Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"
Чебоксарский институт (филиал)

Кафедра Информационных технологий и систем управления

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ С ОСНОВАМИ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ

Методические указания для выполнения расчетно-графической работы по дисциплине «Теория упругости с основами теории пластичности и ползучести» для специальности 08.05.01 Строительство уникальных зданий и сооружений, студентами очной формы обучения.

Чебоксары, 2023

С целью обеспечения выполнения учебного плана студентами, обучающимися индивидуально и по заочной форме обучения, а также в случаях возникновения задолженностей по дисциплине, созданы условия их ликвидации. Для обучающихся этих категорий разработаны индивидуальные задания для самостоятельного выполнения, которые представлены на сайте института http://sdo.polytech21.ru/. В течение учебного года на кафедре проводятся консультации согласно графику консультаций в «День заочника», с помощью электронной почты кафедры и преподавателей, а также через систему дистанционного обучения http://sdo.polytech21.ru/.

В соответствии с учебным планом специальности студент заочного отделения выполняет контрольную работу.

К выполнению работы следует приступать только после изучения соответствующего теоретического материала курса по учебнику и ознакомления с методическими указаниями.

Выполняя контрольную работу, студент должен придерживаться указанных ниже правил.

1 Контрольная работа пишется по варианту, номер которого определяется по двум последним цифрам *p* и *q* номера зачетной книжки студента (например: номеру зачетной книжки студента №123456 соответствует 56 вариант, где p=5 и q=6). При решении заданий своего варианта студенту необходимо заменить *p* и *q* соответствующими цифрами. Контрольная работа, выполненная не по своему варианту, не засчитывается.

2 Контрольная работа оформляется в тетради, в которой оставляются поля для замечаний рецензента. На обложке тетради необходимо поместить название предмета, номер зачетной книжки, вариант контрольной работы, заголовок работы, в котором указываются фамилия и инициалы студента, профиль подготовки, фамилия и инициалы преподавателя, ведущего данный предмет.

3 Решение задач следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач. Перед решением каждой задачи нужно выписать полностью ее условие. Решение задач нужно излагать подробно и аккуратно, объясняя все действия и делая необходимые построения и расчеты.

4 Выполненная студентом контрольная работа предоставляется на проверку не позднее, чем за две недели до начала сессии. При допуске контрольной работы к защите работа студенту не возвращается. В противном случае работа возвращается на доработку.

5 После получения отрецензированной работы студент должен исправить в этой же тетради все отмеченные ошибки и недочеты.

6 Студент, не сдавший контрольную работу в срок, не допускается до экзамена.

Образцы контрольных работ:

Контрольная работа № 1

1. Решить систему линейных уравнений: *а)* по правилу Крамера. *б)* средствами матричного исчисления.

$$\begin{cases} x+y+z=0; \\ 2x+y=4; \\ x-y-2z=5. \end{cases}$$

2. Определить координаты точки пересечении двух взаимно перпендикулярных прямых, проходящих через фокусы эллипса $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$, если известно, что точка $A(-2,6)$ лежит на прямой, проходящей через его правый фокус.

3. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(3;1;4)$, $A_2(-1;6;1)$, $A_3(-1;1;6)$ и $A_4(0;4;-1)$.Найти: 1) длину ребра A_1A_2; 2) косинус угла между ребрами A_1A_2 и A_1A_4; 3) площадь грани $A_1A_2A_3$; 4) уравнение грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 6) объем пирамиды. Сделать чертеж.

4. Найти производные y' данных функций.

а) $y=\frac{3x-4}{\sqrt{x^3+3x-2}}$; *б)* $y=\left(3^{\sin x}-\cos^2 2x\right)^3$; *в)* $y=\ln\arcsin\sqrt{1-x^2}$;

г) $y=\ln\sqrt[3]{\frac{2-x^2}{x^3-6x}}$; *д)* $y=(2x+3)^{\operatorname{tg}x}$.

5. Найти неопределенные интегралы. Правильность результатов проверить дифференцированием.

а) $\int\frac{xdx}{7+x^2}$; *б)* $\int\frac{(x+18)dx}{x^2-4x+12}$; *в)* $\int(3-x)\cos xdx$.

