МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ЧЕБОКСАРСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) МОСКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Кафедра Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала
_______________ А.В. Агафонов
«29» __мая__ 2020г.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
по выполнению расчетно-графических работ №1 по дисциплине «Математика»

Направление подготовки	**09.03.02 «Информационные системы и технологии»**
	(код и наименование направления подготовки)
Направленность подготовки	**Информационные технологии в медиаиндустрии и дизайне**
	(наименование профиля подготовки)
Квалификация выпускника	**Бакалавр**
Форма обучения	**очная и заочная**

Чебоксары, 2020

Методические указания разработаны

в соответствии с требованиями

ФГОС ВО по направлению подготовки

09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Авторы:

Кульпина Татьяна Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

ФИО, ученая степень, ученое звание или должность, наименование кафедры

Методические указания одобрены на заседании кафедры

информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

наименование кафедры

протокол № 10 от 16.05.2020 года.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Цель и организация выполнения расчетно-графической работы

В соответствии с учебным планом по направлению подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии» обучающиеся в процессе изучения дисциплины «Математика» выполняют расчетно-графическую работу№1.

Цель расчетно-графической работы - выявить знания студентов методологических основ математики, умение применять эти знания в анализе социально-экономических явлений, производить расчеты, привить обучающимся навыки самостоятельной работы с применением математических методов.

В ходе выполнения расчетно-графической работы обучающийся должен проявить умение самостоятельно работать с учебной и научной математической литературой, применять математическую методологию в анализе конкретных данных, уметь вычислять пределы, находить производные, находить интегралы.

Расчетно-графическая работа должна быть выполнена и представлена в срок, установленный графиком учебного процесса.

Выполнение расчетно-графической работы включает следующие этапы:

- ознакомление с программой дисциплины «Математика», методическими рекомендациями по выполнению расчетно-графической работы;
- проработка соответствующих разделов методологии математики по рекомендованной учебной литературе, конспектам лекций;
- выполнение расчетов с применением освоенных методов;

Завершенная работа представляется для проверки на кафедру преподавателю в установленные учебным графиком сроки. Срок проверки не более 5-7 дней. Преподаватель проверяет качество работы, отмечает положительные стороны, недостатки работы и оценивает ее. Обучающиеся, не подготовившие расчетно-графическую работу, к экзамену не допускаются.

2. Выбор варианта и структура расчетно-графической работы

Задания для расчетно-графических работ составляются преподавателем, который ведет данную дисциплину, и утверждаются кафедрой.

Номер варианта расчетно-графической работы выбирается обучающимся по последней цифре в шифре номера зачетной книжки. Так, например, если последняя цифра шифра 1, то обучающийся выполняет расчетно-графическую работу по варианту № 1.

При выполнении расчетно-графической работы необходимо придерживаться следующей структуры:

- титульный лист;
- введение;
- расчетная часть;
- заключение;
- список использованной литературы.

Титульный лист является первой страницей расчетно-графической работы. Образец его оформления приведен в Приложении 1.

Во введении содержатся общие сведения о выполненной работе (0,5-1 с.).

В расчетной части обучающийся должен показать умение применять математические методы расчетов, рассчитывать необходимые данные, делать на их основе аргументированные выводы.

Условия задач в расчетной части должны быть приведены полностью. Решение задач следует сопровождать развернутыми расчетами, ссылками на математические формулы, анализом и выводами. Задачи, в которых даны только ответы без промежуточных вычислений, считаются нерешенными.

Все расчеты относительных показателей нужно производить с принятой в математике точностью вычислений: коэффициенты - до 0,001, а проценты - до 0,1.

Следует обратить особое внимание на выводы, которые должны быть обоснованными, подтверждаться предварительным анализом цифрового материала.

В заключении расчетно-графической работы (1 с.) в краткой форме резюмируются результаты работы.

После заключения приводится список литературы, включающий только те источники, которые были использованы при выполнении расчетно-графической работы и на которые имеются ссылки в тексте работы.

При описании литературных источников необходимо указать:

- фамилии и инициалы авторов;
- название книги, сборника, статьи;
- место издания;
- издательство;
- год издания;
- количество страниц или конкретные страницы (последние в случае ссылки на статью или статистический сборник).

Стандартный формат описания источников приведен в списке литературы.

3. Требования к оформлению расчетно-графической работы

При оформлении расчетно-графической работы необходимо руководствоваться следующими требованиями:

1. Объем работы - 10-15 страниц текста на стандартных листах формата А4, набранных на компьютере с использованием текстового редактора или вручную (письменно), табличного процессора или других программных средств (размер шрифта - 14 пунктов, интервал - 1,5).
2. Страницы должны быть пронумерованы и иметь поля слева и справа не менее 25 мм для замечаний преподавателя-консультанта.
3. В тексте не должно быть сокращений слов, кроме общепринятых.
4. Все промежуточные данные проводимых расчетов и результаты следует представлять в явном виде.

5. Все таблицы должны иметь сквозную нумерацию. Приведенные в работе иллюстрации (графики, диаграммы) должны иметь подрисуночные подписи.

6. Описание литературных источников выполняется в соответствии со стандартными требованиями, приведенными в предыдущем разделе.

