Уфа: УГАТУ, 1996
15. Биркгоф Г., Сарантонелло Э. Струи, следы и каверны. – М.: Мир, 1964. – 466 с.
16. Гуревич М.И. Теория струй идеальной жидкости. – М.: Наука, 1979. –536 с.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц В.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. – М.: Наука, 1988. –733 с.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ВОЛНОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ

ТАЛДЫКИН М.В., к.т.н. –

Институт механики и машиностроения Казанского НЦ РАН

(г. Казань, Россия)

gubajdullin@mail.knc.ru

АННОТАЦИЯ

В работе экспериментально исследуются зависимости скорости продвижения и тяги в швартовом режиме от параметров волны плоской модели волнового движителя.

ВВЕДЕНИЕ

Волновой способ продвижения (локомоции) присущ подавляющему большинству гидробионтов от мельчайших простейших с числами $Re = 10^{-6}$ до гигантов китов $Re = 108$. В результате длительной эволюции у гидробионтов выработался высокоэффективный волновой механизм их перемещения в жидкости, изучение которого представляет как фундаментальный, так прикладной и познавательный интерес.

Действие волнового движителя основано на генерировании изгибной бегущей волны постоянной или возрастающей амплитуды, при этом отброшенная волной жидкость уносит с собой импульс, а само тело приобретает противоположный импульс, создавая тяговую силу, работой которой преодолевается сопротивление жидкости [1].

Принцип создания тяговой силы для движения гибкого тела в жидкости или в гладком канале М.А.Лаврентьев [2, 3] интерпретировал следующим образом. Упругий стержень, помещенный в твердый гладкий канал с переменной кривизной, будет стремиться переместиться в сторону меньшей кривизны, уменьшая его упругую энергию. В жидкой среде стенками канала служит жидкость, которая в силу своей инерционности при достаточно быстром взаимодействии практически не смещается от первоначального положения за время, в течение которого происходит существенное перемещение гибкого тела. При волнообразной деформации стержня (ужа) в виде бегущей волны будет осуществляться непрерывное продвижение в сторону, противоположную направлению распространения изгибной волны. Б.В. Войцеховский - экспериментатор института гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН в свое время изготовил физическую модель: «кривой пистолет», который выстреливал упругий стержень, демонстрируя принцип продвижения. Скорость продвижения (локомоции) ужа в гладком канале и по величине равна скорости изгибной волны c и противоположна по направлению:

$$u = -c.$$

При движении ужа в воде скорость локомоции уменьшится из-за проскальзывания бегущей волны

$$u = -c/n;$$

где: $n > 1$ - коэффициент, равный отношению скорости волны к скорости продвижения (локомоции). Знак минус обычно опускают.

ОСНОВНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМИ И КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ ВОЛНЫ

При теоретическом изучении волнообразная деформация поверхности

кинематически задается без рассмотрения механизма волнообразования (генератора волн) и внутренних силовых факторов. При экспериментальном исследовании возникает задача, как деформировать упругую пластину, стержень, цилиндрическую поверхность в виде бегущей волны, т.е. найти эффективный механизм волнообразования.

В основе представленных ниже физических моделей и технических устройств лежит представление волнового профиля как материальной линии (поверхности), образующихся при качении круга. Покажем «генетическое родство» между синусоидой и трохойдой (укороченной циклоидой), представив их как одно семейство кривых.

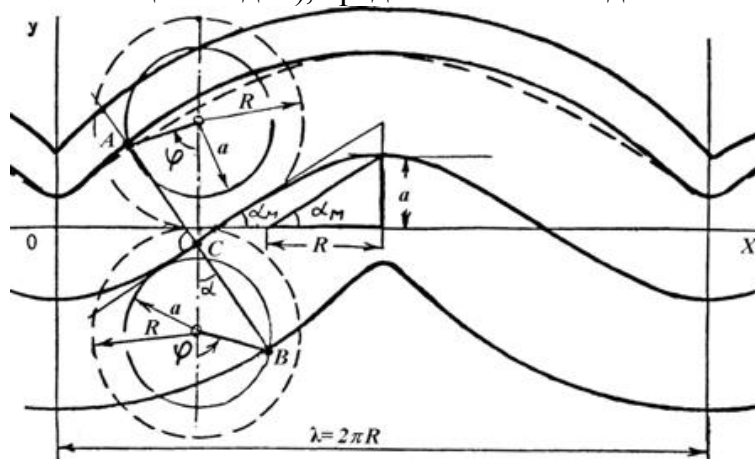


Рис. 1.

Рассмотрим систему из двух окружностей одинакового радиуса R , синхронно катящихся «сверху» и «снизу» без скольжения по прямой линии (оси x) с общей точкой касания (рис.1). Система имеет одну степень свободы, угол качения окружностей φ является обобщенной координатой. Точки A и B лежащие, соответственно, внутри верхней и нижней окружностей на одинаковом расстоянии $a = \varepsilon R$ ($\varepsilon < 1$) от центров описывают при качении трохойды, зеркальные относительно оси x и сдвинутые по фазе относительно друг друга на половину периода. Этот сдвиг задается изначально. Уравнения верхней и нижней трохойд в параметрической форме имеют вид:

$$x^{\pm} = R\varphi \mp \varepsilon R \sin \varphi; \quad y^{\pm} = \pm R - \varepsilon R \cos \varphi;$$

где $x^{\pm}; y^{\pm}$ - абсциссы и ординаты точек A и B .

Для такой системы из симметрично катящихся окружностей справедливы следующие свойства:

1. Точка $C(\varphi)$ – середина отрезка AB , описывает при качении синусоиду с амплитудой $a = \varepsilon R$ и длиной волны $\lambda = 2\pi R$. Действительно, в силу симметрии получаем в параметрическом виде для

$$C(x, y): \quad x = 0,5(x_+ + x_-) = R\varphi; \quad y = 0,5(y_+ + y_-) = -\varepsilon R \cos \varphi \quad (1)$$

2. Отрезок AB , соединяющий текущие точки верхней $A(\varphi)$ и нижней $B(\varphi)$ трохойд, является нормалью к синусоиде $C(\varphi)$.

Это свойство следует из равенства угла между касательной к синусоиде $C(\varphi)$ и горизонтальной осью x и угла между вертикальной осью и отрезком AB $\operatorname{tg} \alpha = y' \varphi = \varepsilon \sin \varphi$. Таким образом:

$$\sin \alpha = \varepsilon \sin \varphi (1 + \varepsilon 2 \sin 2\varphi) - 0,5; \quad \cos \alpha = (1 + \varepsilon 2 \sin 2\varphi) - 0,5.$$

Возьмем произвольную точку $W(\varphi, k)$, расположенную на нормали к синусоиде

на расстоянии kR . Эта точка при качении системы описывает кривую линию, которую условно назовем «волноидой» по аналогии с синусоидой и циклоидой. Безразмерный параметр k характеризует степень удаления от синусоиды по нормали к ней. Параметрические уравнения волноиды (верхней и нижней) зависят от двух параметров ε и k и в безразмерном виде представляются так:

$$x = \varphi \mp k\varepsilon \sin \varphi / \sqrt{\varepsilon^2 \sin^2 \varphi + 1}, \quad y = \pm k / \sqrt{\varepsilon^2 \sin^2 \varphi + 1} - \varepsilon \cos \varphi \quad (2)$$

Уравнение (2) является общим для рассматриваемых трех кривых: при $k=0$ получаем уравнение синусоиды, при $k=(1+\varepsilon 2\sin 2\varphi)0,5$ – циклоиды, при $k<1$ – волноиды. Циклоида и волноида (пунктирная линия на рис. 1) при $k=1$ совпадают в экстремальных точках (вершинах и впадинах волны).

Траектории точек в уравнении (2) можно интерпретировать как суперпозицию равномерного движения вдоль оси x и двух колебательных движений: гармонического вдоль оси y и возвратно-вращательного (маятникового) с амплитудой угловых колебаний α_* , причем в случае циклоидального движения изменяется и длина «маятника» от 1 до $(1+\varepsilon 2\sin 2\varphi)0,5$ таким образом, что проекция его на ось y всегда равна 1.

Рассмотрим основные соотношения в геометрии синусоидальной волны. В качестве характерного линейного размера возьмем радиус качения R , который условно назовем «радиус качения волны». Безразмерный параметр $\varepsilon = a/R = \operatorname{tg} \alpha_*$ – относительная амплитуда волны характеризует степень волнистости или крутизну волны, где (α_* – максимальный угол наклона касательной к синусоиде). Параметры R и ε являются основными для определения профиля синусоидальной волны. Длина $\lambda = 2\pi R$ и амплитуда волны $a = \varepsilon R$ будут производными. Волновое число $2\pi/\lambda$ получает простую геометрическую интерпретацию как кривизна окружности радиуса R .

Для краткости, следуя терминологии М.А.Лаврентьева [2,3], назовем волнообразно деформируемый упругий стержень в канале – ужом. При механическом моделировании волны необходимо определять

длину дуги синусоиды (длину ужа) – l , которая определяется через $E_0(\alpha_*)$ – эллиптический интеграл второго рода:

$$l / R = 4\sqrt{1 + \varepsilon^2} E_0(\alpha_*) = 4E_0 / \cos \alpha_* \quad (3)$$

Тогда соотношения между элементами волны

есть: $a/l = \sin \alpha_* / 4E_0$; $\lambda/l = \pi \cos \alpha_* / 2E_0$.

Радиус кривизны в точке $C(\varphi)$ синусоидальной волны: $\rho/R = (1 + \varepsilon^2 \sin^2 \varphi)^{3/2} / \varepsilon$. В вершинах волны $\rho/R = 1/\varepsilon = R/a = \operatorname{ctg} \alpha_*$. Фазовая скорость бегущей волны выражается через радиус и круговую частоту $c = \omega R$, где $\omega = d\varphi/dt$ – круговая частота.