6. Вычислить объем тела, получающегося вращением вокруг оси Ox криволинейного треугольника, ограниченного линиями.

$$x^2-y=0,\ x=-1,\ y=0.$$

Контрольная работа № 2

1. Найти экстремумы функции

$$z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$а)\ xy' = y\ln\left(\frac{y}{x}\right);\qquad б)\ y''tgy = 2(y')^2.$$

3. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

$$y''+6y'+9y=10e^{-3x},\ y(0)=3,\ y'(0)=2.$$

4. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле, сделать чертеж области интегрирования.

$$\int_{-1}^{0} dx \int_{8x^3}^{-2x+6} f(x,y)dy.$$

5. Вычислить криволинейный интеграл:

$\int_{OA} (xy-x)dx + \frac{x^2}{2}dy$ вдоль параболы $y^2=4x$ от начала координат до точки $A(1;\ 2)$.

6. Исследовать на сходимость числовой ряд с помощью достаточных признаков сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{4n^3-1}.$$

7. Выяснить сходится ли ряд абсолютно, или условно, или расходится

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{2n-1}.$$

8. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости

$$\sum_{n=0}^{\infty}\frac{n^2+3}{3^n}(x+3)^n.$$

Тестовые задания

1. Произведение $A\cdot B$ двух квадратных матриц $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 5 & -6\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3 & -4\\ 7 & 8\end{pmatrix}$ равно…

1) $\begin{pmatrix}13 & -7 & 8\\ 9 & -6 & -5\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}17 & 12\\ -27 & -68\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}17 & -27\\ -12 & 68\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}7 & 11\\ 12 & 6\end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix}8 & -9\\ 7 & -7\\ -3 & -5\end{pmatrix}$

2. Определитель $\begin{vmatrix}2 & 1 & 1\\ 1 & -4 & -1\\ -1 & 8 & 3\end{vmatrix}$ равен…

1) -6 2) -16 3) 6 4) 14 5) 16

3. Обратной матрицей для данной матрицы $\begin{pmatrix}3 & 2\\ 4 & 3\end{pmatrix}$ является матрица…

1) $\begin{pmatrix}3 & -2\\ 4 & 3\end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix}2 & 3\\ 3 & 4\end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix}3 & -2\\ -4 & 3\end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix}-3 & -2\\ -4 & -3\end{pmatrix}$

5) $\begin{pmatrix}-3 & 2\\ 4 & -3\end{pmatrix}$

4. Система $\begin{cases}x+2y+3z=0,\\ 2x-y+z=3,\\ 3x+y+4z=3.\end{cases}$ имеет…

1) одно решение 2) два решения 3) не имеет решений

4) множество решений 5) три решения

5. Решением системы $\begin{cases} 2x+7y=8, \\ 6x+5y=-8. \end{cases}$ является пара…

1)(-3;-2) 2)(-3;2) 3)(3;-2) 4)(3;2) 5)(1;2)

6. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 2\alpha-3 \end{vmatrix}$ равен 0 при $\alpha=$ …

1) -3 2) 3 3) 2 4) 0 5) 5

7. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Матрица $2A-B^2$ равна…

1) $\begin{pmatrix} -1 & -7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$

5) $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$

8. Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4k-3 & 2 & -5 \\ -3 & 7 & 10 \end{pmatrix}$. Алгебраическое дополнение

$A_{33}=0$ при $k=$ …

1) -1 2) 2 3) 1 4) 0 5) -2

9. Дана матрица $A=\begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. Тогда сумма элементов, расположенных на главной диагонали этой матрицы, равна…

1) -5 2) 5 3) 13 4) -7 5) 10

10. Сумма координат вектора ***AC*** треугольника *ABC*: ***AB***={2; 3; –1} ***BC***={–1; 2; 2} равна

1) –2; 2) 0; 3) 3; 4) 7; 5) –1.

11. Векторы $\boldsymbol{a}=\{2-\alpha; -1; 3+\alpha\}$ и $\boldsymbol{b}=\{1; 2\alpha; 2\}$ ортогональны, если число α равно:

1) –2; 2) 0; 3) 6; 4) 8; 5) –4.