4. Теоретический материал и примеры решения задач

Матрицы и операции над ними

Сложение (вычитание) матриц одинакового размера производится поэлементно.

$$C=A+B,\ c_{ij}=a_{ij}+b_{ij},\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}.$$

Умножение матрицы на число – каждый элемент матрицы умножается на это число.

$$A=\lambda B,\ a_{ij}=\lambda b_{ij}.$$

Умножение матрицы на матрицу определено, если число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы. Произведением матрицы $A_{m\times n}$ на $B_{n\times p}$ называется матрица $C_{m\times p}$, элементы которой вычисляются по формуле

$$c_{ij}=\sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj},\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}.$$

Замена каждой строки матрицы ее столбцом с сохранением порядка называется *транспонированием.* Транспонированная по отношению к матрице A матрица обозначается A^t.

Пример. Найти матрицу $C=2A+B^t$, где

$$A=¿(-2\ \ 3¿)(1\ \ 0¿)¿¿¿\ ¿$$

Решение. $C=2A+B^{t}=2\cdot¿\ ¿¿(-2\ 3¿)(1\ 0¿)¿¿¿+¿(1\ 6¿)(-3\ 1¿)¿¿¿¿(-4\ 6¿)(2\ 0¿)¿¿¿¿(1\ 6¿)(-3\ 1¿)¿¿¿¿(-3\ 12¿)(-1\ 1¿)¿¿¿$

Пример. Найти произведение матриц

$$A=¿(-2\ \ 3¿)(1\ \ 0¿)¿¿¿\ ¿$$

Решение.

$$A\cdot B=¿(-2\ \ 3¿)(1\ \ 0¿)¿¿¿\ ¿$$

Определители

Каждой квадратной матрице можно поставит в соответствие число, называемое *определителем.*

Определитель матрицы *второго порядка* вычисляется по формуле

$$|A|=\Delta_2=\det A=¿|a_{11}\ \ a_{12}¿|¿¿¿\ ¿$$

Определитель матрицы *третьего порядка* вычисляется по *правилу треугольников* или *Саррюса*

$$|A|=\Delta_3=\det A=¿|a_{11}\ \ a_{12}\ \ a_{13}¿||a_{21}\ \ a_{22}\ \ a_{23}¿|¿¿¿¿¿¿$$

Определитель матрицы *второго порядка* вычисляется более сложно. Можно применить теорему Лапласа.

Теорема Лапласа. Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов какой-либо строки (столбца) на их алгебраические дополнения.

$$|A|=\det A=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij}.$$

Определитель треугольной (диагональной) матрицы равен произведению диагональных элементов.

Пример. Вычислить определитель матрицы $A=¿|3\ -1\ -1¿||-3\ 1\ 5¿|¿¿¿¿$: а) по правилу треугольников; б) с помощью алгебраических дополнений.

Решение. а)

$$\Delta=3\cdot1\cdot4+(-1)\cdot(-3)\cdot(-2)+(-1)\cdot5\cdot2-(-1)\cdot1\cdot2-3\cdot5\cdot(-2)-(-1)\cdot(-3)\cdot4=$$
$$=12-6-10+2+30-12=16.$$

б) Найдем алгебраические дополнения 3-й строки.

$$A_{31}=(-1)^{3+1}¿|-1\ \ -1¿|¿¿¿A_{32}=(-1)^{3+2}¿|\ 3\ \ -1¿|¿¿¿$$

$$A_{33}=(-1)^{3+3}¿|\ 3\ \ -1¿|¿¿¿$$

Тогда по теореме Лапласа

$$|A|=\det A=a_{31}A_{31}+a_{32}A_{32}+a_{33}A_{33}=2\cdot(-4)+(-2)\cdot(-12)+4\cdot0=16.$$

Ранг матрицы

Обратная матрица

Квадратная матрица называется *невырожденной*, если ее определитель отличен от нуля.

Обратной матрицей A^{-1} для матрицы A называется матрица, для которой справедливо равенство $A^{-1}\cdot A = A\cdot A^{-1} = E$, где E - единичная матрица.

Обратная матрица A^{-1} определена только для квадратных невырожденных матриц и может быть вычислена по формуле

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\left(A_{ij}\right)^{t}.$$

Теорема о ранге матрицы. Ранг матрицы равен максимальному числу ее линейно-независимых строк или столбцов.

Пример. Найти матрицу, обратную к матрице

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 4 \end{pmatrix}.$$

Решение.

1 способ. Находим определитель матрицы $|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 5 & 2 & 4 \end{vmatrix}$ Значит матрица имеет обратную.

$$(A|E) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Прибавим к элементам 2-й строки, умноженной на 2, элементы 1-й строки, умноженной на -5, а к элементам 3-й строки, умноженным на 2, элементы 1-й строки, умноженные на -7. Получим

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 13 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 15 & -7 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

К элементам 3-й строки прибавим элементы 2-й строки, умноженные на -1.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 13 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

К 1-й строке, умноженной на 2, прибавим 3-ю, а к 2-й, умноженной на 2, 3-ю строку, умноженную на -13.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 2 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 16 & 30 & -26 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

Сложим элементы 1-й и 2-й строк.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 0 & 0 & 16 & 28 & -24 \\ 0 & -2 & 0 & 16 & 30 & -26 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

Поделив 1-ю строку на 4, 2-ю – на -2, 3-ю – на 2, справа от черты получим матрицу обратную для исходной.