СИНУСНЫЕ МЕХАНИЗМЫ

Известные синусные механизмы реализуют

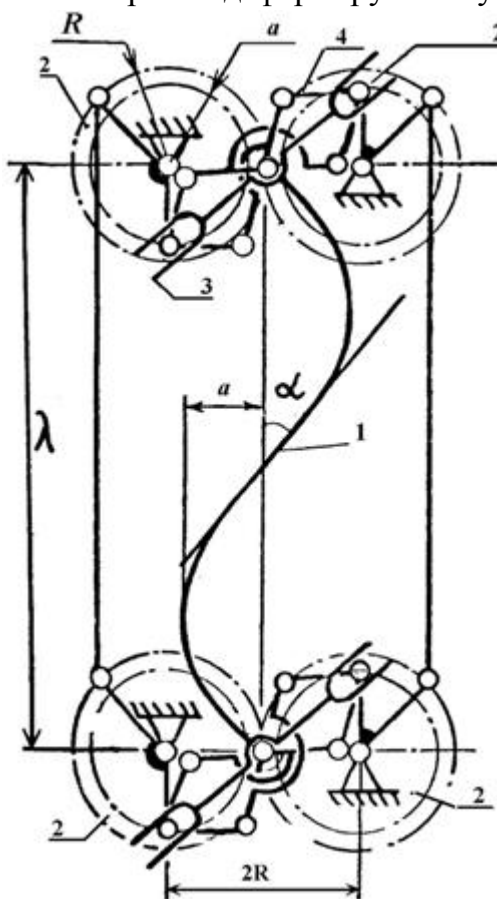


Рис. 2.

только функцию перемещения от координаты ведущего звена. Теоретические положения предыдущего параграфа позволяют построить синусный механизм с одновременным заданием гармонических колебаний по линейному и угловому перемещению. На этом основании была разработана новая кинематическая схема механизма (рис.2) для деформации пластины в форме бегущей волны, использованная в ряде технических устройств [4,5]. Кромкам упругой продольно сжатой пластины 1, принявшей равновесную закритическую форму, заданы согласованные поперечные $y = \varepsilon R \cos \varphi$ и угловые движения $dy/dx = \operatorname{tg} \alpha = \varepsilon \sin \varphi$ синусным механизмом. При этом пластина последовательно проходит все фазы бегущей волны. Из теории гибких упругих стержней [6] известно, что плоская упругая линия продольно сжатого стержня представляет собой точное уравнение синусоиды. Синусный механизм состоит из двух пар синхронно вращающихся колес 2, кривошипы которых попарно соединены звеньями из кулисы 3 и пантографа 4. Радиус начальных окружностей зубчатых колес R определяет длину волны $\lambda = 2\pi R$, расстояние от осей кривошипов до центров колес – амплитуду колебаний $a = \varepsilon R$, угловая скорость вращения кривошипов – скорость бегущей волны. Длина дуги синусоиды (длина упругой пластины в недеформированном состоянии) определяется по (3). Заметим, что потенциальная энергия упругой пластины, деформированной в виде синусоиды с постоянной амплитудой по длине волны (при целом числе волн) постоянна при изменении фазы волны (механизм находится в безразличном состоянии от фазы), что обеспечивает равномерность вращающего момента.

Рассмотренный механизм является точным синусным механизмом (гармоническим осциллятором), но кинематическая схема его достаточно сложна. Широко известный кривошипно-шатунный механизм является приближенным синусным механизмом. При малых ε (в реальных конструкциях $\varepsilon < 0,25$, длина шатуна намного больше длины кривошипа) движение поршня приближенно гармоничное.

Если в синусном механизме сделать ведущим один кривошип, а звено, соединяющее кривошипы неизменной длины равной $2R$ (антипараллелограммный механизм), то средняя точка такого звена будет описывать восьмеркообразную траекторию (лемнискату Бернулли). Близкую траекторию описывают кромка хвостового плавника рыбы и концы крыльев птиц (колибри в висящем полете). При этой траектории отсутствуют точки с нулевой подъемной силой.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ МОДЕЛИ ВОЛНОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ

В [7, 8, 9] экспериментально исследуется зависимость скорости самопродвижения u и тяги Γ (при $u=0$) модели волнового движителя в зависимости от параметров волны. Схема опыта следующая. Вдоль бассейна длиной 12 метров с покоящейся водой глубиной 1,5 метра движется по монорельсу легкая тележка, благодаря волнообразным колебаниям упругой пластины в жидкости. Пластина консольно крепится за переднюю кромку с помощью ножа к тележке. Механизм волнообразования, состоящий из коленчатого вала, системы рычагов и тяг компактно расположен непосредственно на деформируемой пластине, что позволяет получить легкую и мобильную модель волнового движителя. Вращение вала с различной угловой скоростью (скоростью бегущей волны) осуществляется посредством надводного электропривода на тележке. Приборами регистрируется скорости продвижения u и бегущей волны c , амплитуда колебаний. Длина волны является конструктивным параметром и была постоянной.

Модель с длиной волны $\lambda=0,4$ м, относительной амплитудой $\varepsilon=0,471$ легко развивала скорость до 0,6 м/с при частоте колебаний до 7 Гц.

На рис.4 приведена фотография внезапного старта модели волнового движителя (движение справа налево), снятая неподвижной камерой с большой экспозицией (1/15 секунды). На верхней кромке пластины дискретно закреплены светоотражающие полоски, прочерчивающие светлые треки. Зная время экспозиции, линейные размеры и масштаб по фотографии можно определить кинематику волнового продвижения пластины. Амплитуда колебаний увеличивается от передней кромки. В районе задней кромки вследствие интенсивного разбрызгивания воды изображение размыто.

Экспериментальные данные (рис.5) показывают линейную зависимость скорости продвижения от частоты колебаний (скорости бегущей волны), а также рост ее при увеличении относительной амплитуды. Зависимость усредненной за период величины тяги имеет сложный характер и отличается от теоретической квадратичной наличием перегибов. Это объясняется изгибными характеристиками самой пластины, при некоторых частотах происходит переход от режима бегущей волны к суперпозиции бегущей и стоячей волн.

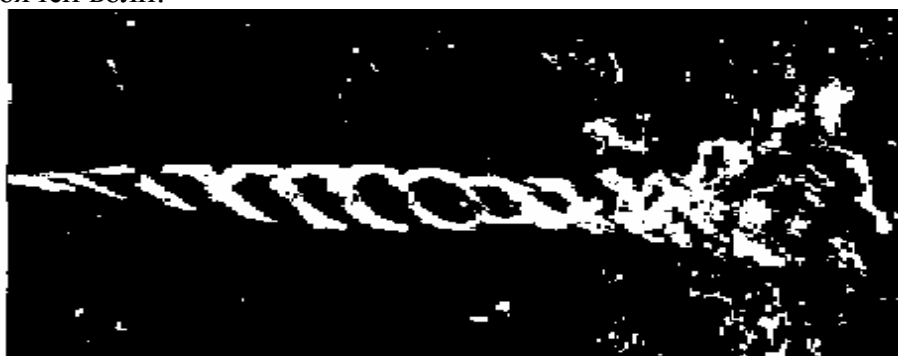


Рис. 4.

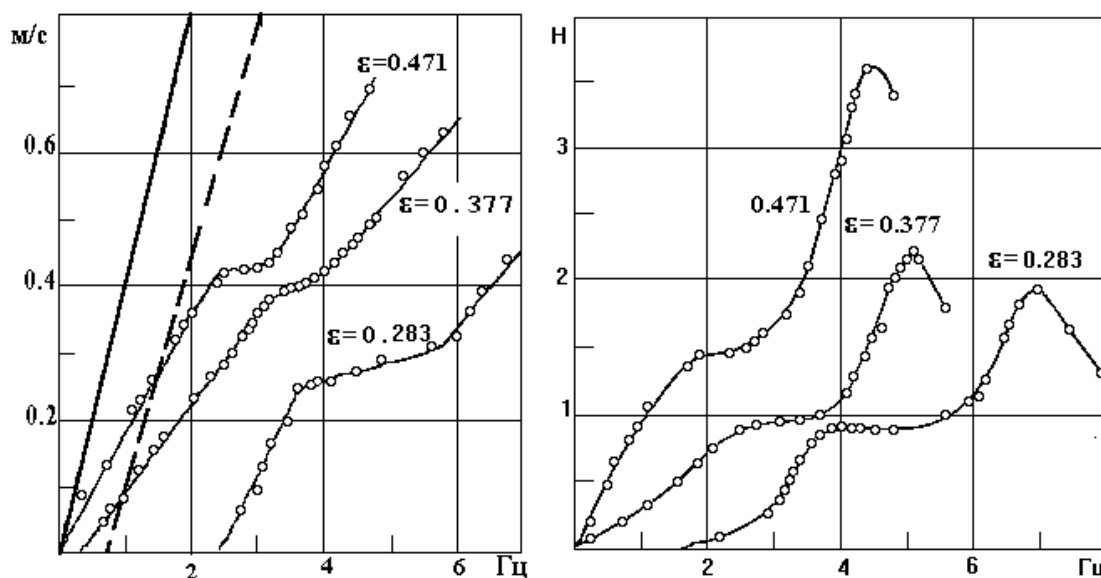


Рис. 5.

Если в рассматриваемой проблеме пренебречь влиянием эффектов трехмерности, не учитывать влияние поверхностного натяжения и ограничиться рассмотрением одной длины волны с постоянной амплитудой, то в безразмерных параметрах задача сводится к определению однопараметрической функциональной зависимости $n(\varepsilon)$ на основании

которой, в свою очередь, можно определить оптимальное значение - ε_{opt} .

В качестве характерного линейного размера возьмем радиус качения R , а характерной скорости - среднюю скорость поступательного продвижения пластины u . Кинематику нестационарного плавания пластины будут определять также относительная скорость пропульсивной волны $n=c/u$ и безразмерные критерии Рейнольдса $Re=ul/\nu$ (ν - кинематический коэффициент вязкости воды) и Струхала, который, в свою очередь, можно представить как произведение безразмерных параметров:

$$Sh=Af/u=2\varepsilon R\omega/2\pi u = \varepsilon n / \pi,$$

где $A=2a$ - удвоенная амплитуда (размах), $f=\omega/2\pi$ - частота колебаний пластины.