12. Скалярное произведение векторов, $\boldsymbol{a} = \{2; 3; -1; 1; 0\}$ $\boldsymbol{b} = \{0; -1; 2; 2; 1\}$ заданных в ортонормированном базисе равно:

1) –2; 2) –3; 3) 0; 4) 1; 5) 4.

13. Угол между векторами $\boldsymbol{a}=\{-1; -1; 0\}$ и $\boldsymbol{b}=\{1; 0; 1\}$ равен

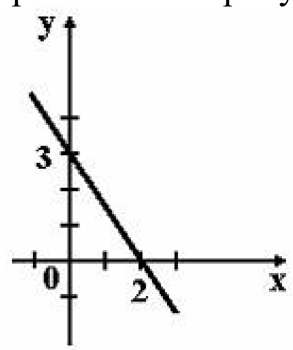
1) 30°; 2) arccos0,75; 3) 60°; 4) 120°; 5) 45°.

14. Уравнение прямой, проходящей через точки $A(2; 0; 1)$ и $B(-1; 1; -3)$, имеет вид:

1) $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-4}$; 2) $\dfrac{x+2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+3}{-4}$; 3) $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{-4}$;

4) $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{-4}$; 5) $\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+3}{-4}$.

15. Уравнение прямой, изображенной на рисунке



имеет вид…

1) $3x+2y=6$; 2) $2x+3y=6$; 3) $3x+2y=1$; 4) $2x+3y=1$.

16. Даны две смежные вершины квадрата A(5,6) и B(-2,5). Тогда площадь этого квадрата равна…

1) 50 2) $\sqrt{10}$ 3) $\sqrt{50}$ 4) 10

17. Точкой пересечения плоскости $-2x+3y+z-6=0$ с осью OY является …

1) $C(0;3;0)$ 2) $B(0;-2;0)$ 3) $D(0;1;3)$ 4) $A(0;2;0)$

18. Установите соответствие между уравнениями плоскости и точками, которые лежат в этих плоскостях

1. $x+2y+3z-6=0$ 2. $3x+y-4=0$ 3. $4y+z-x=0$

4. $6x+5y+z-1=0$

1) (0;0;1) 2) (1;1;0) 3) (0;0;0) 4) (1;1;1)

19. Радиус окружности, заданной уравнением $x^2+y^2-2x+4y-20=0$, равен…

1) 5; 2) 3; 3) 4; 4) 2.

20. Уравнение $\dfrac{x^2}{36}-\dfrac{y^2}{25}=1$ на плоскости определяет…

1) гиперболу
2) параболу
3) эллипс
4) пару прямых

21. Предел функции в указанной точке $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{2x^2+x-10}$ равен…

1) ∞; 2) $\frac{4}{9}$; 3) $-\frac{4}{9}$; 4) $\frac{9}{4}$; 5) $\frac{1}{3}$.

22. Используя правило Лопиталя предел функции в точке $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-x-1}{\sin^2 3x}$ равен…

1) $\frac{3}{7}$ 2) $\frac{7}{18}$ 3) $\frac{1}{18}$ 4) $-\frac{5}{33}$ 5) $\frac{-1}{7}$

23. Дифференциал функции $y=x^2+5x-7$ равен…

1) $y=(2x+5)dx$ 2) $y=(x^2+5x-7)dx$ 3) $y=-(x^2+5x-7)dx$

4) $y=(5-2x)dx$ 5) не существует

24. Производная частного $\frac{x}{2x-1}$ равна…

1) $\frac{4x-1}{(2x-1)^2}$ 2) $\frac{1}{(2x-1)^2}$ 3) $-\frac{1}{(2x-1)^2}$ 4) $-\frac{1}{2x-1}$ 5) $\frac{1}{2x-1}$

25. Наименьшее значение функции $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{2}{3}$ на отрезке $[-1;1]$ равно…