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 4 & 7 & -6 \\ -8 & -15 & 13 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Проверяем правильность вычислений по формуле

$$A^{-1}\cdot A=A\cdot A^{-1}=E.$$

2 способ. Находим алгебраические дополнения всех элементов матрицы.

$$A_{11}=(-1)^{1+1}¿\begin{vmatrix}2 & 4¿\end{vmatrix}¿ \quad A_{12}=(-1)^{1+2}¿\begin{vmatrix}5 & 4¿\end{vmatrix}¿ \quad A_{13}=(-1)^{1+3}¿\begin{vmatrix}5 & 2¿\end{vmatrix}¿$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}¿\begin{vmatrix}1-1¿\end{vmatrix}¿ \quad A_{22}=(-1)^{2+2}¿\begin{vmatrix}2-1¿\end{vmatrix}¿ \quad A_{23}=(-1)^{2+3}¿\begin{vmatrix}2 & 1¿\end{vmatrix}¿ \quad A_{31}=(-1)^{3+1}¿\begin{vmatrix}1-1¿\end{vmatrix}¿$$

$$A_{32}=(-1)^{3+2}¿\begin{vmatrix}2-1¿\end{vmatrix}¿ \quad A_{33}=(-1)^{3+3}¿\begin{vmatrix}2 & 1¿\end{vmatrix}¿$$

Подставим найденные значения дополнений и определителя в формулу

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\left(A_{ij}\right)^{t}.$$

Получим

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}4 & 7 & -6\\ -8 & -15 & 13\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}.$$

Системы линейных алгебраических уравнений

Система m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными имеет вид

$$\begin{cases}a_{11}x_1+a_{12}x_2+\dots+a_{1n}x_n=b_1\\ a_{21}x_1+a_{22}x_2+\dots+a_{2n}x_n=b_2\\ \dots\\ a_{m1}x_1+a_{m2}x_2+\dots+a_{mn}x_n=b_m\end{cases}$$

где a_{ij}-коэффициенты при неизвестных, b_m- свободные члены.

Основными методами решения СЛАУ являются метод Гаусса, матричный метод и правило Крамера. Метод Гаусса применим для решения любой СЛАУ, в то время как метод Крамера и матричный метод могут быть использованы только для решения систем с квадратной невырожденной матрицей.

Для решения *методом Гаусса* составляют расширенную матрицу системы, которую затем с помощью элементарных преобразований приводят к ступенчатому виду. По полученной матрице выписывают новую систему и решают ее методом исключения переменных.

Решение системы *матричным методом* или *методом обратной матрицы* определяется по формуле

$$X = A^{-1} \cdot B.$$

По формулам Крамера :

$$x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta},$$

где Δ - определитель системы, Δ_j - определители, полученные из определителя системы заменой j-го столбца на столбец свободных членов.

Пример. Решить СЛАУ: а) матричным методом; б) методом Крамера; в) методом Гаусса

$$\left| x_1 + x_2 + x_3 = 3, ¿ \left| 2x_1 - x_2 + x_3 = 2, ¿ ¿¿¿ \right. \right.$$

Решение. а) Матрица системы имеет вид

$$A = ¿ \left(1\ 1\ 1 ¿ \right| \left(2 -1\ 1 ¿ \right| ¿ ¿¿ ¿.$$

$X = ¿ \left(x_1 ¿ \right| \left(x_2 ¿ \right| ¿ ¿¿ ¿$ - столбец неизвестных, $B = ¿ \left(3 ¿ \right| \left(2 ¿ \right| ¿ ¿¿ ¿$ - столбец свободных членов.

Определитель системы $\Delta = -7 \neq 0$. Обратная матрица

$$A^{-1}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}3&-1&-2\\5&-4&-1\end{pmatrix}.$$

По формуле

$$X=A^{-1}\cdot B=\frac{1}{7}\begin{pmatrix}3&-1&-2\\5&-4&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}.$$

Следовательно, $x_1=1,\ x_2=1,\ x_3=1$.

б) Вычислим вспомогательные определители

$$\Delta_1=\begin{vmatrix}3&1&1\\2&-1&1\end{vmatrix},\quad \Delta_2=\begin{vmatrix}1&3&1\\2&2&1\end{vmatrix},\quad \Delta_2=\begin{vmatrix}1&1&3\\2&-1&2\end{vmatrix}.$$

$$x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1,\ x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1,\ x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1.$$

в) Выпишем расширенную матрицу системы

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&3\\2&-1&1&2\\-3&2&1&0\end{array}\right).$$

Приведем ее к ступенчатому виду. Для этого прибавим к элементам 2-й строки элементы 1-й строки, умноженные на -2, а к элементам 3-й строки – элементы 1-й строки, умноженные на 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c}1&1&1&3\\0&-3&-1&-4\\0&5&4&9\end{array}\right)$$

Прибавим к 3-й строке, умноженной на 3, 2-ю строку, умноженную на 5.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 7 & 7 \end{array}\right)$$

Расширенная матрица приведена к ступенчатому виду. Соответствующая ей система имеет вид

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=3, \\ -3x_2-x_3=-4, \end{cases}$$

Из последнего уравнения найдем $x_3=\frac{7}{7}=1$, из второго уравнения $x_2=\frac{4-x_3}{3}=\frac{4-1}{3}=1$, и из первого $x_1=3-x_2-x_3=3-1-1=1$.