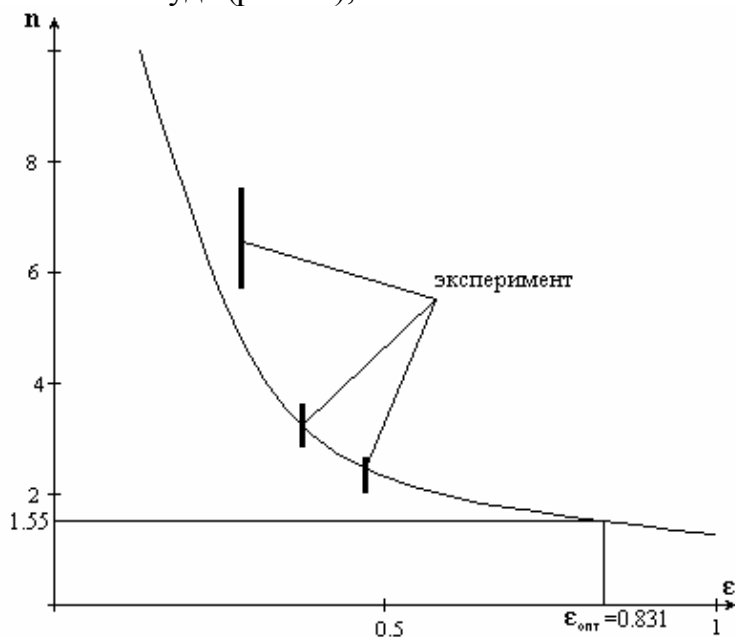


Рис. 6.

Согласно натурным наблюдениям за гидробионтами [1], принадлежащими к угревидному (волнообразному) типу плавания для чисел Re 103-2.106 характерны автомодельные по Рейнольдсу значения: $n \approx const=1,55$ и $Sh \approx const=0,41$. Подставляя эти значения получим: $\varepsilon = 0,83 = \text{tg } \alpha^*$ ($\alpha^* \approx 40^\circ$). В [10] получено близкое значение $\varepsilon = Ak=0,88$ ($\alpha^* \approx 41,5^\circ$). Также для микроорганизмов “важная особенность передвижения с помощью жгутиков заключается в том, что максимальный наклон плоской волны по жгутику или угол подъема винтовой волны по жгутику должен при максимальной скорости составлять $\beta_{max} \approx 40^\circ$ ” [12]. Таким образом, значения $n=1,55$ ($u=0.645c$) и $\varepsilon = 0,83$ ($\alpha^* \approx 40^\circ$) видимо близки к оптимальным для волнового способа передвижения. Можно предположить, что гиперболическая зависимость $n=Sh \pi / \varepsilon = 0,41\pi / \varepsilon$ является фундаментальной для произвольных значений n . На рис.6 представлена эта зависимость, а так же экспериментальные данные. Из графика видно, что имеется качественное согласие.

Полезно провести сравнение с классической автомодельной задачей обтекания цилиндра, за которым образуется упорядоченная структура вихрей – дорожка Кармана. За волнообразно деформируемой пластиной наблюдается аналогичная дорожка, но с противоположным направлением вихрей (дорожка Голубева). В первом случае скорость

продвижения цилиндра задается, а определяется частота срыва вихрей. В данной задаче наоборот: задается частота колебаний, а отыскивается скорость самопродвижения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Першин С.В. Основы гидробионики // Л., Судостроение. 1988. - 264.
2. Лаврентьев М.А., Лаврентьев М.М. Об одном принципе создания тяговой силы для движения // ПМТФ. 1962. № 4. С. 3 – 9.
3. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Загадки движения рыб// Проблемы гидродинамики и их математические модели. М.: Наука, 1977
4. Талдыкин М.В., Нуруллин Р.Г. А.с.1643365/СССР/. Устройство для транспортирования по желобам. Зарег.22.12.90.МКИ В65G53.04/
5. Талдыкин М.В., Нуруллин Р.Г. А.с.1812147/СССР/. Устройство для снижения сопротивления движущихся в текучей среде объектов. Зарег.10.10.92.МКИ В65Н1/32.
6. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих стержней. М.;Л.:ОГИЗ, 1946.
7. Ильгамов М.А., Сулейманова М.М., Талдыкин М.В., Федяев В.Л. Об одной модели волнового движителя // Доклады АН СССР. 1978. т. 242. № 2. С.309 – 311.
8. Ильгамов М.А., Талдыкин М.В. Экспериментальное исследование одной модели волнового движителя//Сб. Статика и динамика оболочек. Труды семинара. - Казань: Казанский физико-технический институт КФАН СССР, 1977 вып.8. С.162 – 169.
9. Талдыкин М.В. Экспериментальное исследование волнового механизма самопродвижения в сплошной среде// 5-я Международная конф. Лаврентьевские чтения по математике, механике, физике. Тезисы докладов. Новосибирск, 2000, с.78.
10. Кузнецов В.И., Луговцев Б.А., Шер Е.Н. О механизме движения ужей и рыб // Динамика сплошной среды. Новосибирск, 1969. Вып.1
11. Шер Е.Н. О механизме движения ужей и рыб // Некоторые проблемы математики и механики. Л.: Наука, 1970. С. 267 – 276.
12. Т.Ву (Wu T.Y.) О масштабном эффекте для передвижения водных животных//Биогидродинамика плавания и полета. Сборник статей Пер.с англ.//М.: Мир,1980. С.79 – 112

СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА РАСЧЕТА ОБТЕКАНИЯ НЕСУЩИХ ТЕЛ ПОТОКОМ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ

ПЕЧЕНЮК А.В., начальник отдела гидродинамики;
СТАНКОВ Б.Н., директор – компания DTG (г. Одесса, Украина)
ВИШНЕВСКИЙ Л.И., д.т.н., профессор –
Санкт-Петербургский государственный
морской технический университет (г. Санкт-Петербург, Россия)

АННОТАЦИЯ

Рассматривается вопрос об учете влияния толщины крыльев при расчете их подъемной силы. Отмечается, что с ее увеличением указанная сила должна уменьшаться при обтекании их реальной жидкостью, а не возрастать, как это следует из теоретических результатов. Выход из создавшегося положения обсуждается в настоящей статье.

В настоящее время для расчета несущих поверхностей (крыльев), обтекающихся потоком реальной жидкостью, широко используют современные пакеты программ, разработанных на основе численного решения осредненных рейнольдсовых уравнений (так называемых RANS уравнений). К числу таких пакетов можно отнести Fluent, Start-CD, Flow Vision (FV) и др. Все они являются коммерческими пакетами и при соответствующем опыте их использования позволяют достаточно надежно определять гидродинамические характеристики различных объектов, например, корабельных гребных винтов (ГВ). На рис. 1 и 2 приведены в качестве примера результаты расчета указанных характеристик ГВ, полученных путем применения пакетов Fluent и FV. Указанные программы разработаны зарубежными и отечественными специалистами соответственно. Не вдаваясь в преимущества и недостатки указанных программ, следует отметить, что их использованию предшествует достаточно сложная и кропотливая работа, связанная с представлением расчетной области расчетными сетками. Более того, такая работа в значительной степени опирается на опыт расчетчика, отсутствие которого зачастую приводит к неприемлемому результату.

Вместе с тем наряду с указанными пакетами в практике используют программы, разработанные на основе идеальной жидкости, например, панельных методов. Учет ее вязкости в этом случае осуществляется введением циркуляционного течения (циркуляции), интенсивность которого определяют путем выполнения постулата Чаплыгина-Жуковского на выходящей кромки крыла. Определенная таким образом циркуляция по теореме Жуковского позволяет найти подъемную силу, возникающую на рассматриваемом крыле. На таком подходе разработаны программы, позволяющие определять гидродинамические характеристики различных крыльевых систем, в частности, ГВ. Использование их значительно проще, чем программ, разработанных на основе решения RANS уравнений. Полученные по ним результаты достаточно хорошо согласуются с результатами эксперимента (см. таблицу) при корректном построении гидродинамической модели крыла.

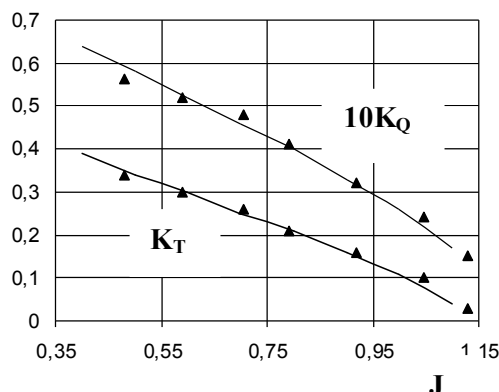
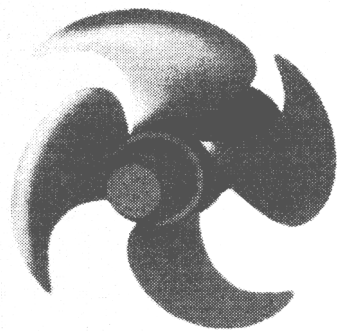


Рис. 1. Сопоставление результатов расчета (программный пакет Fluent) и эксперимента. Обозначения: сплошные линии эксперимент, точки – расчет.

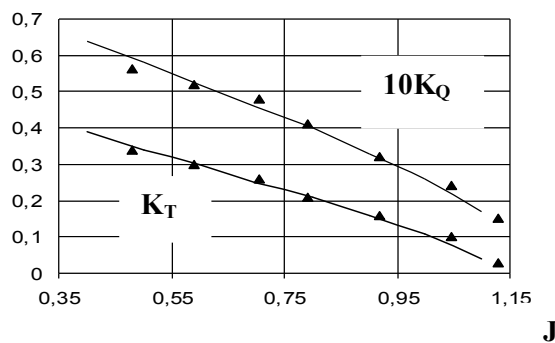
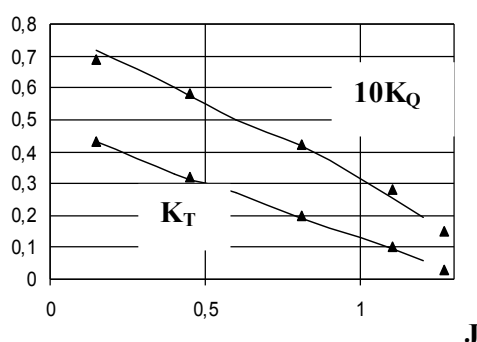


Рис. 2. Результаты расчета гидродинамических характеристик ГВ по программам Fluent (слева) и Flow Vision (справа). Обозначения: сплошные линии эксперимент, точки – расчет.

Таблица
Сопоставление результатов расчета гидродинамических характеристик ГВ по панельному методу и эксперимента [10].