1) 0 2) -2 3) $-\frac{2}{3}$ 4) $-\frac{4}{3}$ 5) $\frac{5}{9}$

26. Установить четность или нечетность функции $f(x)=x^4\sin 7x$…

1) четная 2) нечетная 3) ни четная, ни нечетная

4) невозможно определить

27. Точками разрыва функции $y=\frac{2}{x^2-3x+2}$ являются…

1) $x=1, x=2$ 2) $x=3, x=-2$ 3) $x=-1, x=2$

4) $x=1, x=-2$ 5) $x=-3, x=2$

28. Уравнение касательной к графику функции $f(x)=x^2+2$ в точке $x_0=1$ имеет вид…

1) $y-3=-\frac{1}{2}(x-1)$ 2) $y-2=3(x-1)$ 3) $y-3=2(x-1)$

4) $y-1=2(x-4)$ 5) $y-1=x^2+2$

29. Одной из первообразных функции *y*=3–2*x* является функция

1) $3-x^2$; 2) $3x-x^2+1$; 3) $3x-2$; 4) $3x-2x^2$; 5) $3x^2-2x+1$.

30. Определенный интеграл, выражающий площадь треугольника с вершинами
(0; 0), (–2; 0), (–2; –3) имеет вид

1) $\int_{-2}^{0}(-\frac{3}{2}x)dx;$ 2) $\int_{-3}^{0}\frac{2}{3}ydy;$ 3) $\int_{-2}^{0}\frac{3}{2}xdx;$

4) $\int_{-2}^{0}\frac{3}{2}ydy;$ 5) $\int_{-2}^{0}2xdx.$

31. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2$ и $y=-x$, представляется интегралом

1) $\int_{-3}^{1}[(2x-x^2)-x]dx;$ 2) $\int_{0}^{3}[(2x-x^2)-(-x)]dx;$

3) $\int_{0}^{3}[(-x)-(2x-x^2)]dx;$ 4) $\int_{0}^{3}[x-(2x-x^2)]dx;$

5) $\int_{-3}^{1}[x+(2x-x^2)]dx.$

32. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sin x$, $y=\frac{2}{\pi}x$ $(0\le x\le \pi/2)$, равна

1) (π+4)/4; 2) π/2; 3) π/4; 4) (4–π)/4; 5) π.

33. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z=2x^3y-x^2+2y^3-3$ равна

1) $2x^3+6y^2$; 2) $6x^2y-2x$; 3) $2x^3+6y^2+6x^2y-2x$; 4) $2x^2+6y^3$;
5) $-2x+6y^2$.

34. Общий интеграл дифференциального уравнения $e^y dy=\frac{dx}{x}$ имеет вид …

1) $e^y=\ln|x|+C$ 2) $y=\ln|x|+C$ 3) $e^y=-\frac{1}{x^2}+C$ 4) $e^y=x+C$

35. Решением уравнения $tg\,x\cdot y'-y=2$ является функция …

1) $y=3\cdot tg\,x-2$ 2) $y=3\cdot\sin x-2$ 3) $y=3\cdot ctg\,x-2$
4) $y=3\cdot\sin x+2$

36. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями с разделяющимися переменными являются …

1) $\frac{dy}{dx}=\frac{y^3}{x+1}+1$ 2) $y^3\frac{dy}{dx}+x^3y=0$ 3) $y\frac{dy}{dx}=\frac{x^2}{y^3+1}$

4) $\frac{dy}{dx}-2e^x x^2+y=0$

37. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями Бернулли являются …

1) $\frac{dy}{dx}-3x^2+y=0$ 2) $x\frac{dy}{dx}-y=y^2e^x$ 3) $y\frac{dy}{dx}+x^3=0$

4) $\frac{dy}{dx}=\frac{y}{x}+\frac{y^3}{x^3}$

38. Каков вид частного решения для данного дифференциального уравнения

$y''-2y'+y=10e^{3x}$?

1) Ae^{3x}; 2) Ax^2e^{3x}; 3) Axe^{3x}; 4) Axe^{2x}; 5) Ae^{x}.

39. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{3^n}{n+1}x^n$ равен

1) 3; 2) ∞; 3) 1; 4) 1/3; 5) 0.

40. Частичная сумма S_3 ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{5^n}$ равна…

1) $\frac{9}{125}$ 2) $\frac{93}{125}$ 3) $\frac{18}{25}$ 4) $\frac{3}{5}$