Векторная алгебра

Операции над векторами

Скалярное произведение векторов

Вектором называют направленный отрезок, который можно перемещать параллельно самому себе.

Векторы $\vec{a}, \vec{b}$ называются *линейно-независимыми*, если $\lambda_1\vec{a}+\lambda_2\vec{b}=0$

$\Leftrightarrow$ $\lambda_1=\lambda_2$. В противном случае, они линейно-зависимы.

Длиной (модулем) вектора называется длина отрезка, изображающего вектор. Длина $\vec{a}(x,y)$ определяется по формуле $\vec{a}=\sqrt{x^2+y^2}$.

Векторы называются *коллинеарными,* если лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Векторы называются *компланарными*, если лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

Линейными операциями с векторами являются:

1) сложение: $\vec{a}+\vec{b}=(x_1, y_1, z_1)+(x_2, y_2, z_2)=(x_1+x_2, y_1+y_2, z_1+z_2)$;

2) умножение на число $\lambda\vec{a}=\lambda(x_1, y_1, z_1)=(\lambda x_1, \lambda y_1, \lambda z_1)$.

Углы наклона $\vec{a}$ к осям координат называются *направляющими косинусами.*

$$\cos\alpha=\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\ \cos\beta=\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},\ \cos\gamma=\frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}},$$

причем

$$\cos^2\alpha+\cos^2\beta+\cos^2\gamma=1.$$

Проекцией вектора $\vec{a}$ на ось l называется число

$$np_l\vec{a}=|\vec{a}|\cos\phi,$$

где Φ - угол наклона вектора $\vec{a}$ к оси l.

Скалярным произведением $\vec{a}, \vec{b}$ называется число

$$(\vec{a}, \vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\phi.$$

В координатной форме

$$(\vec{a}, \vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2.$$

Угол между векторами $\vec{a}, \vec{b}$ определяется по формуле

$$\cos\phi=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}.$$

Пример. Найти длину $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ и разложить его по $\vec{a}, \vec{b}$, если

$$\vec{a}=(3,-1),\ \vec{b}=(1,-2),\ \vec{c}=(-1,\ 1).$$

Решение. Найдем координаты $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(3,-1)+(1,-2)+(-1,\ 1)=(3,-2)$.

Длина вектора $\vec{d}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Разложить по $\vec{a},\vec{b}$ - значит, представить в виде $\vec{d}=\alpha\cdot\vec{a}+\beta\cdot\vec{b}$. Для определения $\alpha,\ \beta$, запишем в виде

$$\alpha\cdot(3,-1)+\beta\cdot(1,-2)=(3,-2)$$

или

$$\begin{cases}3\alpha+\beta=3,¿¿¿¿\end{cases}$$

Решив систему, получим $\alpha=\frac{4}{5}\ \beta=\frac{3}{5}$, то есть $\vec{d}=\frac{4}{5}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}$.

Пример. Найти угол между векторами $\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{b}$, если $|\vec{a}|=4,\ |\vec{b}|=3,\ \phi=\frac{\pi}{3}$.

Решение. $$\cos\phi=\frac{(\vec{a}+\vec{b})(\vec{a}-\vec{b})}{|\vec{a}+\vec{b}|\cdot|\vec{a}-\vec{b}|}=\frac{|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2}{\sqrt{|\vec{a}|^2+2(\vec{a},\vec{b})+|\vec{b}|^2}\cdot\sqrt{|\vec{a}|^2-2(\vec{a},\vec{b})+|\vec{b}|^2}}=$$

$$=\frac{4^2-3^2}{\sqrt{4^2+2\cdot4\cdot3\cdot\cos\frac{\pi}{3}+3^2}\cdot\sqrt{4^2-2\cdot4\cdot3\cdot\cos\frac{\pi}{3}+3^2}}=\frac{7}{\sqrt{37}\cdot\sqrt{13}}.$$

Векторное и смешанное произведения векторов

Векторным произведением $\vec{a},\vec{b}$ называется число

$$[\vec{a},\ \vec{b}]=\vec{a}\times\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\phi.$$

В координатной форме

$$[\vec{a},\vec{b}]=\vec{a}\times\vec{b}=¿\left|i\ j\ k¿\right|\left|x_1\ y_1\ z_1¿\right|¿¿¿$$

$$¿$$

Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна модулю их векторного произведения.

Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна половине модуля их векторного произведения.

Смешанным произведением $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ называется число

$$\left|x_1\ y_1\ z_1¿\right|\left|x_2\ y_2\ z_2¿\right|¿¿¿$$

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c}=¿$$

Объем параллелепипеда, построенного на $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$, равен модулю их смешанного произведения.

Пример. Найти вектор $\vec{d}$, ортогональный $\vec{a}=(1,2,3),\vec{b}=(-7,0,2)$, для которого скалярное произведение с $\vec{c}=(1,1,1)$ равно 3.