J	K _T		K _Q	
	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет
0.5	0.285	0.2744	0.0477	0.04676
0.70	0.200	0.2010	0.0360	0.03607
0.833	0.146	0.1500	0.0280	0.02851
0.90	0.120	0.1198	0.0239	0.02380
1.10	0.034	0.0339	0.0106	0.01044

Дело заключается в том, что при формальной схеме построения указанной модели в рамках идеальной среды обнаруживается зависимость влияния относительной толщины крыла на величину ее подъемной силы: увеличение упомянутой характеристики сопровождается возрастанием названной силы. Этот некорректный результат содержится в исследованиях многих независимых друг от друга авторов. Примером этих исследований может служить работа [2]. Примером также может служить и формула, приведенная в работе [3], полученная из нелинейной теории потенциального обтекания профилей, содержащихся в указанной работе с учетом их кривизны и относительной толщины. Эта формула для коэффициента подъемной силы C_L имеет вид

$$C_L = 2\pi(1 + 0,77t/C)\sin(\alpha + \beta),$$

где $\beta = \arctg(2h/C)$; α - угол атаки; t, C - максимальная толщина и хорда профиля соответственно; h - максимальная его кривизна.

Из нее также следует, что с увеличением относительной толщины t/C коэффициент подъемной силы растет. Есть и другие примеры, перечисление которых могло бы быть продолжено.

Вместе с тем, существующие экспериментальные материалы убедительно показывают (см. рис. 3 и 4), что такой зависимости не обнаруживается. Более того, рассматривая эти рисунки, обнаруживается обратная зависимость: с увеличением относительной толщины профиля подъемная сила (ее коэффициент C_y) даже не сохраняется постоянной по величине, а падает. Особенно легко проиллюстрировать сказанное на примере эллиптического цилиндра (ЭЦ). Действительно, скорость V_τ на его контуре при циркуляционном обтекании определяется формулой [6].

$$V_\tau = \frac{2\pi V_0(a+b)(-\sin\beta + \sin\delta_0 \cos\beta) + \Gamma}{2\pi\sqrt{a^2 \sin^2\beta + b^2 \cos^2\beta}}, \quad (1)$$

где V_0 - скорость набегающего потока; δ_0 - угол атаки; a и b - большая и малая ось ЭЦ; β - полярный угол; Γ - циркуляция вокруг ЭЦ;

$$c^2 = a^2 + b^2; x = a \cos\beta; y = b \sin\beta.$$

Выполнение требования постулата на задней кромке позволяет найти величину циркуляции, т.е. из условия $V_\tau/\beta=0$ определить

$$\Gamma = -2\pi V_0 \sin\delta_0(a+b). \quad (2)$$

Из (2) видно, что в предельном случае при $b=0$ Γ совпадает с циркуляцией вокруг пластинки (см. формулу (92) стр. 231 [5]). При ненулевой толщине ЭЦ ($b \neq 0$), она по абсолютной величине больше, чем у пластинки при заданном угле атаки и тем самым подтверждает вышесказанное. Таким образом, поскольку циркуляция однозначно связана с величиной подъемной силы (теорема Н.Е. Жуковского), то из теоретических соображений вытекает, что подъемная сила, возникающая на ЭЦ, при прочих равных условиях (a, V_0, δ_0) всегда больше подъемной силы, возникающей на пластинке. Другими словами, величину подъемной силы на пластинке следует рассматривать как нижний предел этой силы при увеличении относительной толщины ЭЦ.

Сказанное не подтверждается имеющимися экспериментальными данными (см. рис. 3 и 4), из которых следует, что подъемную силу при нулевой толщине следует рассматривать как верхний ее предел при увеличении относительной толщины, т.е. которая с увеличением последней должна уменьшаться, а не увеличиваться. Таким образом, из сказанного следует, что выполнение постулата Чаплыгина-Жуковского на задней кромке, найденного из наблюдений, еще не достаточно полно отражает обтекание ЭЦ (плоского крыла) реальной (вязкой) жидкостью и требует своего дополнения, обеспечивающего правильное поведение подъемной силы (циркуляции) с изменением относительной толщины крыла.

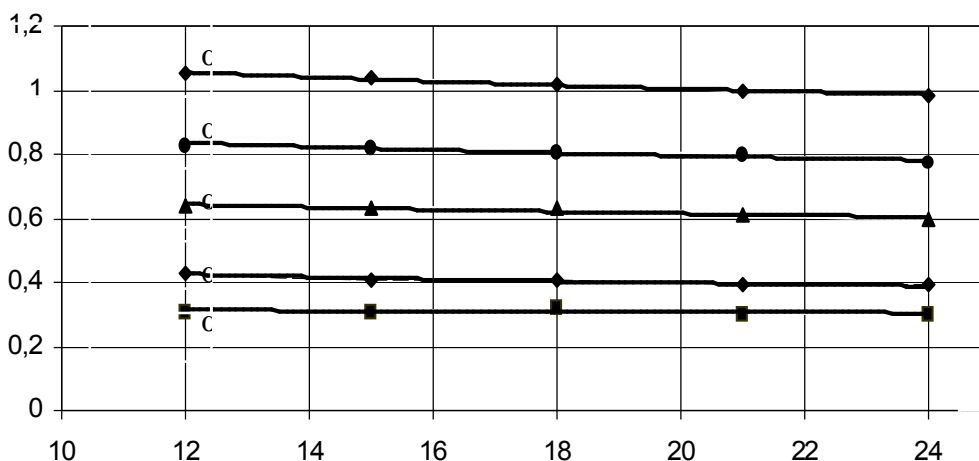


Рис.3. Зависимость коэффициента подъемной силы C_L от относительной толщины профиля $t\%$.
(По данным NACA [3]: Rep.№ 824, Summary of aerofoil data, 1945)

Одним из возможных путей этой корректировки является введение корректирующего множителя, обеспечивающего уменьшение интенсивности присоединенного вихря. Применительно к ЭЦ его значение можно принять в виде

$$\Gamma_{\text{коррект}} = \Gamma_{b=0} k, \quad (3)$$

где $\Gamma_{b=0} = -2\pi a V_0 \sin \delta_0$ - значение циркуляции, определяемое и рассматриваемое как верхний предел при нулевой толщине ЭЦ при изменении толщины; k - корректирующий коэффициент, отражающий падение циркуляции при увеличении толщины и определяемый по экспериментальным данным.

Выбор, таким образом, циркуляции обеспечивает выполнение постулата Чаплыгина-Жуковского ($v_\tau = 0$) нестрого на выходящей кромке ЭЦ ($\beta = 0$), а в точке несколько смещенной от нее [2]. Оценим величину этого смещения $\Delta\beta$ из условия обращения (1) в нуль при значении циркуляции, принятой в виде (3). В этом случае необходимо, чтобы

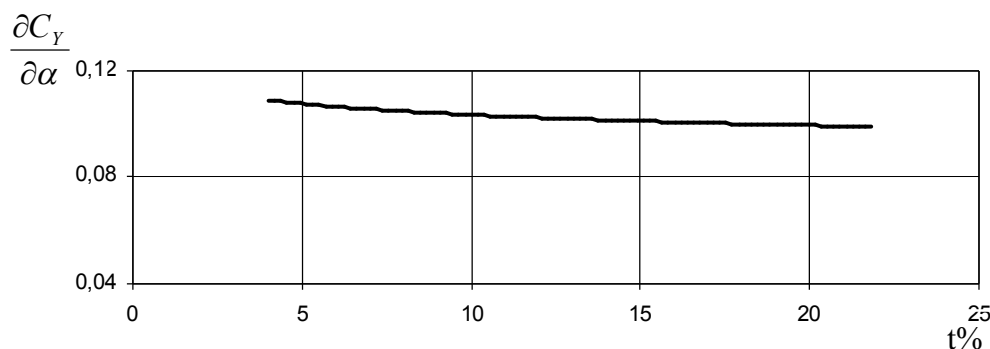


Рис. 4. Зависимость величины $\frac{\partial C_L}{\partial \alpha}$ от относительной толщины профиля $t\%$.
(По данным справочника [4], стр.96).

$$2\pi(a + b)V_0(-\sin \beta_0 + \sin \delta_0 \cos \beta_0) + \Gamma_{b=0} k = 0, \quad (4)$$

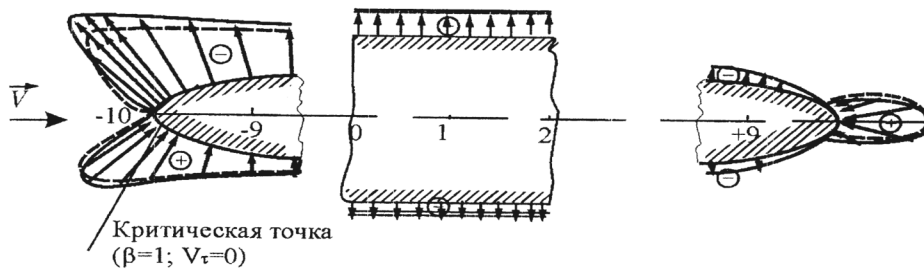


Рис. 6. Распределение коэффициента давления \bar{P} по контуру ЭЦ, находящегося в плоскопараллельном потоке под углом атаки $2,87^\circ$ ($0,05$ рад.).

Отношение осей ЭЦ равно 10. Обозначения относятся к:

$$\text{-----} \Gamma_1 = -2\pi(a+b)V_0 \sin \delta_0; \text{-----} \Gamma_3 = -2\pi akV_0 \sin \delta_0.$$

Таким образом, на основании приведенных данных можно утверждать, что выполнение постулата Чаплыгина-Жуковского обеспечивает завышенное значение циркуляции, а следовательно и завышенное значение гидродинамической силы на профиле, находящимся в плоскопараллельном потоке, по отношению к реально действующей величине той же силы в реальном потоке. Другими словами, выполнение постулата на выходящей кромке хотя и позволяет получить достаточно хорошее приближение обтекания к реальной среде в рамках идеальной жидкости, все же требует своей корректировки в части уменьшения величины подъемной силы. Такое уменьшение можно обеспечить смещением положения критической точки на контуре ЭЦ, в которой выполняется постулат Чаплыгина-Жуковского по засасывающей поверхности в сторону входящей кромки. Для ЭЦ это смещение определяется формулами (6).

Выполнение расчетов без указанного корректирования циркуляции должно заметно сказываться как на величине гидродинамических сил в сторону их завышения, так и увеличения разрежения на засасывающей поверхности. В случае прогнозирования кавитационных характеристик профиля последнее замечание должно приводить к более раннему возникновению на нем кавитации.

К сказанному следует добавить, что проблема применения постулата является актуальной и сегодня особенно с практической точки зрения. Дело заключается в том, что использование современных коммерческих пакетов программ решения RANS уравнений, не обязывающих использовать дополнительные условия на задней кромке, является достаточно долгим, «негибким» и недешевым пока процессом. Об этом уже говорилось в начале настоящей статьи, особенно при решении пространственных, нестационарных задач. Поэтому следует считать вполне оправданным использование подхода, направленного на получение приемлемых результатов в рамках потенциального панельного метода. Существо такого подхода связано с введением понятия Кутта панели, расположенной сразу за задней кромкой и являющейся продолжением срединной поверхности рассчитываемого крыла. Введение таких панелей позволяет редуцировать циркуляцию и подъемную силу путем отклонения их в сторону засасывающей поверхности (сравни со смещением положения критической точки на ЭЦ) и тем самым добиваться по-возможности лучшего согласования расчетных

и экспериментальных данных. Именно такой подход был развит в работах Ачкинадзе А.Ш. и Красильникова В.И. [10,11,12,13], которые развили работу Narayana [9] применительно к расчету ГВ на основе панельного метода, и получили вполне приемлемые для практических нужд результаты (см. данные, представленные выше, в таблице).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключении следует отметить, что, несмотря на существующие современные пакеты программ, разработанные на основе RANS методов, основным рабочим инструментом при решении практических задач современного проектирования корабля остаются пока алгоритмы, построенные на основе идеальной среды. Поэтому их совершенствование в рамках моделей этой среды является актуальной задачей. Надо полагать, что оно будет оставаться такой еще долгое время, а потому приведенные результаты в настоящей работе могут оказаться весьма полезными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фролов В.А. Новый метод построения решения задачи о потенциальном течении около двухмерных тел. Transactions of International Conference "High speed hydrodynamics and numerical simulation". June 2006, Kemerovo, Russia.
2. White Frank M., 1979, Fluid Mechanics. McGraw-Hill Book Company.
3. Ванюхин В.И., Вишневецкий Л.И. К вопросу о выполнении постулата Чаплыгина-Жуковского в теории крыла, находящегося в плоскопараллельном потоке. Тезисы доклада, XXXVIII Крыловские чтения 1997.
4. NASA: Rep№ 824, Summary of aerofoil data, 1945.
5. Войткунский Я.И., Першиц Р.Я., Титов И.А. Справочник по теории корабля. Судпромгиз, 1960.
6. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. Изд. «Наука», Москва, 1970.
7. Мишкевич В.Г., 1981, Учет влияния вязкости при проектировочном и поверочном расчетах гребного винта по вихревой теории. В сб.: Гидродинамика транспортных судов. ЦНИИ им. акад. А.Н.Крылова, 1981.
8. Справочник по теории корабля т.1, Судостроение, 1985.
9. Narayana C.L., Panel method calculation for the DTMB 4119. Propeller RANS/panel Method Workshop, 351-370, Grenobl, France, 1998
10. Ачкинадзе А.Ш., Красильников В.И., 2001, Усовершенствованный панельный метод для нестационарного поверочного расчета гребного винта в неравномерном поле скоростей. Тезисы докладов, Крыловские чтения 2001, СПб, 14-15 ноября 2001, сс.60-62.
11. Achkinadze A.S., Krasilnikov V.I., 2001, A New Velocity Based BEM for Analysis of the Non-cavitating and Cavitating Propellers and Foils. Proceedings of International Symposium on Ship Propulsion (SP 2001: Lavrentiev Lectures, paper 4), St Petersburg, June 19-21, pp. 45-57.
12. Achkinadze A.S., Krasilnikov V.I., 2003, A New Velocity Based BEM for Analysis of Non-cavitating and Cavitating Propellers and Foils. Ocean Engineering International, Vol 7, Number 1, 2003, pp.33-47.

13. Achkinadze A.S., Berg A., Krasilnikov V.I., Stepanov I.E., 2003, Numerical Analysis of Podded and Steering Systems Using a Velocity Based Source Panel Method with Modified Trailing Edge. Proc.: SNAME Symposium "Propellers/Shafting'2003", 17-18 September 2003, Virginia Beach, USA. pp.12/1-12/22.

СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭКВИВАЛЕНТНОГО АНАЛОГА СУДОВОГО КОРПУСА

ТИХОНОВ В.И., к.т.н., доцент; ХВОСТОВ Р.С., студент –
Волжская государственная академия водного транспорта
(г. Н. Новгород, Россия)

nitihonova@mail.ru, khvostov_roman@mail.ru

В работе предлагается способ определения характеристик геометрически эквивалентного и гидродинамически тождественного аналога реального судового корпуса.

Безопасность судоходства на внутренних водных путях определяется прежде всего маневренными качествами судов и профессиональной подготовкой судоводителей.

Известно, что на внутренних водных путях доминирующим является глазомерный (лоцманский) метод судовождения. Данное обстоятельство объясняется специфическими условиями работы судов речного флота, которые характеризуются стесненными габаритами судовых ходов, их извилистостью, требующей частого изменения курса, значительной плотностью движения, наличием мостов, шлюзов, переправ, рейдов и т.п. Отмеченные особенности внутренних водных путей существенно усложняют процесс управления судном и предъявляют весьма жёсткие требования не только к управляемости судов, но и к уровню подготовки, опыту самих судоводителей.

Для профессиональной подготовки судоводителей (приобретения ими начальных навыков в управлении судном) и периодического повышения их квалификации в настоящее время используются различного типа судоводительские тренажёры. Суть любого судоводительского тренажёра заключается в имитации управляемого движения судна. Очевидно, что от степени имитации поведения судна в реальных условиях плавания зависит и качество обучения на тренажёре. Следовательно, разрабатываемая для тренажёра математическая модель должна адекватно отражать процесс движения реального судна при выполнении того или иного маневра. В условиях реальной эксплуатации судам речного флота приходится совершать маневры, имеющие в той или иной мере неустановившийся характер. Поэтому для решения задач управления судном в различных ситуациях требуются математические модели, основанные на уравнениях движения судна. Без достаточно точного определения фигурирующих в этих уравнениях сил и моментов, действующих на погруженную часть судового корпуса, достижение адекватности и высокой степени имитации поведения судна становится проблематичным.

Очевидно, что для построения подобных моделей требуются аналитические методы определения действующих на судно усилий, основанные на анализе динамического взаимодействия судового корпуса с пограничным слоем окружающей его воды.

Для разработки аналитических методов определения действующих на погруженную часть судна усилий как инерционного, так и неинерционного происхождения требуется условная замена реального судового корпуса его эквивалентным аналогом[1]. При этом корпус судна представляется в виде следующих

составных частей:

- 1) носовая оконечность длиной l_n ;
- 2) цилиндрическая вставка длиной $l_{цн}$ в носовой половине корпуса;
- 3) цилиндрическая вставка длиной $l_{цк}$ в кормовой половине корпуса;
- 4) кормовая оконечность длиной l_k .

Геометрическая эквивалентность будет обеспечена, если выполняется следующее условие: величины $l_n, l_{цн}, l_{цк}, l_k$ как для реального судового корпуса, так и для его аналога имеют одни и те же значения.

Кроме того, геометрически эквивалентный аналог одновременно должен быть и гидродинамически адекватным аналогом реального корпуса судна. То есть гидродинамические усилия, действующие как на реальный судовой корпус, так и на его аналог, должны быть тождественны.

Последнее требование будет выполнено при соблюдении следующего условия: средние значения курсовых углов нормалей к ватерлиниям \bar{q}_n, \bar{q}_k , а также снижения нормалей к поверхностям обшивки относительно нормалей к ватерлиниям $\bar{\gamma}_n, \bar{\gamma}_k, \bar{\gamma}_y$ в носовой и кормовой оконечностях корпуса и в области его цилиндрической вставки должны быть одинаковыми как для реального корпуса судна, так и для его эквивалентного аналога. Анализ теоретических чертежей (рис. 1) позволяет сделать вывод о том, что любая ватерлиния в носовой и кормовой оконечностях корпуса судна внутреннего плавания может быть представлена следующим аппроксимационным уравнением:

$$y = k_1(z)[x - x_0(z)] + k_2(z)[x - x_0(z)]^2 + k_3(z)[x - x_0(z)]^3, \quad (1)$$

где x, y, z – координаты какой-либо точки ватерлинии (см. рис. 1); x_0 – отстояние ватерлинии от начала координат; k_1, k_2, k_3 – коэффициенты аппроксимации. Выражение (1) может быть преобразовано к виду:

$$y = A(z)x + B(z)x^2 + k_3(z)x^3 - C(z). \quad (2)$$

Продифференцируем уравнение (2) по x и полученный результат приравняем к нулю:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = A(z) + 2B(z)x + 3k_3(z)x^2 = 0. \quad (3)$$

Выражение (3) позволяет найти абсциссу x_y точки сопряжения оконечности судового корпуса с цилиндрической вставкой в плоскости какой либо ватерлинии:

$$x_y = \left\{ \left[\frac{B(z)}{k_3(z)} \right]^{0,5} - \frac{A(z)}{2k_3(z)} \right\} - \frac{C(z)}{2k_3(z)} = \bar{X}_y(z). \quad (4)$$