Решение. Искомый вектор коллинеарен $\vec{a}\times\vec{b}$. Следовательно, он равен $\lambda(\vec{a}\times\vec{b})$.

$$[\vec{a},\vec{b}]=\vec{a}\times\vec{b}=¿\left|i\ j\ k¿\right|\left|1\ 2\ 3¿\right|¿¿¿$$

$$¿$$

Тогда $\vec{d}=(4\lambda,-23\lambda,14\lambda)$.

$$\vec{d}\cdot\vec{c}=4\lambda\cdot1-23\lambda\cdot1+14\lambda\cdot1=-5\lambda=3,\ \lambda=-\frac{3}{5}\Rightarrow\vec{d}=\left(-\frac{12}{5},\frac{69}{5},-\frac{42}{5}\right).$$

5. Задания расчётно-графической работы №1.

Задание1. Даны матрицы *A* и *B*. Найдите матрицу *C*.

1. $A = ¿ \left(2 \quad 3 \; ¿ \; 5 ¿ \right) ¿ ¿ ¿$.

2. $A = ¿ \left(7 \quad 4 ¿ \right) \left(0 - 3 ¿ \right) ¿ ¿ ¿ ¿$.

3. $A = ¿ \left(4 \quad 1 - 3 ¿ \right) \left(2 \quad 0 - 4 ¿ \right) ¿ ¿ ¿ ¿$.

4. $A = ¿ \left(9 - 11 ¿ \right) \left(7 - 3 ¿ \right) ¿ ¿ ¿ ¿$.

5. $A = ¿ \left(-2 \quad 1 \; ¿ \; -5 ¿ \right) ¿ ¿ ¿$.

6. $A = ¿ \left(-4 \quad 2 - 1 ¿ \right) \left(-1 \quad 0 - 2 ¿ \right) ¿ ¿ ¿ ¿$.

7. $A = ¿ \left(3 - 1 ¿ \right) \left(6 \quad 8 ¿ \right) ¿ ¿ ¿ ¿$.

8. $A = ¿ \left(-2 \quad 1 ¿ \right) \left(5 - 7 ¿ \right) ¿ ¿ ¿ ¿$.

9. $A = ¿ \left(-3 \quad 2 - 11 ¿ \right) \left(-1 \quad 2 - 2 ¿ \right) ¿ ¿ ¿ ¿$.

10. $A=\begin{pmatrix}2 & -16\\ 6 & -3\end{pmatrix}$

<u>Задание2.</u> Найдите произведение матриц $A\cdot B$ или значение матричного многочлена. Существует ли произведение $B\cdot A$?

1. $A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 4 & 3\end{pmatrix}$.

2. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-2\\ 1\end{pmatrix}$.

3. $A=\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}$.

4. $A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$

5. $A=\begin{pmatrix}-4 & 34 & 3\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}-2\\ 14\end{pmatrix}$.

6. $f(x)=2x^2-5x+3,$

$A=\begin{pmatrix}1 & 2\end{pmatrix}$.

7. $f(x)=3x^2+2x-5,$

$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 1\\ 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$

8. $f(x)=x^3-7x^2+3$,

$A=¿(4\ 1\ -3¿)(2\ 0\ -4¿)¿¿¿$ ¿ .

9. $f(x)=12x^2+5x+3$,

$A=¿(-6\ \ 3¿)¿¿¿$ ¿ .

10. $A=¿(9\ 0\ 1¿)(4\ 1\ -7¿)¿¿¿$ ¿

Задание3. Вычислить определитель.

1. ¿ $|2\ 2\ -1¿||2\ -1\ 2¿|¿¿¿$.

2. ¿ $|3\ 1\ 1¿||2\ 1\ 2¿|¿¿¿$.

3. ¿ $|1\ 1\ -1¿||2\ -1\ 1¿|¿¿¿$.

4. ¿ $|4\ 1\ -3¿||2\ 0\ -4¿|¿¿¿¿$ ¿ .

5. ¿ $|6\ 1\ 3¿||0\ 3\ 0¿|¿¿¿$.

6. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

7. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 7 & 3 \end{vmatrix}$.

8. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

9. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$.

10. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

<u>Задание4.</u> Найдите обратную матрицу для матрицы *A*. Сделайте проверку.

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \end{pmatrix}$.

3. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

4. $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

6. $A=\begin{pmatrix} 5 & 3 & -6 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

8. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

9. $A=\begin{pmatrix} 8 & 3 & -8 \\ 20 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix} 13 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & -12 & 8 & 5 \end{pmatrix}$.

<u>Задание5.</u> Решить систему линейных алгебраических уравнений тремя способами:

-методом Гаусса

-по формулам Крамера

-средствами матричного исчисления

1. $x+y+2z=-1,$ ¿ $2x-y+2z=-4,$ ¿¿¿¿

2. $x+3y+4z=3,$ ¿ $2x-y-z=1,$ ¿¿¿¿

3. $2x-4y+z=3,$ ¿ $x-5y+3z=-1,$ ¿¿¿¿

4. $x+3y-z=4,$ ¿ $-x+2y+3z=12,$ ¿¿¿¿

5. $5x-y+z=-17,$ ¿ $x-3y+2z=-11,$ ¿¿¿¿

6. $4x-y-z=-3,$ ¿ $x+3y+3z=-4,$ ¿¿¿¿

7. $3x-y+z=-16,$ ¿ $2x-3y+2z=-11,$ ¿¿¿¿

8. $x-y-z=-3,$ ¿ $x+2y+3z=-4,$ ¿¿¿¿

9. $x+y+z=-1,$ ¿ $6x-y+2z=-4,$ ¿¿¿¿

10. $x+y+4z=1,$ ¿ $2x+y-z=1,$ ¿¿¿¿

<u>Задание6.</u> Найти линейную комбинацию векторов.

1. $3\vec{a}+4\vec{b}-\vec{c}$, где $\vec{a}=(4,\ 1,\ 3),\ \vec{b}=(1,\ 2,\ -2),\ \vec{c}=(10,\ 8,\ 1)$.

2. $2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}$, где $\vec{a}=(1,\ 2,\ 0),\ \vec{b}=(2,\ 1,\ 1),\ \vec{c}=(-1,\ 1,-2)$.

3. $(\vec{a},\vec{b})\vec{c}+3(\vec{b},\vec{c})\vec{b}$, где $\vec{a}=(4,\ 1,\ 3),\ \vec{b}=(1,\ 2,\ -2),\ \vec{c}=(10,\ 8,\ 1)$.

4. $4\vec{a}+19\{\vec{b}-\vec{c}$ ¿, где $\vec{a}=(2,\ -4,\ 3),\ \vec{b}=(10,\ -5,\ -2),\ \vec{c}=(187,\ 8,\ 1)$.

5. $18\{\vec{a}+3\vec{b}+7\vec{c}$ ¿, где $\vec{a}=(-6,\ 2,\ 0),\ \vec{b}=(54,\ 1,\ 1),\ \vec{c}=(-90,\ 1,-2)$.

6. $(\vec{a},\vec{b})\vec{c}+13(\vec{b},\vec{c})\vec{b}$, где $\vec{a}=(45,\ -9,\ 3),\ \vec{b}=(1,\ 2,\ -2),\ \vec{c}=(131,\ 9,\ 1)$.

7. $13\{\vec{a}+6\vec{b}-\vec{c}$¿, где $\vec{a}=(-10,1,9)$, $\vec{b}=(1,7,-2)$, $\vec{c}=(10,5,1)$.

8. $-5\vec{a}+4\vec{b}+4\vec{c}$, где $\vec{a}=(-7,2,0)$, $\vec{b}=(-5,1,1)$, $\vec{c}=(-1,1,-2)$.

9. $2(\vec{a},\vec{b})\vec{c}+7(\vec{b},\vec{c})\vec{b}$, где $\vec{a}=(4,-8,3)$, $\vec{b}=(90,2,-2)$, $\vec{c}=(10,8,1)$.

10. $14\{\vec{a}+19\{\vec{b}$¿$-\vec{c}$¿, где $\vec{a}=(-4,-4,3)$, $\vec{b}=(113,-5,-2)$, $\vec{c}=(17,3,1)$.

<u>Задание7.</u> Найти скалярное произведение векторов и угол между ними.

1. $\vec{a}=(0,4,-3)$, $\vec{b}=(-1,2,2)$.

2. $\vec{a}=(2,1,-2)$, $\vec{b}=(0,-2,-3)$.

3. $\vec{a}=(4,1,3)$, $\vec{b}=(1,2,-2)$.

4. $\vec{a}=(1,2,0)$, $\vec{b}=(2,1,1)$.

5. $\vec{a}=(4,1,3)$, $\vec{b}=(1,2,-2)$.

6. $\vec{a}=(1,4,-7)$, $\vec{b}=(-1,2,2)$.

7. $\vec{a}=(10,1,-5)$, $\vec{b}=(3,-2,-3)$.

8. $\vec{a}=(-14,11,3)$, $\vec{b}=(3,2,-2)$.

9. $\vec{a}=(13,2,0)$, $\vec{b}=(24,1,1)$.

10. $\vec{a}=(51,1,-3)$, $\vec{b}=(1,2,-2)$.

<u>Задание8.</u>

1. Даны точки $A(2,-1,4)$, $B(4,0,2)$. Найти модуль и направление вектора AB

2. Найти $|2\vec{a}+3\vec{b}|$, если $\vec{a}=(1.5,0,-4)$, $\vec{b}=(0,0,4)$.

3. При каком значении n векторы $\vec{a}=(3,-2,1)$ и $\vec{b}=(n,4,0.5)$ ортогональны?

4. Найти $(\vec{c},\vec{d})$, если $\vec{c}=5\vec{a}+\vec{b}, \vec{d}=4\vec{a}-\vec{b}, |\vec{a}|=2, |\vec{b}|=3,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 120^o.

5. Вычислить $|\vec{c}|$, если $\vec{c}=5\vec{a}-2\vec{b}, |\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 60^o.

6. Вычислить $(\vec{a}-\vec{b})^2$, если $|\vec{a}|=2\sqrt{2}, |\vec{b}|=4,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 135^o.

7. Найти внешний угол B в треугольнике ABC, если $A(2,-1,4), B(4,0,2), C(2,-3,1)$.