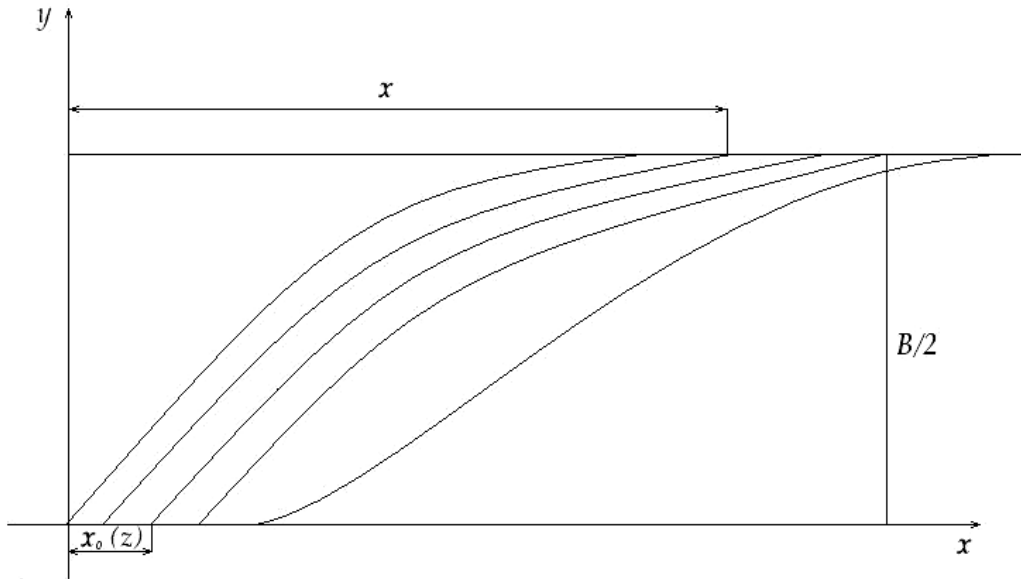


Рис. 1. Проекция полушироты теоретического чертежа корпуса судна

Длина цилиндрической вставки в плоскости какой-либо ватерлинии определяется следующим образом:

$$l_{y_i} = x_{ЦМ} - x_{y_i}, \quad (5)$$

где $x_{ЦМ}$ – абсцисса ЦМ судна.

С учетом теоремы о среднем значении интеграла [2] средняя абсцисса сопряжения конечности судового корпуса с цилиндрической вставкой может быть найдена по выражению:

$$\bar{x}_{y_i} = \frac{1}{T} \int_0^T x_{y_i}(z) dz. \quad (6)$$

Подставляя значения x_{y_i} в уравнение (2), получим ординаты y_{y_i} точек сопряжения конечностей с цилиндрической вставкой:

$$y_{y_i} = A(z)x_{y_i} + B(z)x_{y_i}^2 + k_3(z)x_{y_i}^3 - C(z). \quad (7)$$

Дифференцирование уравнения (2) по координате x позволяет найти тангенс угла наклона касательной или котангенс курсового угла к ватерлинии в какой-либо ее точке, то есть

$$\frac{\partial y}{\partial x} = A(z) + 2B(z)x + 3k_3(z)x^2 = tg \tau = ctg q. \quad (8)$$

Снижение нормали к поверхности обшивки корпуса в какой либо точке относительно нормали к ватерлинии в этой же точке может быть определено по выражению:

$$\frac{\partial n}{\partial z} \Big|_{x, z} = \frac{\partial}{\partial z} [A(z)x + B(z)x^2 + k_3(z)x^3 - C(z)] \cos ecq = tg \gamma. \quad (9)$$

Длина какой-либо ватерлинии находится следующим образом:

$$S = \int_{x_0(z)}^{x_{y_i}} \cos ecq dx. \quad (10)$$

Тогда средние значения курсового угла нормали к ватерлинии \bar{q} (рис.2) и снижения нормали к поверхности корпуса относительно нормали к ватерлинии $\bar{\gamma}$, приходящиеся на единицу длину ватерлинии, могут быть найдены с использованием следующих соотношений:

$$\frac{1}{S} \int_{x_0(z)}^{x_u} ctgq \cdot \cos q dx = \cos^2 \bar{q}; \quad (11)$$

$$\frac{1}{S} \int_{x_0(z)}^{x_u} \cos^2 \gamma ctgq \cdot \cos q dx = \cos^2 \bar{q} \cos^2 \bar{\gamma}. \quad (12)$$

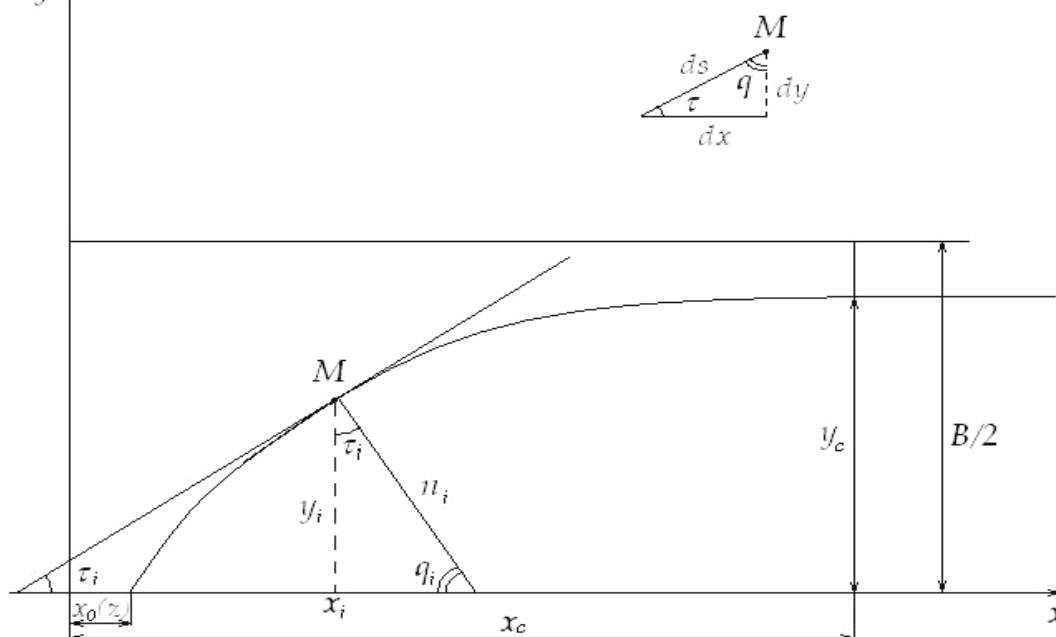


Рис. 2. К определению средневзвешенного значения курсового угла нормали к ватерлинии

Предлагаемый способ с использованием теоретического чертежа позволяет с высокой точностью определять геометрические характеристики эквивалентного аналога реального судового корпуса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Тихонов В.И.. Основы теории динамической системы судно – жидкость. – Н. Новгород: ФГОУ ВПО ВГАВТ, 2007. – 262с.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1980. – 976 с.

ЛАМИНАРНОЕ И ТУРБУЛЕНТНОЕ ОБТЕКАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ С ЛУНКАМИ

МОРЕНКО И.В., к.т.н., н.с. –

Институт механики и машиностроения Казанского НЦ РАН;

МАЗО А.Б., д.ф.-м.н., профессор –

Казанский государственный университет (Россия, г. Казань)

morenko@mail.knc.ru, amazo@ksu.ru

АННОТАЦИЯ

Рассмотрено влияние глубины лунок на коэффициент сопротивления удлиненных тел при отрывном обтекании вязкой жидкостью. Показано, что коэффициент трения монотонно убывает с увеличением глубины лунки, а коэффициент давления возрастает.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи о влиянии лунок на процесс обтекания тел вязкой несжимаемой жидкостью привлекают внимание несколько последних лет [1, 2]. Это связано с тем, что вихревые ячейки, выемки на поверхности тела могут существенно изменить картину течения. Обтекание тел может стать безотрывным, и как следствие, уменьшится сопротивление. В данной работе рассчитывается обтекание осесимметричных тел с лунками вязкой жидкостью в двух случаях: когда течение жидкости осесимметричное и трехмерное. Форма лунок выбирается в виде профиля Жуковского. Исследуется влияние глубины лунок на коэффициент сопротивления тел как при ламинарном, так и при турбулентном режимах течения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается течение вязкой несжимаемой жидкости в области, содержащей симметричное относительно продольной оси тело, образованное двумя дугами окружностей радиуса R с межцентровым расстоянием $G=4R$. Дуги соединены между собой частью профиля Жуковского (рис. 1). Глубина лунок H варьировалась в диапазоне $0.1R \div R$. Внешние границы расчетной области находятся на достаточном удалении от тела, влияние их на численное решение задачи пренебрежимо мало. При расчете ламинарного обтекания ($Re=200$) используются уравнения Навье-Стокса, записанные относительно компонент вектора скорости и давления. Во входном сечении

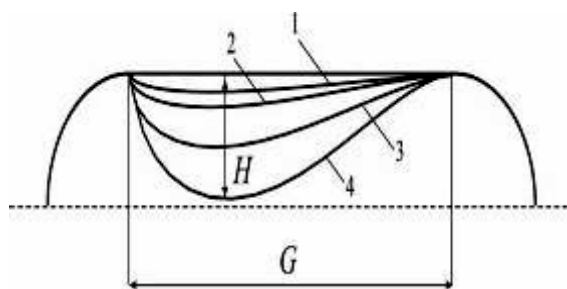


Рис. 1. Схема обтекаемого тела

расчетной области задается однородное течение с единичной скоростью; на внешних границах ставятся условия свободного скольжения жидкости; на выходе задаются так называемые мягкие граничные условия, на границе обтекаемого тела – условия прилипания.

Для расчета турбулентного движения жидкости ($Re = 4 \cdot 10^4$) выбирается модель Менгера SST $k-\omega$. На входной границе

дополнительно задаются степень турбулентности набегающего потока 1.5% и масштаб турбулентности, равный $2R$.

В случае, когда течение осесимметрично используются нерегулярные треугольные конечноэлементные сетки с существенным сгущением узлов в окрестности обтекаемого тела. При решении трехмерной задачи область разбивается на тетраэдральные элементы. Общее число узлов расчетных сеток составляет около

200000.

Решение задачи осуществлялось с помощью программного комплекса Fluent 6.3.26 (университетская лицензия КазГУ) [3]. Нестационарная задача решается до момента установления автоколебательного режима. Критерий сходимости по всем параметрам принимается равным 10^{-8} . Максимальное количество итераций на каждом временном шаге 30.

ТЕСТИРОВАНИЕ

Тестирование алгоритмов проводилось на задаче обтекания сферы вязкой жидкостью. Полученные результаты сравнивались с известными экспериментальными и расчетными данными других авторов. В целом установлено удовлетворительное согласие.