8. Найти угол между векторами $\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{b}$, если $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=6,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 60^o.

9. Найти $\vec{c}=2\vec{a}, \vec{d}=\vec{b}-\vec{a}, |\vec{c}|, |\vec{d}|, \vec{d}^2, (\vec{c},\vec{d})$, угол между векторами $\vec{c}, \vec{d}$, если $\vec{a}=(2,-1,-2), \vec{b}=(8,-4,0)$.

10. Построить параллелограмм на векторах $OA=(1,1,0), OB=(0,-3,1)$. Определить диагонали и их длины.

<u>Задание9.</u>

1. Вычислить $[\vec{c},\vec{d}]$, если

$\vec{c}=\vec{a}-3\vec{b}, \vec{d}=-2\vec{a}+\vec{b}, \vec{a}=(-1,0,3), \vec{b}=(1,1,2)$.

2. Найти $|[\vec{c},\vec{d}]|$, если $\vec{c}=4\vec{a}-2\vec{b}, \vec{d}=-\vec{a}+3\vec{b}, |\vec{a}|=|\vec{b}|=2,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 30^o.

3. Вычислить площадь треугольника ABC, если $A(2,-2,3), B(-3,-6,0), C(4,-3,-1)$.

4.Лежат ли точки $A(2,-1,-3), B(-4,1,-2), C(0,-6,3), D(-12,-2,5)$ в одной плоскости?

5. Лежат ли точки $A(1,-2,3), B(0,1,0), C(1,2,-1), D(4,-1,7)$ в одной плоскости?

6. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a}=(2,-2,6)$, $\vec{b}=(-6,6,3)$,

$\vec{c}=(3,-2,5)$.

7. Найти объем тетраэдра $ABCD$, высоту BP, площади граней тетраэдра, если $A(1,-3,-5)$, $B(-1,2,-4)$, $C(0,0,-2)$, $D(-6,-1,-2)$.

8. Найти объем тетраэдра $ABCD$, высоту BP, медианы граней, площади граней тетраэдра, если $A(2,-1,2)$, $B(5,5,5)$, $C(3,2,0)$, $D(4,1,4)$.

9. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=5\vec{p}+2\vec{q}$, $\vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}$, длины диагоналей параллелограмма, угол между $\vec{a}$ и $\vec{p}$, и проекцию $\vec{a}$ на $\vec{b}$.

10. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{c}=6\vec{a}+10\{\vec{b}, \vec{d}=3\vec{a}-6\vec{b}, \vec{f}=3\vec{a}-6\vec{b}, |\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2,$¿ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 135^o.

Задание10.

1. Написать уравнения высоты, проведенной из вершины A, и медианы, проведенной из вершины B, треугольника ABC, если $A(-1,-5)$, $B(3,-1)$, $C(1,-2)$.

2. Написать уравнение стороны квадрата $ABCD$, если заданы координаты двух его смежных вершин $A(1,-1)$, $B(-3,3)$.

3. Написать уравнение прямой, которая проходит через точку $A(8,6)$ и образует с координатными осями треугольник площадью 12.

4. Вычислить расстояние от точки $A(5, 4)$ до прямой, проходящей через точки $B(1, -2), C(0, 3)$.

5. Написать уравнения прямых, проходящих через точку $A(1, 4)$, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна прямой $-2x+5y-2=0$.

6. Написать уравнение прямой, которая проходит через точку $A(-1, 5)$ и точку пересечения прямых $5x+3y-1=0$ и $4x+5y+7=0$.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1, 1, 2)$, перпендикулярно вектору AB, если $B(-1, 2, 3)$.

8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-1, 2, -3)$ параллельно плоскости, заданной уравнением $4x+y-2z+2=0$.

9. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1, -1, 3)$ и отсекающей на координатных осях равные отрезки.

10. Найти угол между плоскостями, заданными уравнениями $x-\sqrt{2}y+z-1=0$ и $x+\sqrt{2}y-z+3=0$.

6. Критерии оценки расчетно-графической работы и типовые ошибки при ее выполнении.

Шкала оценивания	Критерии оценивания
«Отлично»	обучающийся ясно изложил условия задач, решения обосновал
«Хорошо»	обучающийся ясно изложил условия задач, но в обосновании решений имеются сомнения;
«Удовлетворительно»	обучающийся изложил решение задач, но в решении есть ошибки;
«Неудовлетворительно»	обучающийся не уяснил условия задач, решения не обосновал, либо не сдал работу на проверку.

7. Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для вузов / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 401 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-07001-9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/468633
2. Бугров, Я. С. Высшая математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. – Москва : Издательство Юрайт, 2020. – 192 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-9916-7568-0. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: https://urait.ru/bcode/489755 .
3. Лунгу К. Н. Высшая математика. Руководство к решению задач. Т. 1 [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Лунгу К.Н., Макаров Е.В., - 3-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2013. - 2016 с. - Режим доступа : http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=854317
4. Шипачев В. С. Высшая математика [Электронный ресурс] : учебник / В.С. Шипачев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 479 с. - Режим доступа : http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469720
5. Лунгу К. Н. Высшая математика. Руководство к решению задач. Ч. 2 [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Лунгу К.Н., Макаров Е.В., - 2-е изд. - М.:ФИЗМАТЛИТ, 2015. - Режим доступа : http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=854393