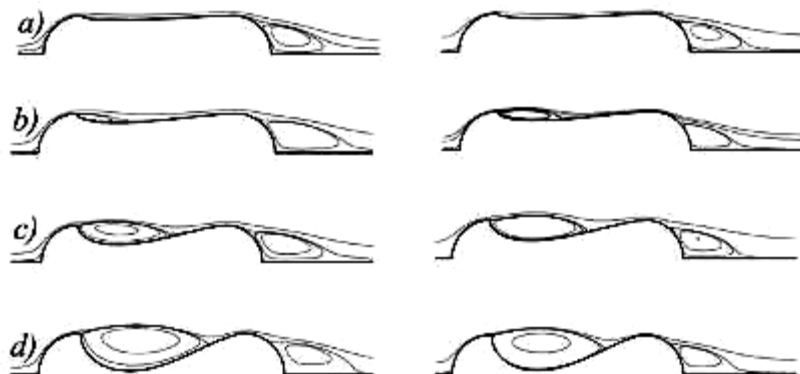


Рис. 2, 3. Линии тока слева при $Re=200$; справа при $Re=4 \cdot 10^4$:
 а) $H=0.1$; б) $H=0.2$; в) $H=0.5$; д) $H=1.0$

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

При ламинарном и турбулентном режимах обтекания тел осесимметричным потоком вязкой жидкости в лунках формируются тороидальные вихри (рис. 2, 3). Отрыв пограничного слоя происходит с острой кромки, присоединение потока – в конце лунки. Кроме того, за телами наблюдаются вихревые области. Полное сопротивление C_D складывается из коэффициента трения C_f и давления C_p . Как для ламинарного, так и для турбулентного режимов течения C_f монотонно убывает с ростом H , а $C_p(H)$ монотонно возрастает (табл. 1). Роль сопротивления давления при турбулентном течении является доминирующей, что приводит к возрастанию функции $C_D(H)$ с увеличением глубины лунки H . Если течение ламинарное, наоборот, существенный вклад в сопротивление вносит трение, поэтому $C_D(H)$ убывает при росте H .

Дополнительную информацию об особенностях течения в пограничном слое можно получить при анализе нормальных напряжений. Коэффициент давления C_p по определению является интегралом нормальных напряжений по поверхности тела s в проекции на координатную ось Ox , направленную вдоль потока. Для того, чтобы установить, какая часть поверхности вносит существенный вклад в величину C_p , рассмотрим график функции

$$F(S) = \int_0^S \int_0^{2\pi} p \sin(s, x) ds d\varphi \quad (\text{рис. 4}).$$

Таблица 1

Значения C_f и C_p в осесимметричном случае

H	$Re=200$	$Re=4 \cdot 10^4$
-----	----------	-------------------

	C_f	C_p	C_f	C_p
0.1	0.758	0.427	0.059	0.212
0.2	0.556	0.469	0.041	0.280
0.5	0.430	0.580	0.035	0.363
1.0	0.408	0.602	0.033	0.407

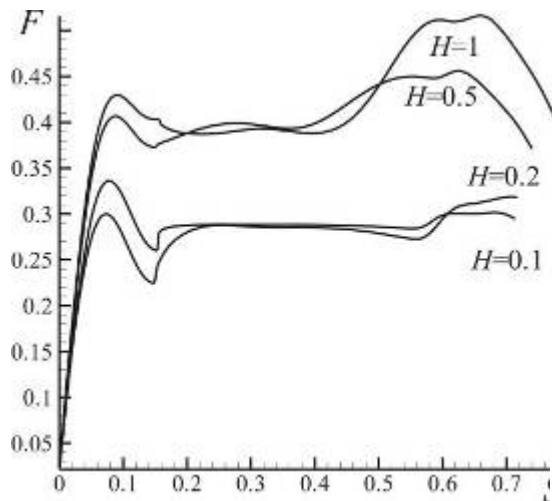


Рис. 4. График функции $F(S)$

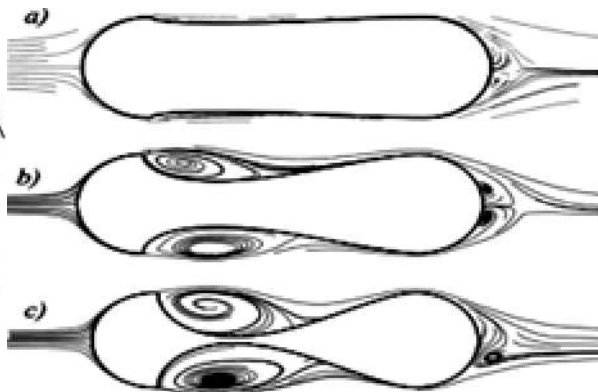


Рис. 5. Сечение поверхностей тока при трехмерном обтекании осесимметричных тел $Re=4 \cdot 10^4$: a) $H=0.1$; b) $H=0.5$; c) $H=1.0$

Видно, что изменение проекций наветренной стороны тела и в области

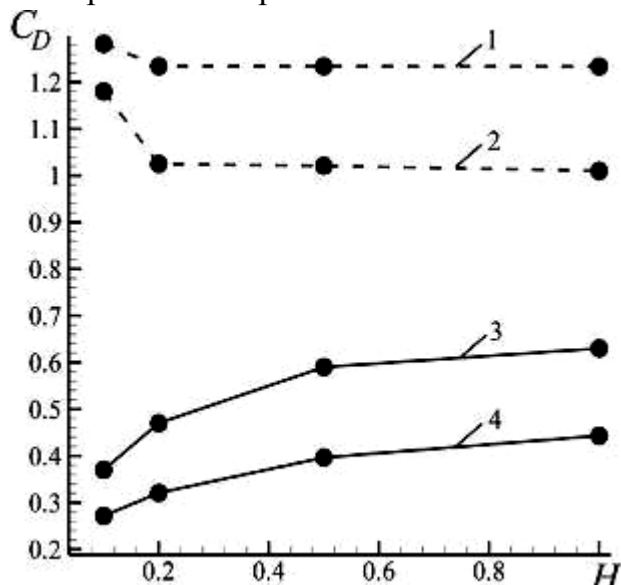


Рис. 6. Зависимость коэффициента сопротивления от глубины лунки: пунктирная линия – $Re=200$; сплошная линия – $Re=4 \cdot 10^4$; 2, 4 – осесимметричная модель, 1, 3 – трехмерная модель

нормальных напряжений значительны с присоединения потока. В области лунки проекции нормальных напряжений малы. Следовательно, наибольший вклад в C_D вносят лобовой и кормовой участки тела. Существенные изменения в характере течения наблюдаются при использовании трехмерной модели. Как и при осесимметричном течении, в лунках и за телом формируются вихри, однако они не имеют радиальной симметрии (рис. 5). Размеры вихревой области, образованной за телом в продольном направлении меньше, соответствующих размеров в осесимметричном случае.

Показано, что с увеличением глубины лунки H коэффициент гидродинамического сопротивления C_D уменьшается приблизительно на 18% (рис. 6, кривая 1), а в случае турбулентного течения – увеличивается на 63% (рис. 6, кривая 3).

В целом, коэффициент гидродинамического сопротивления тел C_D , при трехмерном обтекании больше (рис. 6, кривые 1, 3), чем при осесимметричном (рис. 6, кривые 2, 4).

ВЫВОДЫ

Результаты расчетов показали, что как при ламинарном, так и при турбулентном обтекании тел с лункой в форме профиля Жуковского коэффициент сопротивления трения C_f с увеличением глубины лунки уменьшается, а коэффициент сопротивления давления C_p напротив увеличивается. Однако вклад этих коэффициентов в общее сопротивление C_D принципиально различен для турбулентного и ламинарного режимов, поэтому C_D с ростом глубины лунки убывает в ламинарном режиме, а в турбулентном – возрастает. Расчет обтекания тел с лункой с помощью осесимметричной модели пакета Fluent дает заниженные значения сопротивления по сравнению с результатами по более реалистичной трехмерной модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. Управление обтеканием тел с вихревыми ячейками в приложении к летательным аппаратам интегральной компоновки (численное и физическое моделирование) / Под ред. Ермишина А.В., Исаева С.А. – М., СПб., 2001. – 360 с.
2. Baranov P.A., Isaev S.A., Kudryavtsev N.A., Prigorodov Yu.S., and Sudakov A.G. Numerical analysis of the influence of the shape of the vortex cells built into a circular cylinder on a steady turbulent flow around it // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2003. – Vol. 76. – No. 6
3. fluent.com

А.Н. КРЫЛОВ – ОСНОВАТЕЛЬ СОВРЕМЕННОЙ РОССИЙСКОЙ КОРАБЕЛЬНОЙ НАУКИ РУСЕЦКИЙ А.А., д.т.н., профессор – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)	8
О РАЗВИТИИ ИДЕЙ АКАДЕМИКА А.Н. КРЫЛОВА В ОБЛАСТИ ВИБРАЦИИ СУДОВ В ТРУДАХ ИНСТИТУТА БЕЛОВ И.М., ИВАНЮТА Э.И., ЛЫЧЕВ О.Н., НИКОЛЬСКИЙ Ю.А., ЩУКИНА Е.Н. – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)	12
ON THE IMPORTANCE OF HYDRODYNAMICS ON THE SAFE OPERATION OF HIGH SPEED CRAFT Holden Kjell – FAST International Standing Committee, Norway	21
MESH AND MESHFREE METHODS IN HYDRODYNAMICS OF FREE BOUNDARIES THERENTIEV Alexey G. – Cheboksary Politechnic Institute of MGOU, Russia; AFANASIEV Konstantin E. – Kemerovo State University, Russia.....	23
SUPERCAVITATION FLOW APPLICATIONS SAVCHENKO Yu.N. - Institute of hydromechanics of NAS of Ukraine	42
ТЕОРИЯ ВИБРАЦИИ СУДНА А.Н.КРЫЛОВА И РАЗВИТИЕ ЕЕ ОСНОВНЫХ ПОЛОЖЕНИЙ В СОВРЕМЕННЫХ МЕТОДАХ ДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ СКОРОСТНЫХ СУДОВ КРЫЖЕВИЧ Г.Б., д.т.н. – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия).....	56
SOME PROBLEMS OF HIGH SPEED MOTION IN WATER WITH SUPERCAVITATION FOR SUB-, TRANS- AND SUPERSONIC MACH NUMBERS SEREBRYAKOV V.V – Institute of Hydromechanics of NASU, Ukraine; KIRSCHNER I.N. – Alion Science and Technology Corporation, USA; SCHNERR G.H – Technische Universität München, Germany	65
ОТ АВП ДО ЭХО: ТРАНСФОРМАЦИЯ КОНЦЕПЦИИ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЖИТНИКОВ В.П., д.ф.-м.н., профессор – Уфимский государственный авиационный технический университет (г. Уфа, Россия).....	95
ВИХРЕВЫЕ РОТОРНЫЕ ВЕТРОЭЛЕКТРОСТАНЦИИ - БУДУЩЕЕ ВЕТРОЭНЕРГЕТИКИ ИВАНАЙСКИЙ А.В., д.т.н., профессор; ИВАНАЙСКАЯ Т.С., инженер; ИВАНЬСКИЙ В.А., к.т.н. – Московский государственный открытый университет (г. Москва, Россия); КАСТОНЬЯРО А., президент «Фоксэнерджи» с.р.л. (г. Верона, Италия)	103
БИОЭТАНОЛ И БИОДИЗЕЛЬНОЕ ТОПЛИВО КАК АЛЬТЕРНАТИВА НЕФТЯНЫМ ТОПЛИВАМ ДЛЯ АВТОМОБИЛЬНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ ЛИХАНОВ В.А., академик РАТ, д.т.н., профессор; РОССОХИН А.В., к.т.н., ст. преподаватель – Вятская государственная сельскохозяйственная академия (г. Киров, Россия).....	107
АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ СИСТЕМЫ ОТОПЛЕНИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕПЛООВОГО НАСОСА И ВЕТРОЭНЕРГОУСТАНОВКИ БАЙРАМОВ Ф.Д., д.т.н., профессор; ХАРЧУК С.И., к.ф.-м.н., доцент; ЛЕГОШИН А.А., аспирант – Камская государственная инженерно-экономическая академия (г. Набережные Челны, Россия)	116
МОДЕЛЬ РОССИЙСКОГО БАКАЛАВРИАТА ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ ВОЛКОВ О.Г., к.х.н., доцент – ЧПИ МГОУ (г. Чебоксары, Россия).....	123
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛЕДА ЗА ГРЕБНЫМ ВИНТОМ, РАБОТАЮЩИМ В СОСТАВЕ КОМПЛЕКСНОГО ДВИЖИТЕЛЯ БУШКОВСКИЙ В.А., к.т.н., с.н.с.; МУХИНА Л.А., к.т.н., с.н.с.; ЯКОВЛЕВ А.Ю., к.т.н., доцент – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия)	127
АНАЛИТИЧЕСКОЕ УСЛОВИЕ МИНИМУМА ПОТЕРЬ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ КОМПЛЕКСА КОРПУС-ДВИЖИТЕЛЬ В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ АЧКИНАДЗЕ А.Ш., д.т.н., профессор – Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (г. Санкт-Петербург, Россия).....	135

ПРОЕКТИРОВАНИЕ БЕСКАВИТАЦИОННЫХ ГИДРОПРОФИЛЕЙ ПО ЗАДАННОЙ КАВИТАЦИОННОЙ ДИАГРАММЕ МАКЛАКОВ Д.В., д.ф.-м.н., профессор – Казанский государственный архитектурно-строительный университет (г. Казань, Россия)	146
ОПТИМИЗАЦИЯ КРЫЛОВЫХ ПРОФИЛЕЙ С УСТРОЙСТВАМИ АКТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОТОКОМ ГАЙФУТДИНОВ Р.А., аспирант – Казанский государственный университет – НИИ математики и механики им. Н.Г. Чеботарева (г. Казань, Россия).....	153
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФОРМЫ КОНТУРА КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ ПРИ НАЛИЧИИ В ПОТОКЕ ТОЧЕЧНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ВАРСЕГОВА Е.В., м.н.с. – НИИ математики и механики им. Н.Г. Чеботарева (г. Казань, Россия)	155
IMPULSIVE MOTION OF FLOATING BODIES AND GENERATED LOADS *IAFRATI Alessandro – INSEAN – Italian Ship Model Basin; **KOROBKIN Alexander A. – School of Mathematics, University East Anglia.....	157
РАЗРАБОТКА ПРОГРАММЫ РАСЧЁТА НЕЛИНЕЙНОЙ КАЧКИ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЫ ВОДОИЗМЕЩАЮЩИХ ОБЪЕКТОВ АППОЛОНОВ Е.М., д.т.н.; КАЙТАНОВ Ю.С., к.т.н.; МАГАРОВСКИЙ В.В., аспирант; ПЛАТОНОВ В.Г., к.т.н. – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия).....	181
ФОРМА ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ НАПРАВЛЯЮЩЕЙ НАСАДКИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ ОСЛАБЛЕНИЕ ЩЕЛЕВОЙ КАВИТАЦИИ ОСЕВЫХ НАСОСОВ ВОЛОДИН Ю.Б., к.т.н.; ЮРКАНСКИЙ А.В., к.т.н. – ЦКБ морской техники «РУБИН»; БОЛОТИН Ф.Ф., к.т.н. – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия).....	189
ПАРАДОКС ЗАДНЕЙ КРОМКИ КРЫЛА И ПОСТУЛАТ ЖУКОВСКОГО ГОРЕЛОВ Д.Н., д.т.н., профессор – Омский филиал Института математики им. С.Л. Соболева СО РАН (г. Омск, Россия).....	193
УЧЕТ ВЛИЯНИЯ СКОРОСТИ ХОДА НА ДЕМПФИРУЮЩИЕ СИЛЫ ПРИ ПРОДОЛЬНОЙ КАЧКЕ БЫСТРОХОДНЫХ СУДОВ ИШКОВ В.В., аспирант – ЦМКБ «Алмаз»; КРЫЖЕВИЧ Г.Б., д.т.н. – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова, (Россия, Санкт-Петербург).....	198
ИССЛЕДОВАНИЯ В ОБЛАСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ КАВЕРН ДЛЯ СНИЖЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРАНСПОРТНЫХ СУДОВ СВЕРЧКОВ А.В., к.т.н., с.н.с. – ЦНИИ им. акад. А.Н. Крылова (г. Санкт-Петербург, Россия).....	206
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ С РАЗЛИЧНЫМИ ПРЕГРАДАМИ АФНАСЬЕВ К.Е., д.ф.-м.н., профессор; РЕЙН Т.С., ассистент – Кемеровский государственный университет (г. Кемерово, Россия).....	213
SOFTWARE FOR DESIGNING THE SUPERCAVITATING VEHICLES SEMENENKO Volodymyr N. – National Academie of Sciences of Ukraine, Institute for Hydromechanics	222
THE INFLUENCE OF STAGNATION ZONE UPON THE FLOW PARAMETERS FOR SHOCK-FREE SUPERCAVITATING HYDROFOIL WITH SPOILER FRIDMAN Gregory & Zaw WIN, Applied Mathematics and Mathematical Modelling – St. Petersburg State Technical Marine University (St. Petersburg, Russia)	233
COMPARISON OF TWO CLASSICAL FLOW MODELS FOR TWO-DIMENSIONAL NONLINEAR PLANING PLATE PROBLEM FRIDMAN Gregory, Applied Mathematics and Mathematical Modelling – St. Petersburg State Technical Marine University (St. Petersburg, Russia).....	239
О МАСШТАБНОМ ЭФФЕКТЕ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕЧЕНИЯ С КАВЕРНАМИ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ЧИСЛОМ КАВИТАЦИИ КОЗЛОВ И.И.,	

научный сотрудник; ПРОКОФЬЕВ В.В., к.ф.-м.н. – НИИ механики МГУ (г. Москва, Россия).....	247
СТРУКТУРА ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СУДОВОГО КОРПУСА ТИХОНОВ В.И., к.т.н., доцент – Волжская государственная академия водного транспорта (г. Н. Новгород, Россия)	254
ЗАКОНОМЕРНОСТИ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ ТИХОНОВ В.И., к.т.н., доцент – Волжская государственная академия водного транспорта (г. Н. Новгород, Россия)	258
ОБОСНОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ УСЛОВНОЙ ЗАМЕНЫ РЕАЛЬНОГО СУДОВОГО КОРПУСА ЕГО ЭКВИВАЛЕНТНЫМ АНАЛОГОМ ТИХОНОВ В.И., к.т.н., доцент – Волжская государственная академия водного транспорта (г. Н. Новгород, Россия).....	266
МЕХАНИЗМ ВОЗНИКНОВЕНИЯ СТРУЙНОСТИ НА ПОВЕРХНОСТИ ДЕТАЛИ ПРИ ИМПУЛЬСНОЙ ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ВИБРИРУЮЩИМ ЭЛЕКТРОД-ИНСТРУМЕНТОМ ПОРЕЧНЫЙ С.С., аспирант; МУКСИМОВА Р.Р., аспирант – Уфимский государственный авиационный технический университет (г. Уфа, Россия)	273
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛИ ВОЛНОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ ТАЛДЫКИН М.В., к.т.н. – Институт механики и машиностроения Казанского НЦ РАН (г. Казань, Россия).....	280
СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА РАСЧЕТА ОБТЕКАНИЯ НЕСУЩИХ ТЕЛ ПОТОКОМ ИДЕАЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ ПЕЧЕНЮК А.В., начальник отдела гидродинамики; СТАНКОВ Б.Н., директор – компания DTG (г. Одесса, Украина) ВИШНЕВСКИЙ Л.И., д.т.н., профессор – Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (г. Санкт-Петербург, Россия).....	287
СПОСОБ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭКВИВАЛЕНТНОГО АНАЛОГА СУДОВОГО КОРПУСА ТИХОНОВ В.И., к.т.н., доцент; ХВОСТОВ Р.С., студент – Волжская государственная академия водного транспорта (г. Н. Новгород, Россия).....	295
ЛАМИНАРНОЕ И ТУРБУЛЕНТНОЕ ОБТЕКАНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ С ЛУНКАМИ МОРЕНКО И.В., к.т.н., н.с. – Институт механики и машиностроения Казанского НЦ РАН; МАЗО А.Б., д.ф.-м.н., профессор – Казанский государственный университет (Россия, г. Казань)	299