Дополнительная литература

1. Математика : учебное пособие / Ю. М. Данилов, Л. Н. Журбенко, Г. А. Никонова [и др.] ; под ред. Л. Н. Журбенко, Г. А. Никоновой. – Москва : ИНФРА-М, 2019. – 496 с. – (Высшее образование: Бакалавриат). – ISBN 978-5-16-010118-7. – URL: https://znanium.com/catalog/product/989799. – Текст : электронный.
2. Клово, А. Г. Курс лекций по математике : учебное пособие / А. Г. Клово, И. А. Ляпунова ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону : Южный федеральный университет, 2020. – 199 с. : ил. – ISBN 978-5-9275-3503. –URL: https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=612217. – Текст : электронный.

Периодика

Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки / гл. ред.Кревчик В.Д. — Пенза, 2020. — URL: https://e.lanbook.com/journal/issue/314991. — Текст : электронный

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для написания РГР

9. Профессиональная база данных и информационно-справочные системы	Информация о праве собственности (реквизиты договора)
Ассоциация инженерного образования России http://www.ac-raee.ru/	Совершенствование образования и инженерной деятельности во всех их проявлениях, относящихся к учебному, научному и технологическому направлениям, включая процессы преподавания, консультирования, исследования, разработки инженерных решений, включая нефтегазовую отрасль, трансфера технологий, оказания широкого спектра образовательных услуг, обеспечения связей с общественностью, производством, наукой и интеграции в международное научно-образовательное пространство. свободный доступ
научная электронная библиотека Elibrary http://elibrary.ru/	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU - это крупнейший российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты более 26 млн научных статей и публикаций, в том числе электронные версии более 5600 российских научно-технических журналов, из которых более 4800 журналов в открытом доступе свободный доступ
Федеральный портал «Российское образование» [Электронный ресурс] – http://www.edu.ru	Федеральный портал «Российское образование» – уникальный интернет-ресурс в сфере образования и науки. Ежедневно публикует самые актуальные новости, анонсы событий, информационные материалы для широкого круга читателей. Еженедельно на портале размещаются эксклюзивные материалы, интервью с ведущими специалистами – педагогами, психологами, учеными, репортажи и аналитические статьи. Читатели получают доступ к нормативно-правовой базе сферы образования, они могут пользоваться самыми различными полезными сервисами – такими, как онлайн-тестирование, опросы по актуальным темам и т.д.

Название организации	**Сокращённое название**	**Организационно-правовая форма**	**Отрасль (область деятельности)**	**Официальный сайт**
РОССИЙСКИЙ СОЮЗ научных и инженерных общественных объединений	РосСНИО	неправительственное, независимое общественное объединение	творческий Союз общественных научных, научно-технических, инженерных, экономических объединений, являющихся юридическими лицами, созданный на основе общности творческих профессиональных интересов ученых, инженеров и специалистов для реализации общих целей и задач.	http:// rusea.info
Российский союз инженеров	РСИ	Общероссийская общественная организация «Российский союз инженеров» (далее именуемая «Союз») является основанным на членстве общественным объединением, созданным в форме общественной организации	Защита общих интересов и достижения уставных целей объединившихся граждан, осуществляющих свою деятельность на территории более половины субъектов Российской Федерации	http:// российский-союз-инженеров.рф/

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ЧЕБОКСАРСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) МОСКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Кафедра Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

по дисциплине «МАТЕМАТИКА»

____
Наименование темы

Выполнил: студент __ курса
заочного отделения по направлению
09.03.02 «Информационные системы и технологии»

____
Ф.И.О.

Научный руководитель:
____
должность, звание
____
Ф.И.О.

Оценка ___________________________

Дата «__» _______________ 2020г.

Чебоксары 2020

ЛИСТ ДОПОЛНЕНИЙ И ИЗМЕНЕНИЙ

рабочей программы дисциплины

Рабочая программа дисциплины рассмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2021-2022 учебном году на заседании кафедры, протокол № 10 от «10» апреля 2021 г.

Внесены дополнения и изменения в части актуализации лицензионного программного обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по данной дисциплины, а так же современных профессиональных баз данных и информационных справочных системах.

Рабочая программа дисциплины рассмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2022-2023 учебном году на заседании кафедры, протокол № 10 от «14» мая 2022 г.

Внесены дополнения и изменения в части актуализации лицензионного программного обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по данной дисциплины, а так же современных профессиональных баз данных и информационных справочных системах, актуализации тем для самостоятельной работы, актуализации вопросов для подготовки к промежуточной аттестации, актуализации перечня основной и дополнительной учебной литературы.

Рабочая программа дисциплины рассмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры, протокол № 6 от «04» марта 2023г.

Внесены дополнения и изменения в части актуализации лицензионного программного обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по данной дисциплины, а так же современных профессиональных баз данных и информационных справочных системах, актуализации электронно-библиотечных систем.

Рабочая программа дисциплины рассмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры, протокол № 8 от «16» марта 2024г.

Внесены дополнения и изменения в части актуализации лицензионного программного обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по данной дисциплины, а так же современных профессиональных баз данных и информационных справочных системах, актуализации электронно-библиотечных систем.